

Sliding Mode Control Theory
and Its Application

滑模控制理论 及其应用

田宏奇 著

Tian Hongqi



武汉出版社

(鄂)新登字 08 号

滑模控制理论及其应用

田宏奇 著

武汉出版社出版发行

(武汉市江岸区北京路 20 号 邮政编码 430014)

湖北省新华书店经销 军事经济学院印刷厂印刷

中国机械工程杂志社编辑服务中心激光照排

850×1168 毫米 32 开 11.5 印张 字数 289 千字

1995 年 6 月第 1 版 1995 年 6 月第 1 次印刷

印数 1—2 000 册 定价：18.00 元

ISBN7—5430—1344—4/T · 17

本书如有印装质量问题，由承印厂负责调换

前　　言

科学技术的进步和计算机的发展，对自动控制理论提出了更高的要求。近年来，在自动控制理论的研究中，鲁棒控制愈来愈受到人们的重视并取得了众多理论和应用方面的研究成果。目前在线性控制理论中，鲁棒控制的典型代表就是 H^∞ 控制以及随之发展起来的 μ 控制理论。在与此相对应的非线性控制理论中，一种典型的鲁棒控制理论就是所谓变结构控制理论。在这种变结构控制理论中，目前已形成理论体系并最有发展前途的控制理论就是本书将要叙述的滑模控制理论。

滑模控制理论虽已有近三十年的研究历史，但只是在近几年内才得到突飞猛进的发展。目前，世界上许多学者都在从事这方面的研究，每年都有大量的研究论文与报告发表，并已出版了多本研究专辑和专著。在国内，滑模控制理论也已得到了广泛的应用，但系统介绍该控制方法，特别是叙述滑模控制系统的各种实际设计方法的书籍还不

D4H 37 / 09

多见。另外,作为线性鲁棒控制理论的 H^∞ 控制以及 μ 控制理论,目前已具备了基于 MATLAB 和 MATRIXx 仿真语言的软件工具包,用这个 CAD 软件包可以很容易地设计实际控制系统。但对于滑模控制理论,目前还没有形成这类 CAD 软件包,因此给控制系统的设计带来了不便。

鉴于上述情况,著者从滑模控制系统的实际设计角度,为读者提供了这样一本滑模控制理论与应用的书籍。本书将通过大量的例题和应用问题来讲述滑模控制的各种适用系统设计方法,重点放在控制系统的构成与实现,而不追求滑模控制理论的完整而严密的理论证明。同时,本书也总结了迄今为止在滑模控制理论和应用方面的最新研究成果,其中包括许多作者自己近年来的研究成果。

本书不仅可以作为高等学校相近专业的高年级学生以及研究生的教材,而且也可作为有关专业工程技术人员的一本实用入门参考书。本书的主要特点是在介绍滑模控制理论的基础上,着重讲解控制方法的工程应用。读者能够通过本书了

解滑模控制系统的根本特性、系统设计方法以及在实际应用中应综合考虑的问题。.

由于著者水平有限，倘若书中存有不足之处，敬请读者批评指正。

最后，向在百忙之中对本书给予支持、鼓励并提出许多宝贵意见的中国科学院院士杨叔子教授深表感谢；向在本书出版、发行中给予了大量支持和帮助的武汉出版社的朋友们表示诚挚的谢意。

田宏奇于日本东京

1995年5月

目 录

第一章 绪论	(1)
1. 1 滑模控制理论的基本概念	(1)
1. 2 线性系统滑模控制简述	(5)
1. 2. 1 基本定义	(6)
1. 2. 2 切换方式	(8)
1. 2. 3 达到条件与控制律	(9)
1. 3 滑模控制系统的基本特性	(11)
1. 3. 1 滑动模态的存在条件	(11)
1. 3. 2 等价控制输入	(12)
1. 3. 3 滑动模态的零点概念	(13)
1. 3. 4 滑模控制系统的鲁棒性	(14)
1. 3. 5 滑动模态的领域	(15)
1. 3. 6 滑动模态的切换频率	(16)
1. 4 滑模控制理论的发展历史、研究现状以及未来展望	(18)
第二章 连续线性系统的滑模控制	(23)
2. 1 切换超平面的设计	(23)
2. 1. 1 极点配置设计法	(23)
2. 1. 2 特征向量配置设计法	(26)
2. 1. 3 最优化设计法	(29)
2. 1. 4 系统零点设计法	(31)
2. 1. 5 给定极点区域的极点配置设计法	(32)

