

地下结构静力计算

天津大学建筑工程系地下建筑工程教研室 编

中国建筑工业出版社

地下结构静力计算

天津大学建筑工程系地下建筑工程教研室 编

中国建筑工业出版社

本书共分八章。第一至第二章为概论及地下结构计算的基本内容基础梁的计算。第三至第五章为岩石地下建筑工程,内容包括半衬砌、直墙拱及穹顶的计算。第六至第八章为软土中地下建筑工程,内容包括圆管、闭合框架及沉井等结构的计算。

本书可供从事地下建筑工程的工程技术人员参考,也可作为高等院校地下建筑工程专业教学参考。

地下结构静力计算

天津大学建筑工程系地下建筑工程教研室 编

*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷

*

开本: 787×1092毫米1/16 印张: 15¹/₂ 字数: 376千字

1979年6月第一版 1979年6月第一次印刷

印数: 1—45,150册 定价: 1.25元

统一书号: 15040·3551

前 言

本书是根据天津大学建筑工程系地下建筑工程专业的试用教材经过修改写成的。编写时参考了近年来我国各地建造的洞库工程、人防工程、铁路隧道工程以及同济大学地下建筑专业的有关资料。书中内容包括岩石中的地下结构以及软土中的地下结构。

关于地层压力的计算，鉴于自然拱理论（普氏理论）还有一定的适用范围，故在第一章中对这个理论作了简略的说明。在附录二中，还介绍了我国铁路工程技术规范中的计算方法，以及某单位提出的以岩石强度与岩体结构为基础的计算方法。

基础梁的计算是地下结构计算的基础部分，故在第二章中作了比较全面的叙述，尤其对按温克尔假定计算基础梁的一些公式，作了比较详细的推导。

在第三章中，讲述了用力法计算无铰拱和弹性固定无铰拱。用电子计算机算出了一些常用的单位变位 δ_{ij} 和载变位 Δ_{ip} 的数值，并制成表格，供计算时查用。

对于贴壁式直墙拱的计算，在第四章中，介绍了力法与形变传播法。多跨的或直墙为变截面的直墙拱，如使用形变传播法计算，并不十分复杂。倘若编制出程序，采用电子计算机计算，则更为省力。

弹性地基（弹性半无限平面）上闭合框架的计算，是比较复杂的。在本书的第七章中，借助表格，用力法计算，简化了计算工作。

目前，电子计算机的计算技术正在飞速发展，地下结构采用电子计算机进行计算是必然趋势。本书中虽没有介绍这方面的内容，但所讲述的一些基本理论，可作为采用电子计算机进行计算的基础。喷锚结构也正日益发展，但计算理论尚欠完善，故本书中未予介绍。

由于我们的水平所限，书中会有不少的缺点和错误，请读者指正。

目 录

第一章 概论	1
第一节 地下结构的类型	1
第二节 地下结构的地层压力及其它荷载	3
第三节 空间问题与平面问题	8
第四节 地下结构计算理论简介	10
第二章 基础梁的计算	12
第一节 概述	12
第二节 按地基反力为直线分布的假定计算基础梁	12
第三节 按温克尔假定计算基础梁的基本方程	14
第四节 按温克尔假定计算短梁	16
(一) 初参数和双曲线三角函数的引用	16
(二) 荷载引起的附加项	18
第五节 按温克尔假定计算长梁	28
(一) 无限长梁	28
(二) 半无限长梁	30
第六节 按地基为弹性半无限平面体的假定计算基础梁	32
(一) 基本方程	32
(二) 表格的使用	34
第三章 无铰拱的计算	39
第一节 概述	39
(一) 拱轴线的类型	39
(二) 根据拱的内轮廓线以确定外轮廓线和拱轴线	41
(三) 拱截面的变化规律	43
第二节 力法计算固定无铰拱的原理	43
第三节 单心圆拱的单位变位 δ_{ij} 和载变位 Δ_{iP} 的计算	45
(一) 单位变位 δ_{ij} 的计算	45
(二) 载变位 Δ_{iP} 的计算	46
第四节 单心圆固定无铰拱受均布径向荷载的近似计算	53
第五节 单心圆固定无铰拱受温度变化及混凝土干缩的影响	54
第六节 抛物线拱的单位变位 δ_{ij} 和载变位 Δ_{iP} 的计算	57
(一) 单位变位 δ_{ij} 的计算	57
(二) 载变位 Δ_{iP} 的计算	58
(三) 温度变化及混凝土干缩的影响	59
第七节 用数值积分求单位变位 δ_{ij} 与载变位 Δ_{iP}	59
第八节 力法计算弹性固定无铰拱	62
(一) 对称情况	62
(二) 不对称情况	66

