

电子测量原理与 模拟电路实验

华南盾
朱 杰
张林欣
编著

上海交通大学出版社

1.1-32

电子测量原理与模拟电路实验

501

华南盾 朱 杰 张林欣 编

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书为电子类专业模拟电路实验教材,内容共分两篇:第一篇为电子测量原理,介绍测量误差分析、主要电量(电压、频率、相位和时间)测量方法、常用电子仪器工作原理及应用;第二篇为模拟电路实验,共有15个实验,内容有线性与非线性电路、低频和高频电路。

本书可作电子类本科、大专的模拟电路实验教材和电子测量教材,也可供从事电子电路及设备研制的工程技术人员参考。

(沪)新登字 205 号 电子测量原理与模拟电路实验

出版:上海交通大学出版社

(上海市华山路1954号·200030)

字数: 317000

发行:新华书店上海发行所

版次: 1993年3月 第1版

印刷:常熟市文化印刷厂

印次: 1993年3月 第1次

开本: 787×1092(毫米) 1/16

印数: 1—2000

印张: 13

ISBN 7-313-01214-4/TM·93

定价: ~~5.50~~^{6.50} 元

前 言

通信工程、无线电技术等电子类专业都是技术性较强的工科专业。从事这些专业的工程技术人员不仅应具有较丰富的理论知识,还应有较强的实际操作能力,否则将难于适应当代科学技术的发展,因此,加强实践性教学环节已愈来愈被广大教学工作者和学生所重视。实验独立设课是加强实践教学环节的一个重要措施、实验课与课堂教学相对独立,而又相辅相成。实验课主要任务是培养学生理论联系实际能力,实际操作能力,以及独立工作能力和科学实验能力。从1979年起我校已为“通信工程”和“无线电技术”两专业开设了两门实验课:模拟电路测量与实验和数字逻辑电路实验,并编写了相应的实验教材(见主要参考资料[1])。

经过多年的教学实践,特别是为了适应模拟集成电路的发展,模拟电路实验课的教学计划已作过多次修订,实验内容也不断更新,为了适应当前教学的需要作者编写了本教材。

电路和信号的基本测量方法,以及正确使用电子仪器都是模拟电路实验的主要内容,所以模拟电路实验是与电子测量技术紧密相联,要求学生做好实验必须同时要求他们能掌握最基本的电子测量技术。为此,作者就把电子测量和模拟电路实验两部分教学内容编入同一本教材,这样有利于教师组织教学和学生自学。

本教材分两篇,第一篇电子测量原理,有六章,分别介绍测量误差分析和数据处理;频率、相位和时间测量;电压测量;示波器和示波测试技术;频域测量;电路元件与电子器件参数测量。第二篇为模拟电路实验,共有 RC 放大器、运算放大器的参数测试、运算放大器线性应用、有源滤波器、可控增益放大器、负反馈放大器,集成图像中放和检波、集成伴音中放和鉴频、集成音频功率放大器、幂级数的系数测定、非线性电阻器的频率变换、模拟乘法器测试和应用、文氏电桥振荡器、集成锁相环路、晶体管小功率发射机的设计与实验共15个实验,包括线性电路和非线性电路实验、低频电路和高频电路实验,实验所采用器件是以模拟集成电路为主。第一篇第一章、第二章和第六章由华南盾编写;第一篇第三章、第四章和第五章由朱杰编写;第二篇模拟电路实验由张林欣整理编写。

我校电子类专业的模拟电路实验改革已经历了十多年,其间有许多教师和实验室工程技术人员为实验教学改革和实验课建设作出了很大的贡献,特别是陈祖浩、戴整前、邱重生、谷晓晨、蔡和元、黄少军等同志在开设新实验和更新实验内容方面都作了大量工作,在此表示感谢。