2.2 滑动模态控制器的设计	(37)
2.2.1 固定顺序控制器的设计	(37)
2.2.2 自由顺序控制器的设计	(41)
2.2.3 最终滑动模态控制器的设计	(46)
2.2.4 线性控制与非线性控制器的设计	(51)
2.3 滑模控制系统的频域设计法	(55)
2.3.1 一般频率成形切换平面的设计	(55)
2.3.2 最优频率成形切换平面的设计—基于 H^2 控制理论 的设计	(57)
2.3.3 基于 H^∞/μ 控制理论的滑模控制系统设计	(60)
2.4 参数可变型超平面的滑模控制系统设计	(64)
2.4.1 多段滑模平面的滑模控制系统	(65)
2.4.2 具有旋转超平面的滑模控制系统	(67)
2.4.3 具用平移超平面的滑模控制系统	(71)

第三章 线性不确定系统的滑模控制 ... (73)

3.1 已知不确定量上界值的滑模控制	(73)
3.1.1 上界值满足匹配条件的滑模控制	(73)
3.1.2 上界值不满足匹配条件的滑模控制	(77)
3.2 未知不确定量的自适应滑模控制	(84)
3.2.1 自适应滑模控制	(85)
3.2.2 辨识上界值的滑模控制	(86)
3.2.3 自适应鲁棒滑模控制	(88)
3.3 大系统的滑模控制	(90)
3.4 动态输出反馈系统的滑模控制	(97)
3.4.1 基于几何空间的输出反馈滑模控制	(97)
3.4.2 基于等价控制的输出反馈滑模控制	(106)

第四章 伺服系统与模型跟踪系统 的滑模控制 (115)

4.1 带有积分项的滑模伺服控制	(115)
-------------------------	-------	-------

4.1.1	单输入规范系统的滑模伺服控制	(115)
4.1.2	基于内部模型的滑模伺服控制系统	(119)
4.1.3	三阶惯性质量系统的位置伺服滑模控制	(123)
4.2	基于运动方程的滑模目标跟踪控制	(128)
4.2.1	一般运动系统的滑模目标跟踪控制	(128)
4.2.2	机器手模型的自适应滑模轨迹跟踪控制	(133)
4.2.3	带有积分项的滑模轨迹跟踪控制	(140)
4.3	线性系统模型跟踪滑模控制	(142)
4.3.1	一般系统的模型跟踪滑模控制	(142)
4.3.2	自适应模型跟踪滑模控制	(148)
4.3.3	大系统模型跟踪滑模控制	(154)

第五章 滑模控制系统中的抖动控制

	(160)
5.1	滑模控制系统的抖动概论	(160)
5.2	采用饱和函数的抖动消除法	(164)
5.2.1	调节系统的抖动消除法	(164)
5.2.2	跟踪系统的抖动消除法	(172)
5.2.3	二阶滑模控制的抖动消除法	(178)
5.2.4	改进型饱和函数的抖动消除法	(181)
5.3	采用光滑函数的抖动消除法	(184)
5.4	采用连续函数的抖动消除法	(191)
5.4.1	线性连续控制法	(192)
5.4.2	非线性连续控制法	(195)
5.4.3	模型跟踪连续控制法	(198)

第六章 基于滑模控制的状态观测器设计和系统参数辨识

器设计和系统参数辨识	(201)
6.1	一般型低阶状态观测器的设计	(201)
6.2	鲁棒型滑模状态观测器的设计	(205)

6.2.1	滑模观测器的基本形式及特性	(205)
6.2.2	采用滑模观测器的滑模控制系统特性	(212)
6.2.3	低阶鲁棒型滑模观测器的设计	(218)
6.3	自适应型滑模状态观测器的设计	(220)
6.4	非线性系统滑模观测器的设计	(226)
6.5	基于滑模控制的系统参数辨识	(227)
6.5.1	基于滑模控制的直接辨识法	(228)
6.5.2	基于滑模控制的间接辨识法	(231)