第四章 直墙拱的计算	69
第一节 力法计算贴壁式直墙拱	69
(一) 顶拱的计算	70
(二) 边墙的计算	73
第二节 力法计算离壁式直墙拱	89
(一) 边墙下端为铰支座的情况	90
(二) 边墙下端为固定支座的情况	91
第三节 形变传播法计算直墙拱	95
(一) 形变传播法的概念	95
(二) 拱的形常数与载常数	95
(三) 边墙的形常数与载常数	97
(四) 拱与边墙的角度位移方程	101
(五) 原始角变、原始侧移与拱的形变传播系数	102
(六) 阶形边墙的计算	111
第五章 岩石中地下厂房结构与穹顶的计算	116
第一节 地下厂房衬砌结构的形式	116
第二节 吊车荷载	117
(一) 吊车梁上的吊车荷载	117
(二) 柱上的吊车荷载	118
(三) 衬砌结构上作用着吊车荷载时的内力计算	120
第三节 岔洞接头	121
(一) 岔洞接头的形式	121
(二) 岔洞接头的计算与构造	122
第四节 穹顶的计算	125
(一) 穹顶的计算	125
(二) 环梁的计算	128
第六章 圆管结构的计算	133
第一节 概述	133
第二节 整体式圆管结构的计算	135
(一) 按自由变形圆环计算	135
(二) 按局部变形理论计算(假定抗力图法)	138
第三节 装配式圆管结构的计算	143
第七章 闭合框架和砖砌直墙拱的计算	147
第一节 概述	147
第二节 地基反力按直线分布时的框架计算	147
第三节 将地基当做弹性半无限平面时的框架计算	149
(一) 框架对称、荷载对称的情况	149
(二) 框架对称、荷载反对称的情况	158
第四节 砖砌直墙拱的计算	160
第八章 沉井结构	163
第一节 沉井结构的类型	163
(一) 沉井结构各部分的名称	163

(二) 矩形沉井	163
(三) 连续沉井	165
(四) 圆形沉井	165
第二节 矩形沉井结构的计算	167
(一) 施工阶段的计算	167
(二) 使用阶段的计算	173
(三) 内力的组合	174
第三节 圆形沉井结构的计算	174
(一) 施工阶段的计算	174
(二) 使用阶段的计算	175
附录一 地层压力的计算	177
附录二 式(3-9)中求 m_1 和 m 计算式的推导	179
附表1 三角函数和双曲线函数	181
附表2~8 双曲线三角函数	182
附表9~52 地基当做弹性半无限平面体时, 计算基础梁的数表	186
附表53 求单心圆拱的单位变位的系数	228
附表54~55 求单心圆拱的载变位的系数	230
附表56 求单心圆拱的温度变位的系数	235
附表57 求单心圆拱(直墙拱)的弹性抗力变位的系数	236
附表58 单心圆拱的形常数	238
附表59 单心圆拱的载常数	240

第一章 概 论

第一节 地下结构的类型

地下结构是地下建筑工程的重要组成部分，它的结构形式应根据地层的类别、使用目的和施工技术水平等进行选择。

地下建筑包括有：地下厂房（如国防企业的工厂、精密机床厂、精密仪器厂、地下电厂等），地下仓库（如飞机库、油库、军火库、粮食库、棉花库、冷藏库等），铁路交通建筑物（如铁路隧道、公路隧道、地下铁道），水工建筑物（如地下水电站、水工隧洞），还有地下商店、地下医院、人防通道、军事坑道、地下指挥所以及矿井巷道等等。

按照结构形式不同，地下结构一般可分为四大类，即：拱形结构、圆管结构、框架结构和薄壳结构。

（一）拱形结构

图 1-1 所示各种衬砌结构的横剖面均属拱形结构。

（1）喷锚结构 当地下岩石的坚硬系数 $f_k > 8$ ，稳定性好并且干燥时，可采用喷锚结构。

（2）半衬砌 当地下岩石的坚硬系数 $f_k \geq 8$ ，侧壁无坍塌危险，仅顶部岩石可能有局部脱落时，只在顶部衬砌，叫做半衬砌。此时，为了保护岩石不受风化，常在侧壁表面喷一层 2~3 厘米厚的水泥砂浆。

（3）厚拱薄墙

顶拱的拱脚较厚，边墙较薄。这样，可将顶拱所受的力通过拱脚大部分传给了岩石，充分利用了岩石的强度，使边墙所受的力大为减少，从而减少了边墙的厚度，节约了建筑材料。为了保证边墙的稳定，可在边墙的上端打入锚杆，将边墙与岩石锚固在一起。当岩石的坚硬系数 f_k 为 6 或 7 时可采用这种结构。