由于编者水平有限,书中可能有错误和不妥之处,恳请广大读者批评指教。

编者 1993年1月

E4017/N09

目 录

第一篇 电子测量原理

第一章 测量误差分析和数据处理	3
§ 1-1 测量概述	3
§ 1-2 误差定义与分类	6
§ 1-3 系统误差	7
§ 1-4 随机误差	10
§ 1-5 粗差	16
§ 1-6 直接测量的数据处理	18
§ 1-7 间接测量的误差	20
§ 1-8 误差合成	21
第二章 频率、相位和时间测量	24
§ 2-1 频率测量基本方法	24
§ 2-2 计数法测量频率和周期	26
§ 2-3 电子计数器的应用	31
§ 2-4 相位差测量	33
第三章 电压测量	37
§ 3-1 概述	37
§ 3-2 交流电压的测量	39
§ 3-3 数字式电压表	57
第四章 示波器及示波测试技术	71
§ 4-1 时域测量和频域测量	71
§ 4-2 示波器的基本组成和工作原理	75
§ 4-3 取样示波器	91
§ 4-4 记忆和数字存储示波器	95
§ 4-5 示波器的应用	99
第五章 频域测量	104
§ 5-1 线性系统的正弦波测量	104
§ 5-2 扫频测量技术	106
§ 5-3 非线性失真的测量	111
§ 5-4 信号频谱分析	115
第六章 电路元件与电子器件参数测量	119
§ 6-1 电阻器测量	119
§ 6-2 电容器和电感器测量	121
§ 6-3 模拟集成电路参数测量	123

§ 6-4 用晶体管特性图示仪测量半导体器件	134
------------------------------	-----

第二篇 模拟电路实验

实验一 RC 放大器	141
实验二 运算放大器的参数测试	142
实验三 运算放大器线性应用	147
实验四 有源滤波器	150
实验五 可控增益放大器	156
实验六 负反馈放大器	157
实验七 集成图像中放和检波	164
实验八 集成伴音中放和鉴频	170
实验九 集成音频功率放大器	176
实验十 幂级数的系数测定	179
实验十一 非线性电阻器的频率变换	181
实验十二 模拟乘法器测试和应用	185
实验十三 文氏电桥振荡器	191
实验十四 集成锁相环路	193
实验十五 晶体管调频小功率发射机的设计与实验	193
主要参考资料	199

第一篇

电子测量原理

第一章 测量误差分析和数据处理

§ 1-1 测量概述

一、测量和物理量单位

测量是人们对客观事物取得数量概念的认识过程。在这一过程中,人们通过物理实验方法把被测量与其同种类的单位进行比较,并确定被测量为物理单位的若干倍,或者是该单位的几分之一。例如,我们测得一电阻器上的电压降为 5mV ,这就是说,这个电阻器上的压降等于以伏为单位的千分之五。对任何一个物理量的测量结果是一个有名数,它由数值(被测量与单位的比值)和单位名称两部分组成。

为了便于测量和交流信息,需要有公认的物理单位和统一的单位制。单位制的确定是靠建立精确的共同标准来实现。早期的标准都是原器标准,即用实物体的物理特性来定义物理单位;标准千克是质量原器标准;标准米是长度原器标准;标准电池是电动势的原器标准等等。有了统一标准以后,测量中所使用的量具都要以它们为基础进行复制,而仪器、仪表的刻度也必须按标准器确定的单位进行定度。由于过去的电磁单位都建立在原器标准的基础上,因此标准的精度较低;此外,原器标准还有会随时间而变化 and 容易损坏等缺点。因此,随着科学技术的发展,人们尽量设法用原子特性或物理常数来建立单位和自然标准,以取代原器标准。近年来,作为最基本物理单位的秒和米已按照原子标准来定义;但由于目前建立原子标准成本较高,因此原器标准作为低一级的计量工具还是广泛被使用,例如,标准电池至今还是被用作电压的标准。

我国现在采用的单位制是国际单位制,这是在1960年第十一届国际计量大会上建立的一种单位制,缩写符号为SI。在这一单位制中,以米(m,长度)、千克(kg,质量)、秒(s,时间)、安培(A,电流)、开尔文(K,热力学温度)、坎德拉(cd,发光强度)六个量作为基本单位。在1977年第十四届国际计量大会上,又通过增加一个新的基本单位,即摩尔(mol,物质的量)。在这些基本单位中只有质量单位千克仍采用原器标准。