第七章 离散时间系统的滑模控制 (234)

7.1	单输入离散滑模控制系统	(235)
7.1.1	滑模超平面的设计	(235)
7.1.2	滑模控制器的设计	(236)
7.1.3	消除系统抖动的滑模控制器设计	(239)
7.2	多输入离散滑模控制系统的设计	(243)
7.3	伺服系统的离散滑模控制设计	(248)
7.4	基于差分方程的离散滑模控制系统	(253)
7.4.1	调节系统的滑模控制设计	(253)
7.4.2	自适应系统的滑模控制设计	(255)
7.5	基于线性控制的离散滑模控制设计	(257)

第八章 滑动模态控制系统的应用 (261)

8.1	机器人手臂系统的滑模控制	(261)
8.1.1	机器人手臂的运动方程及其特性	(261)
8.1.2	滑模控制系统的应用	(263)
8.1.3	实验对象与实验结果分析	(265)
8.1.4	考虑目标值加速度项的滑模控制	(268)
8.2	电机系统的滑模控制	(271)
8.2.1	直流电机中的滑模控制	(272)
8.2.2	感应电机中的滑模控制	(274)
8.2.3	同步电机中的滑模控制	(276)

8.2.4	采用干扰观测器的直流电机滑模控制	(279)
8.3	伺服驱动系统的滑模控制	(284)
8.3.1	数控机床位置伺服系统的滑模控制	(285)
8.3.2	基于滑模控制的机床切削力适应控制	(292)
8.4	电磁悬浮轴承系统的滑模控制	(298)
8.4.1	柔性轴—电磁悬浮轴承系统中的连续时间滑模控制	(298)
8.4.2	柔性轴—电磁悬浮轴承系统中的离散时间滑模控制	(304)
8.5	减振系统中的滑模控制	(315)
8.5.1	电磁齿轮传动系统的滑模控制	(315)
8.5.2	塔状高层建筑物的滑模控制	(321)
8.6	航天航空系统的滑模控制	(327)
8.6.1	大气层内的飞行控制	(327)
8.6.2	外大气层的飞行控制	(329)
8.7	电力系统的滑模控制	(330)
8.7.1	电网系统中的滑模控制	(331)
8.7.2	发电厂的滑模控制	(332)
8.8	过程控制系统中的滑模控制	(334)
	参考文献	(336)

第一章 绪 论

近年来,鲁棒控制系统的研究,不仅在理论上而且在实际应用上都取得了巨大的成果。在这种形势下,作为非线性鲁棒控制理论的代表,变结构控制理论在世界范围内得到了广泛的重视,也有了愈来愈多的工业应用。

绪论将对变结构控制的形成和作用给予必要的论述;对线性系统的滑模控制的定义和基本特性给予概括的介绍;最后,对滑模控制系统的发展历史、研究现状以及研究方向作一综合的叙述。

1.1 滑模控制理论的基本概念

当今,在变结构控制系统(variable structure control system)之中,滑模控制系统(sliding mode control system)已形成了一套比较完整的理论体系,并已广泛地应用于各种工业控制对象之中。这种滑模控制系统的最大特点就是系统具有极强的鲁棒性,即对被控对象的模型误差、对象参数的变化以及外部干扰有极佳的不敏感性。现在,作为非线性系统中的鲁棒控制理论代表—滑模控制理论已与线性系统中的 H^∞ 控制理论一样,在工程界得到广泛深入的研究,并不断地取得新的理论上和实验中的成果。

滑模控制系统究竟是如何形成的,又有些什么特征呢?本节将通过对简单二阶线性系统的分析来回答这个问题。

现在考虑下列二阶系统:

注:本书内用粗(黑)斜体表向量,如: $\dot{x}, \ddot{x}, q, \dot{q}, \ddot{q}, \dots$;以向量组成的函数簇,如: $\sigma(x), u(x)$,则记为 $\sigma(x), u(x)$ 。

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 2y - x + u \\ u = -\psi x \end{cases} \quad (1-1)$$