（4）直墙拱

顶拱与边墙浇筑在一起，形成一个整体结构。当岩石的坚硬系数 $f_k = 3 \sim 7$ 时可采用这种结构。在铁路隧道、地下厂房、地下仓库、军事坑道、水工隧洞等地下建筑中，广泛地

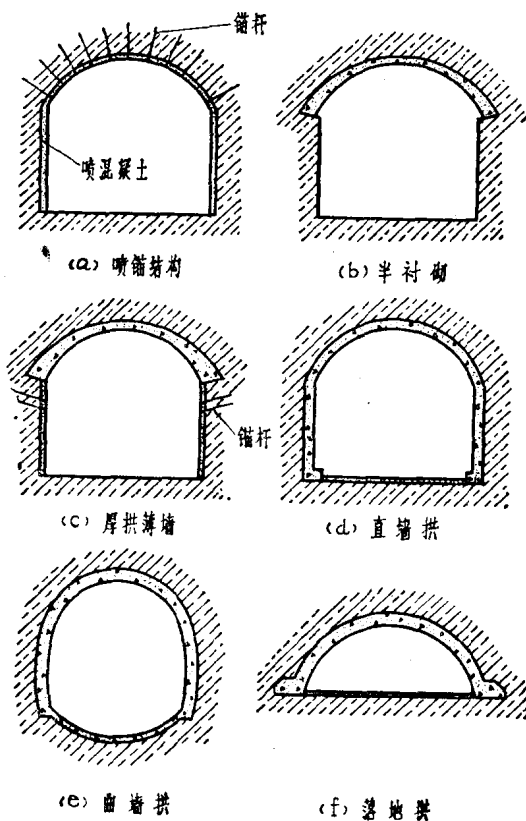


图 1-1

使用直墙拱。

直墙拱不但在坚硬地层中常被采用，在软土中小跨度的人防通道亦常应用，其中有的全部用砖石砌筑，有的仅底板采用钢筋混凝土。

(5) 曲墙拱

当岩石的坚硬系数 $f_k \leq 2$ ，松散破碎易于坍塌，可采用曲墙拱。这种衬砌结构的形式很象马蹄，因此也叫做马蹄形衬砌。如岩石比较坚硬，又无涌水现象，底板可做成平板并与边墙分开。

(6) 落地拱

落地拱多用于大跨度的仓库，如飞机库等。它在岩石或软土中均可使用。

(二) 圆管结构

软土中的地下铁道或穿越河底的交通隧道常采用圆管结构。这种结构多做成装配式，叫做管片结构。施工时利用盾构掘进。

(三) 框架结构

软土中明挖施工的地下铁道常采用箱形结构，计算这种结构常采用框架的计算理论，故叫做框架结构。图1-2为地下铁道通道的横剖面。

软土中的地下厂房、地下医院或地下指挥所亦常采用框架结构。图1-3表示地下发电厂的结构简图。

(四) 薄壳结构

岩石中地下油库罐室的顶盖多采用穹顶(图1-4 a)。软土中的地下厂房有的采用圆形沉井结构，它的顶盖也可用穹顶。

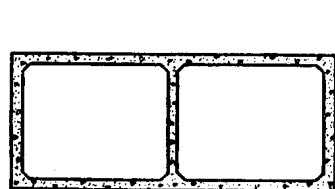
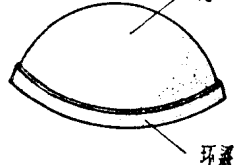


图 1-2



(a)

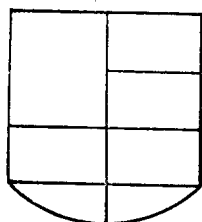
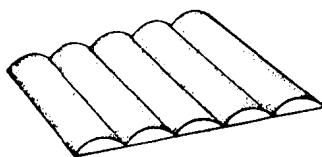


图 1-3



(b)

图 1-4



图 1-5 双曲扁壳

图1-4(b)为多波圆柱壳，用于软土中明开挖施工的地下仓库的顶盖；图1-5为某地下商店的顶盖。

以上介绍了地下结构的几种主要形式，设计中可根据工程的使用要求、地层的软硬程度和施工方法等选用适宜的结构类型。

另外，有一种沉井结构。这种结构用于软土中，先在地面上建造井筒(井筒的水平剖面为圆形或矩形)，然后在井筒内挖土使它逐渐下沉。待沉到设计标高，则进行封底并浇筑底板与顶板。软土中的地下厂房及油库等常采用沉井结构。

第二节 地下结构的地层压力及其它荷载

(一) 水平坑道的地层压力

坑道的纵向坡度很小时叫做水平坑道。

在地层中挖掘坑道后，坑道周围地层的原始平衡状态受到破坏，可能出现坍塌。衬砌结构的主要用途，就是为了阻止地层的坍塌。将要坍塌的那部分地层给予结构一种压力，叫做地层压力。

挖掘地层时，有明挖和暗挖（地下掘进）两种方法。下面将根据明挖和暗挖的不同情况来说明地层压力的计算方法。

(1) 暗挖深埋

图1-6(a)表示坑道的横剖面。其侧面的地层因有滑落趋势而给予结构的压力，叫做水平地层压力。这里，假定滑落面与竖直面的夹角为 $\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$ ，其中 φ 是岩石或土壤的内摩擦角。坑道顶部的地层因有塌落趋势而给予结构的压力，叫做竖向地层压力。

(a) 竖向地层压力

在图1-6(a)中，假定坑道顶部用影线表示的地层为可能塌落的部分叫做塌落拱，上面不塌落的部分叫做自然拱或卸荷拱。

假定地层由松散无粘结力的颗粒组成（散粒体），可以认为在自然拱的各截面中不会产生弯矩。根据合理拱轴的理论，塌落拱上界面应自然形成成为抛物线：

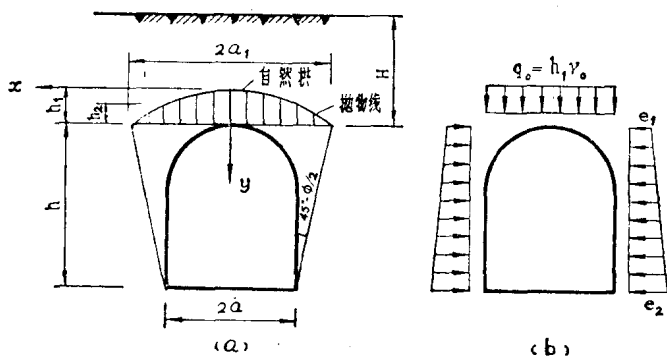


图 1-6

$$y = \frac{h_1}{a_1^2} x^2 \quad (1-1)$$

在二十世纪初，根据那时的某些经验认为，塌落拱的高度 h_1 按下式计算：

$$h_1 = \frac{a_1}{f_k} \quad (1-2)$$

式中的 f_k 是岩石或土壤的坚硬系数， a_1 的意义见图1-6(a)，即

$$a_1 = a + h \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1-3)$$

a 是坑道开挖宽度的一半， h 是开挖高度， φ 是岩石或土壤的内摩擦角。

作用在衬砌结构上的竖向地层压力，在一般情况下可以看作是均布的图1-6(b)，按下式计算：

$$q_0 = \gamma h_1 \quad (1-4)$$

其中 γ 为岩石或土壤的容重。

以上所述计算竖向地层压力的方法叫做自然拱理论或卸荷拱理论。就是坑道上方地层

能自然形成拱状而阻止坍塌。这个理论可用下述的简单实验来证实。

以一侧面镶玻璃的木箱，在底部开一缺口，用木闸板将缺口封闭。将干燥的粗砂装于箱内，然后逐渐抽出闸板，箱内的砂通过缺口向下流出。图1-7(a)中砂层薄，不能形成自然拱；图1-7(b)中砂层厚，则形成自然拱。

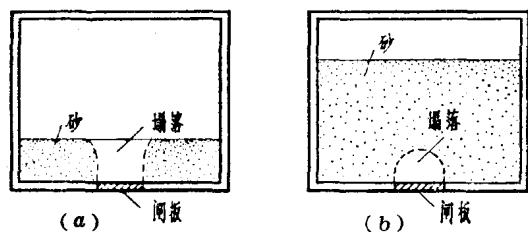


图 1-7

实践证明，使用式(1-2)时，坑道的埋置深度 H 须符合

$$H > 2h_1 \quad (1-5)$$

的条件，否则不能形成自然拱。

凡坑道是暗挖施工的，并符合式(1-5)的条件，叫做暗挖深埋，如 $H \leq 2h_1$ ，叫做暗挖浅埋。

坑道的埋置深度虽然符合式(1-5)，但属于流砂、淤泥及饱水的松软粘土地层，或者坑道上方稳定地层以上有很大的荷载（例如，地表荷载，松软地层）时，它的地层压力仍不能用自然拱理论计算，而须按暗挖浅埋或明挖计算。

(b) 水平地层压力

地层加给衬砌结构的水平地层压力，可以认为按梯形分布图1-6(b)并用朗金公式计算：

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \gamma h_2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right); \\ e_2 &= \gamma (h_2 + h) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