其中反馈增益为：

$$\psi = \begin{cases} 4 & \text{当 } \sigma(x, y) > 0 \\ -4 & \text{当 } \sigma(x, y) < 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

这里函数 $\sigma(x, y)$ 定义为：

$$\sigma(x, y) = Sx, \quad S = 0.5x + y \quad (1-3)$$

闭环系统的结构框图如图 1—1 所示。若要使式(1—3)中的函数 $\sigma(x, y)$ 为零，则有以下两种情况：

$$x=0 \quad \text{或} \quad S=0.5x+y=0 \quad (1-4)$$

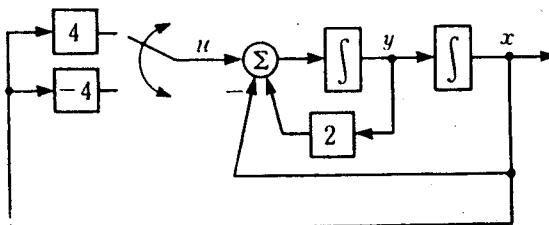


图 1—1 闭环系统结构框图

如图 1—2 所示，上述两个函数在相平面上将函数 $\sigma(x, y)$ 分成为不同的区域。在此，我们可以将式 (1—4) 称为切换线 (switching line)，将函数 $\sigma(x, y)$ 称为切换函数 (switching function)。如果随着相空间维数的增

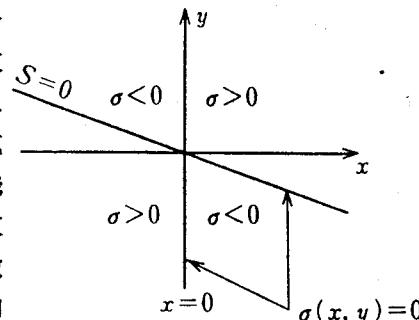


图 1—2 系统切换领域

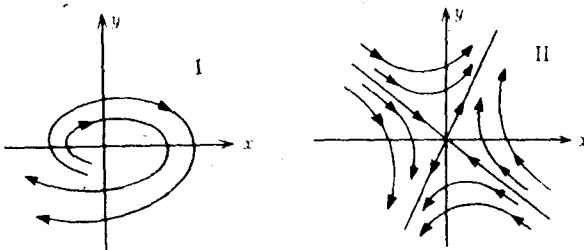
加,这种切换线将变成切换平面(switching surface),若超过三维空间,就将变成在几何图形上无法表达的超平面(hyperlane)。此时,系统的反馈增益根据式(1—2)所定义的函数 $\sigma(x, y)$ 的符号进行切换。因此,可以将由式(1—1)和式(1—2)所构成的系统在相平面上分解为两个不同的领域进行分析。

领域一,当 $\sigma(x, y)=Sx>0$ 时,系统为:

$$\begin{cases} \dot{x}=y \\ \dot{y}=2y-x-4x=2y-5x \end{cases} \quad (1-5)$$

领域二,当 $\sigma(x, y)=Sx<0$ 时,系统为:

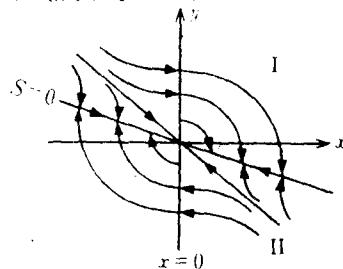
$$\begin{cases} \dot{x}=y \\ \dot{y}=2y-x+4x=2y+3x \end{cases} \quad (1-6)$$



(a)相平面轨迹(式 1—5) (b)相平面轨迹(式 1—6)

图 1—3(a)、(b)分别给出了式(1—5)、(1—6)所对应的相平面轨迹。其中,式(1—5)的平衡点在原点为不稳定焦点;而式(1—6)的原点为鞍点,也是不稳定性。

式(1—1)、(1—2)所描述的系统在相空间的动特性可以分别由式(1—5)所给出的轨迹



(c)相平面轨迹(式(1—1), 式(1—2))