式中 γ —— 岩石或土壤的容重；

φ —— 岩石或土壤的内摩擦角；

h, h_2 —— 见图1-6(a)。

(2) 暗挖浅埋

暗挖坑道的埋置深度 H 小于或等于 2 倍的塌落拱高 h_1 ，或由于其它情况不能形成自然拱时，其地层压力应按下述方法计算。

(a) 竖向地层压力

参照图 1-8，计算竖向地层压力时，应考虑坑道上方 $ABCD$ 地层的全部重量，并从中减去摩擦力 $2F$ ，即

$$2a_1 H \gamma - 2F.$$

摩擦力 F 为

$$F = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} \varphi. \quad (1-7)$$

由此得

$$2a_1 H \gamma - 2 \times \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} \varphi.$$

将上式除以 $2a$ ，就得到均布的竖向地层压力：

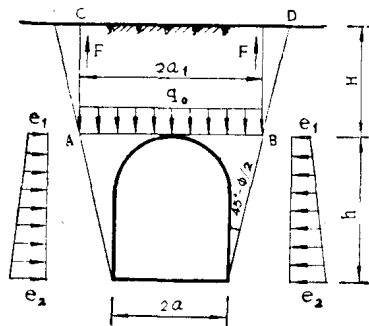


图 1-8

$$q_0 = H\gamma - \frac{1}{2a_1} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} \varphi . \quad (1-8)$$

在上式中,

$$a_1 = a + h \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

a ——坑道开挖跨度的一半;

h ——坑道的开挖高度;

H ——坑道的埋置深度;

γ ——岩石或土壤的容重;

φ ——岩石或土壤的内摩擦角。

在式(1-8)中, q_0 随 H 的平方变化, 可求出对应于最大竖向地层压力 q_{max} 的埋置深度 H_{max} 。由式(1-8), 令

$$\frac{dq_0}{dH} = 0,$$

得

$$H_{max} = \frac{a_1}{\operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} \varphi} . \quad (1-9)$$

将式(1-9)代入式(1-8), 化简后得

$$q_{max} = \frac{a_1 \gamma}{2 \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} \varphi} . \quad (1-10)$$

式中符号与式(1-8)相同。

观察式(1-8)至式(1-10), 看出: q_0 值开始时随 H 的增加而加大, 当 H 达到 H_{max} 时, q_0 亦达到最大值 q_{max} ;

当 $H > H_{max}$ 时, q_0 值随 H 的增加而减小;

当 $H > 2H_{max}$ 时, q_0 出现负值。这是不符合实际的。根据以上的情况, 我们规定:

当 $H \leq H_{max}$ 时, 用式(1-8)计算竖向地层压力;

当 $H > H_{max}$ 时, 用式(1-10)计算竖向地层压力。

在松散地层中, 对于竖向地层压力用式(1-8)或式(1-10)计算是比较符合实际的, 但在坚硬地层中则算出的数值往往偏大。

(b) 水平地层压力

水平地层压力 e_1 与 e_2 可参照图 1-8, 仍用朗金公式计算:

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \gamma H \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right); \\ e_2 &= \gamma (H + h) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

(3) 明挖

明挖施工时, 当结构建造完毕须进行回填。回填过程中如逐层碾轧坚实, 其竖向地层压力, 亦可用式(1-8)~(1-10)计算。如碾轧的坚实程度较差, 则不考虑两侧摩擦力 F 的影响(图1-8), 这样, 式(1-8)变为

$$q_0 = \gamma H. \quad (1-12)$$

其水平地层压力仍用式(1-11)计算。

(二) 计算水平坑道地层压力的一些特殊情况

(1) 地层为倾斜层状的情况

如暗挖深埋的坑道建筑在倾斜层状的地层中,其地层压力为偏压(不对称),见图1-9。当用自然拱理论计算竖向地层压力时,仍按式(1-2)与(1-4)进行。但 a_1 改为

$$a_1 = \frac{1}{2} \left[2a + h \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \right]. \quad (1-13)$$

其水平地层压力仅发生在坑道的一侧(图1-9),可用式(1-6)计算。

当坑道周围的岩石比较坚硬,但有显著的裂缝和错动现象,坑道顶部和侧壁的倾斜岩层可能沿层面滑动坍塌。在这种情况下,应在挖掘坑道过程中分析研究,找出坍塌范围,以确定地层压力。

(2) 两条平行的坑道

在暗挖深埋的两条平行坑道中,当两坑道的间壁具有足够宽度时,既可保证间壁的强度,又不使两坑道的自然拱相互影响(图1-10a)。在这样的情况下,其地层压力仍根据前述方法按两条坑道分别计算。

如两条坑道的间壁宽度较小,计算地层压力时须按两条坑道顶部共同形成一个自然拱考虑图1-10(b)。

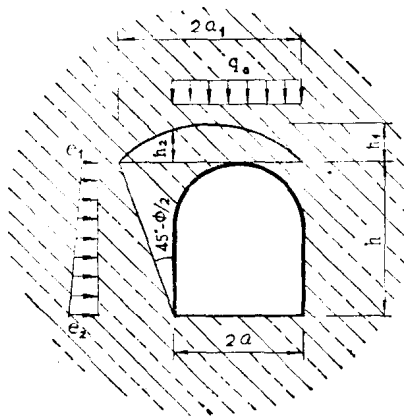


图 1-9

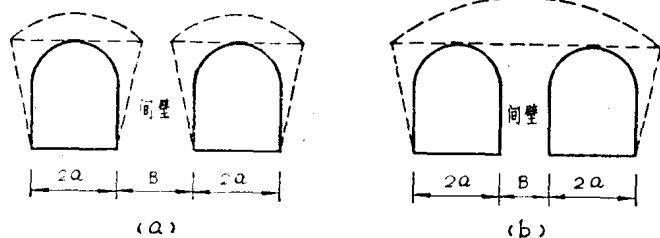


图 1-10

有的文献规定,当间壁宽度 B 符合式(1-14)时,两坑道之间是互不影响的。

$$B \geq 0.65 \sqrt{\frac{\gamma a H}{f_k}}. \quad (1-14)$$

式中 B ——间壁宽度(m);
 γ ——岩石容量(t/m^3);
 a ——坑道开挖宽度的一半(m);
 H ——坑道的埋置深度(m);
 f_k ——岩石的坚硬系数。

当平行的两条坑道具有不同的跨度时,式(1-14)中的 a 值按下式计算:

$$\sqrt{a} = \frac{1}{2} (\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}). \quad (1-15)$$

其中 a_1 和 a_2 是两条坑道开挖跨度的一半。

式(1-14)是根据间壁的强度得出的,可供参考。

以上介绍的自然拱理论,是假定地层由散粒体组成,用这个理论计算松散地层的压力是比较符合实际的。在坚硬地层中,地层压力与地质构造、岩石的力学性质、坑道的剖面形状和尺寸以及施工方法等因素有关系,用自然拱理论的简单公式计算地层压力,没有包括以上各种因素的影响。在比较坚硬完整的岩石中,用自然拱理论算出的地层压力往往偏大,可根据地质情况乘以小于1的系数。在塑性比较发达的含水粘土中,用自然拱理论算出的地层压力又常偏小。

我国铁路部门制定的《铁路隧道规范》,对地层压力的计算已不采用自然拱理论(见附录一)。

另外,还有用弹塑性理论来研究地层压力,目前虽然已经取得了一些成果,但还没有得出比较简单适用的计算方法。

(三) 其它荷载

(1) 拱圈自重

图1-11所示,拱圈为变厚度,拱顶厚度 d_0 逐渐增大到拱脚厚度 d_n 。拱圈的自重近似地认为沿拱跨均匀分布(图1-11a),按下式计算:

$$q = \frac{1}{2} \gamma_h (d_0 + d_n). \quad (1-16)$$

也可以将拱圈自重近似地化为均布荷载 q 与对称三角形荷载 Δq (图1-11b),用下式计算:

$$\left. \begin{aligned} q &= \gamma_h d_0; \\ \Delta q &= \left(\frac{d_n}{\cos \varphi_n} - d_0 \right) \gamma_h. \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

在以上二式中:

d_0, d_n ——拱顶与拱脚的厚度;

γ_h ——拱圈材料的容重;

φ_n ——拱脚截面与垂直面的夹角。

式(1-16)随着拱的矢高 f 的增大造成的误差也越大。当拱圈为等厚度时,则变为

$$q = \gamma_h d_0. \quad (1-18)$$

式(1-17)适用于抛物线拱,对圆拱也可应用;但须注意,当 φ_n 趋近于 90° 时 Δq 将趋近于无穷大,这是不合理的。

(2) 使用荷载

地下结构在使用时的设备荷载、吊车荷载、车辆荷载以及人员荷载等等。

(3) 水压力

当地下结构修建在含水地层中,须考虑水压力。

(4) 灌浆压力

暗挖修建的地下结构,为了回填密实,有时须压注水泥砂浆。压浆在结构建造完毕后进行,从而对结构施加了压力。压力的大小一般为 $1 \sim 5$ 公斤/厘米²,要根据实际情况确定。