图 1—3 相平面轨迹

(领域 I)以及式(1—6)的轨迹(领域 II)来确定,其结果如图 1—3(c)所示。为了讨论系统在相平面的特性,有必要研究系统在函数 $\sigma(x, y)=0$ 时的轨迹。首先看直线 $x=0$,很明显,在直线 $x=0$ 上的点都是稳定点,没有急剧的变化。其次,对切换线

$$S=0.5x+y=0.5x+\dot{x}=0 \quad (1-7)$$

则不难证实系统状态都沿着图 1—3(c)所示轨迹趋向切换线。因此,这些点将沿着切换线 S 滑动,并受其约束,直至滑向原点。求解式(1—7)所示的微分方程,可得:

$$x(t)=x_0 e^{-0.5t} \quad (1-8)$$

上式表明滑动运动是按指数稳定的,且沿 $S=0$ 趋向原点。这里所述的在切换线上的状态向原点的滑动,就称为滑模运动(sliding mode)。从上述例子中可以看出,相平面上两个完全不相同的非稳定系统,可以通过滑模控制,在相平面上产生一个新的稳定系统。

在一般情况下,我们可以将滑模运动分解为两个部分,第一部分为达到模态,即非滑模运动。这个模态表示从相平面上任意点出发的状态轨迹向切换线方向运动,并在有限时间内到达该切换线。第二部分就是滑模运动,它表明系统轨迹将沿着由式(1—7)所给定切换线在相平面上渐近趋向原点。

由上述的滑模控制系统,我们可以得到以下四个基本特征:

(1) 相平面上的原点表示系统的平衡状态,而滑模运动则表示系统在过渡期间的特性,也就是说,直线 S 定义了在滑模运动中系统的过渡响应。

(2) 在滑模运动过程中,式(1—7)所示的系统轨迹运动方程的阶次低于式(1—1)所示的原系统方程的阶次。

(3) 在滑模运动过程中,直线 S 的参数唯一确定了轨迹的动力特性。

(4) 由式(1—5)和式(1—6)所定义的两个不同结构的系统,对滑模运动都存在着独立的轨迹。

在上述系统的控制过程中我们可以看到,系统对象式(1—1)、(1—2)可由式(1—5)所示的一种控制结构切换到由式(1—6)所示的另一种控制结构之中,这就是本书提到的变结构控制系统。但在这里,这种变结构控制系统是通过滑模运动方式来实现结构变换的,所以为了突出滑模运动的作用,就称这种控制系统为滑模控制系统。由此可知,滑模控制系统是变结构控制系统中的一种特定系统,本书将主要论述这类滑模控制系统的设计理论与方法。

下面,我们将上述结果推广到一般的线性系统中,来讨论滑模控制系统的设计问题。设一般线性时变系统为:

$$\dot{x} = A(x, t)x + B(x, t)u(x, t) \quad (1-9)$$

其中, $x \in R^n$, $u \in R^m$, 对此系统我们有:

(1) 存在着 m 个切换函数以向量形式组成函数簇 $\sigma(x)$ 。

(2) 此时的滑模控制结构为:

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+(x, t) & \text{当 } \sigma(x) > 0 \\ u^-(x, t) & \text{当 } \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (1-10)$$

对上述要求,如果系统满足达到条件(reaching condition),则系统状态可在有限时间内达到集合 $\sigma(x) = 0$ 。为了实现上述控制要求,我们需要如下的设计过程:

(1) 根据所需的系统动特性设计一个切换超平面簇 $\sigma(x) = 0$,而该切换超平面簇的维数要低于给定的控制对象。

(2) 设计一个滑动控制律 $u(x, t)$,使在切换超平面之外任意点之处的状态 x 在有限时间之内达到该切换超平面。一旦状态到达切换超平面,则根据过程(1)所设定的动态特性产生滑模运动。在这种情况下,整个滑模控制系统将是全局渐近稳定系统。