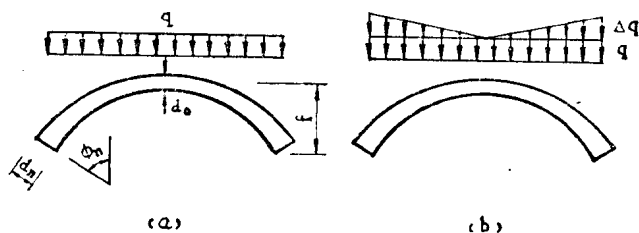


图 1-11

(5) 温度变化的影响

地下结构在建造和使用过程中, 如果温度变化大, 应考虑由于温度变化引起的内力 (在超静定体系中)。

(6) 混凝土的干缩影响

在跨度较大的拱形结构中, 由于混凝土干缩而引起的内力也是不可忽视的。如施工时分段浇筑则影响小, 否则影响较大。

第三节 空间问题与平面问题

弹性体的应力及应变状态可区分为空间问题与平面问题。平面问题又可区分为平面应力问题与平面变形问题。本节将简略说明

(一) 空间问题

一个弹性体受到外因的影响, 它的内部将产生应力和应变。如从这个弹性体中取出一个六面体的微元 (图1-12), 则在这个微元上作用的应力分量有

三个正应力: σ_x 、 σ_y 、 σ_z ,

三个剪应力: $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ 、 $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ 、

$\tau_{zx} = \tau_{xz}$ 。

与以上六个应力分量相对应的六个应变分量, 为

三个正应变: ε_x 、 ε_y 、 ε_z ,

三个剪应变: γ_{xy} 、 γ_{yz} 、 γ_{zx} 。

对于完全弹性的各向同性体, 应力与应变之间的关系为

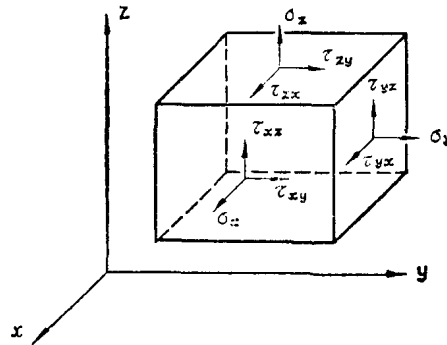


图 1-12

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)], \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)], \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)], \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy}, \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}, \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}. \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

这就是虎克定律。E是拉压弹性模量, G是剪切弹性模量, μ 是泊松系数。三者之间有如下关系:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (1-20)$$

弹性体一点的应力状态 (应变状态) 须用六个应力分量 (应变分量) 描述时, 则属于空间问题。

(二) 平面应力问题

图1-13表示一块薄板, 在板的界面上受到平行于板面又不沿板的厚度而变化的 p_1 、 p_2 、

p_3 各力。以板的中面为 xy 面，令 z 轴垂直于板的平面。在这种情况下，凡平行于 z 轴的应力分量都等于零，即 $\sigma_z, \tau_{xz}=\tau_{zx}, \tau_{yz}=\tau_{zy}$ 均等于零。不等于零的应力分量有 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}=\tau_{yx}$ 。因这三个应力分量都平行于 xy 面，故叫做平面应力问题。

这时，式 (1-19) 变为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu \sigma_y], \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu \sigma_x], \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (1-21)$$

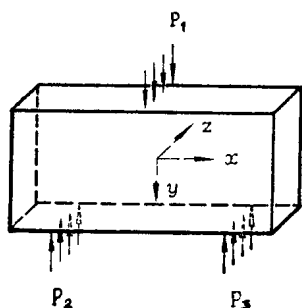


图 1-13

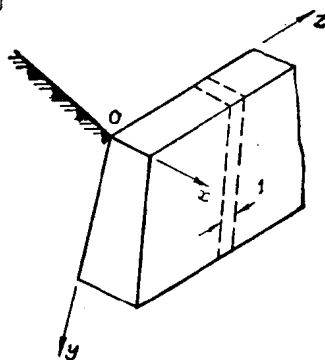


图 1-14

(三) 平面变形问题

图1-14表示一个长的挡土墙，它的横截面、所受的土压力和支承它的地基在沿 z 轴方向都是不变的。

如在挡土墙的中部取出一片截条（图中虚线所示），这个截条由于两侧受到挤压而不产生沿 z 轴方向的变形，只产生平行于 xy 面的变形，所以叫做平面变形问题。

在平面变形问题中，应力分量 $\tau_{xz}=\tau_{zx}, \tau_{yz}=\tau_{zy}$ 均等于零，不等于零的应力分量有 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 及 τ_{xy} 。式 (1-19) 变为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1-\mu^2}{E} \left[\sigma_x - \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_y \right], \\ \varepsilon_y &= \frac{1-\mu^2}{E} \left[\sigma_y - \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_x \right], \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (1-22)$$

因沿 z 轴方向没有变形，即 ε_z 应等于零，由式 (1-19) 的第三式得

$$\sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y). \quad (1-23)$$

故在平面变形问题中，平行于 z 轴的正应力并不等于零。

比较式 (1-21) 与式 (1-22) 可看出，若将式 (1-21) 中的 E 代以 $\frac{E}{1-\mu^2}$ ，将 μ 代以 $\frac{\mu}{1-\mu}$ ，可得出式 (1-22)。由此推论，按平面应力问题的计算式，通过以上的代换就变为平面变形问题的计算式。

在平面变形问题中，应力分量和应变分量只是 x 和 y 的函数，与 z 轴无关。因此，计

算平面变形问题时，可取出一个单位宽的截条（图1-14）进行计算。

图1-15表示的几种地下结构，在地层压力作用下都属于平面变形问题，可取出一个单位宽的截条（图中虚线所示）计算。

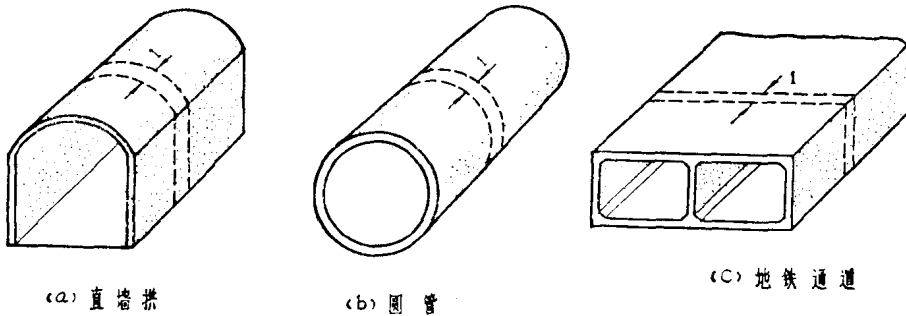


图 1-15

第四节 地下结构计算理论简介

（一）基础梁的计算理论

为了介绍地下结构的计算理论，先说明基础梁的计算理论。

图1-16(a)表示一个基础梁，它承受上部结构传来的荷载 P 和 q 。计算这样的基础梁有三种不同的假定：

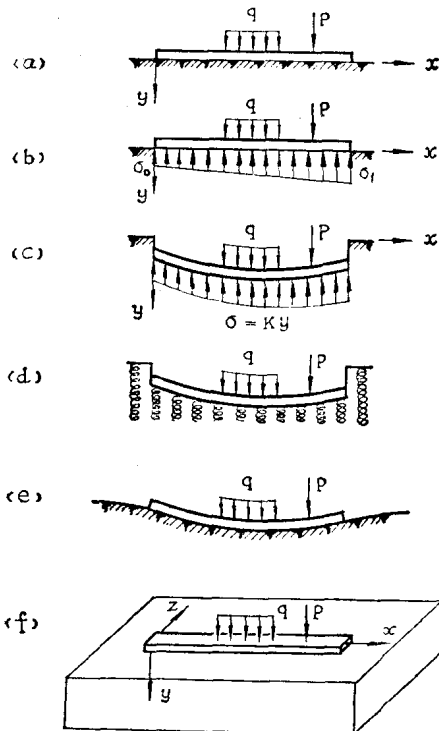


图 1-16

（1）地基反力按直线分布的假定

根据这个假定，地基反力的未知数只有 σ_0 和 σ_1 （图1-16b），可用静力平衡条件求出。求出 σ_0 和 σ_1 后，即可算出梁的任何截面的弯矩与剪力。这个假定虽能使计算简化，但它完全没有考虑地基的物理力学性质和梁的变形，计算的结果往往与实际情况有较大的差异。

（2）温克尔假定

这个假定认为地基反力的大小与该点的地基沉陷量成正比，如图1-16(c)所示，即

$$\sigma = Ky \quad (1-24)$$

式中 σ ——任一点的地基反力（ kg/cm^2 或 t/m^2 ）；

y ——相应点的地基沉陷量（ cm 或 m ）；

K ——弹性压缩系数（ kg/cm^3 或 t/m^3 ）。

弹性压缩系数 K 是使单位面积的地基产生单位沉陷量时所需的力。这个假定的实质，是将地基看成为无限多个各自孤立的弹簧（图 1-16d），弹性压缩系数 K 相当于弹簧常数。按这个假定，地