在本书中,我们将主要研究线性系统的滑模控制设计。

1.2 线性系统滑模控制简述

现在我们讨论一般线性时不变系统的滑模控制问题。设一般

线性系统有如下形式：

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1-11)$$

这里， $x \in R^n$, $u \in R^m$ 。下面我们将对上述线性系统分别给出滑模控制的基本定义、切换方式、达到条件以及控制律。

1.2.1 基本定义

定义 1：变结构控制系统的结构取决于函数 $\sigma(x)$ 的符号。这个函数 $\sigma(x)$ 就称为切换函数 (switching function)。在本书中，限定这个函数为线性函数，且维数为 m ，即：

$$\sigma(x) = Sx \quad (1-12)$$

其中：

$$\sigma(x) = [\sigma_1(x), \sigma_2(x), \dots, \sigma_m(x)]^T$$

这里 T 为转置，因此有：

$$S = [S_1^T, S_2^T, \dots, S_m^T]^T \quad (1-13)$$

这样对每一个分量有：

$$\sigma_i(x) = S_i^T x \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (1-14)$$

切换函数的每一个分量 $\sigma_i(x)$ 都包含有一个线性平面 $\sigma_i(x)=0$ ，定义这个平面为切换平面 (switching surface)。由 i 个切换平面将组成一个切换簇 (switching manifold)。另外，由于切换函数 $\sigma(x)$ 是线性函数，切换平面也可以称为切换超平面 (switching hyperplane)。

定义 2：设在初始时刻 t_0 时，系统的初始状态为 x_0 ，时刻 t 时状态为 $x(t)$ 。另外，设超平面 σ^* 包含原点 $x=0$ 。则此时对于任意在 σ 之上的状态 x_0 ，在 $t > t_0$ 之后，都有 $x(t)$ 存在于 σ 之中。此时， $x(t)$ 就是系统的滑动模态或称为滑模运动 (sliding motion)。

定义 3：如果 σ 上的任意点都是终点，也就是说，对 σ 上的任意点都有从 σ 两边达到 σ 的轨线存在，则称切换面 σ 为滑动平面

• 注： σ 是 $\sigma(x)$ 的一种简写，以后再出现类似情况时，不再一一注明。

(sliding surface)。

定义 4: 系统状态趋向并达到滑模平面的条件称为达到条件 (reaching condition)。

根据上述定义, 下面说明对于 m 个输入的 n 阶线性系统, 将存在着 $2^m - 1$ 个切换平面。

(1) 设矩阵 S 的第 i 行向量为 S_i^T , 这样, $S_i^T x = 0$ 就定义了一个 $n-1$ 维的切换平面 σ_i 。而这样的切换面有如下 m 个:

$$\sigma_i = S_i^T x = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (1-15)$$

(2) 其次考虑两个切换面 σ_i 和 σ_j ($i \neq j$) 的交线。它们的交线构成了一个 $n-2$ 维的切换面。这样的交线总数形成了在 m 个中取 2 的排列组合问题:

$$\binom{m}{2} = \frac{m!}{(m-2)! 2!} = \frac{m(m-1)}{2} \quad (1-16)$$

上述个数的切换面可定义为:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \{\sigma_i = S_i^T x = 0; \sigma_j = S_j^T x = 0\} \\ &= \sigma_i \cap \sigma_j \quad i, j = 1, 2, \dots, m, i < j \end{aligned} \quad (1-17)$$

图 1-4 给出了其交线的几何解释。由图可知, 两个平面 σ_1 和 σ_2 的交线构成了 σ_{12} 的切换面, 它为一直线。

(3) 接下来可以用与式 (1-17) 完全相同的方法来定义包含多个 σ_i 平面的相交平面。例如, 包含 $\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k$ 的相交平面可以由 $n-3$ 维的切换面

$\sigma_{i,j,k}$ 定义, 而这样的相交平面有 $\binom{m}{3}$ 个。

(4) 最后, 在 $n-m$ 维上, 只存在一个切换平面 σ_e , 它是所有切

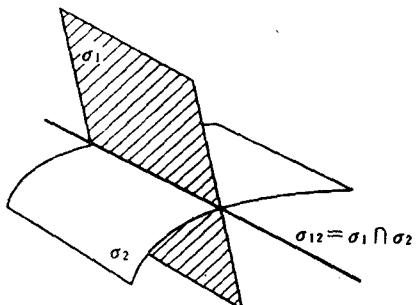


图 1-4 切换面的几何解释