国际单位制中一些常用的电磁量与力学量的单位有以下几种:

a. 米(m) 长度单位。它等于 ^{86}Kr (氪)原子在 $2p_{10}$ 和 $5d_3$ 级之间的跃迁所对应的辐射在真空中的165,076,373个波长的长度。

b. 千克(kg) 质量单位。它等于国际千克原器的质量。

c. 秒(s) 时间单位。它等于 ^{133}Cs (铯)原子在基态的两个超精细能级间的跃迁所对应的辐射919,2631,770个周期的持续时间。

d. 安培(A) 电流单位。它被这样定义:如果在真空中两根相距1米的无限长且其圆截面小得可忽略不计的平行导线内维持1安培恒定电流,就会在这两根导线之间产生 2×10^{-7} 牛顿/米的作用力。

e. 伏特(V) 电位差单位。当载有1安培恒定电流的一根导线的两点间耗散1瓦特功率时,该两点间的电位差为1伏特。

f. 欧姆(Ω) 电阻单位。当把1伏特恒定电位差加在一根导线的两点之间,而在该导线中产生1安培电流时,该导线两点间的电阻为1欧姆(该导线内不存在任何电动势)。

g. 库仑(C) 电量单位。1安培电流在1秒时间内运输的电量为1库仑。

h. 法拉(F) 电容单位。当一个电容器上充以1库仑的电量而在该电容器极片之间呈现1伏特的电位差时,该电容器极片间的电容为1法拉。

i. 亨利(H) 电感单位。当一个闭合电路中的电流以1安培/秒的速率均匀地变化,而在该闭合电路内产生1伏特电动势时,该闭合电路的电感为1亨利。

j. 韦伯(Wb) 磁通量单位。当与一匝电路相交链时,随着磁通量以均匀的速率于1秒时间内降低到零,在该电路内产生1伏特电动势的磁通量为1韦伯。

k. 特斯拉(T) 磁感应强度单位。它等于1韦伯/米²。

国际单位制是以实用单位制为基础发展起来的,目前已被许多国家所采用。

二、基准器和量值传递

为了保证量具和测量仪器的一致性和准确性,除了建立统一单位制之外,还必须建立各种精确的标准作为法律依据。国家计量的最高标准称为基准器,简称基准。基准器就是从法制规定的基本单位定义出发,用最先进的科学技术和工艺建立起来的某一单位定义复现,而且具有最高精确度。然而,基准器并非是恰好能复制出测量单位的整数倍,例如电动势的基准器——标准电池,它的电动势为1.0186V。按精确等级以及在量值传递中的从属关系,同一单位的基准器,可分为:主基准器、作证基准器、比较基准器和工作基准器等。

a. 主基准器 具有测量技术发展到现在所能达到的最高精度(称为计量学精度)。主基准器是全国单位统一的依据。

b. 副基准器 是由主基准器确定量值的基准器,具有计量学精度,在量值传递中一般可代表主基准器。

c. 作证基准器 具有计量学精度,用来检验主基准器的完善性。

d. 比较基准器 用来与国际计量机构进行国际校验的基准器。

e. 工作基准器 在日常进行量值传递的计量工作中所使用的基准器。

以上各类基准器中,一般将主基准器归属于一级基准;副基准器、比较基准器、作证基准器属于二级基准;工作基准器属于三级基准。

由国家基准器传递至地方的计量量具称为标准器,简称标准,例如:标准电池、标准电容等等。它们供各级计量部门在校验工作量具或仪器时使用,其精度一般都低于基准器。

由于基准器和标准器都是非常精密的量具,一般不直接用在测量上,所以要用各级标准器把标准逐级传递给各类工作量具。为此,就需要建立量值传递体制。在这个体制中,从基准到各级标准,直至精密测量设备,按精度的高低分为若干个级别。在每一级中,基准或标准的精确度、测量程序、方法和设备以及机构等等都由法制计量机构明文规定或审查批准。从基准器到生产上使用的量具组成了一个像金字塔形的量值传递关系,它保证了全国各地、各部门所使用的量具的一致性和准确性。

三、无线电计量分类

由于测量的对象不同,物理量的计量可分为十大类:长度计量、热学计量、力学计量、电

磁计量、无线电计量、时间频率计量、放射性计量、光学计量、声学计量、化学计量。

无线电计量是指无线电技术所用全部频率范围内的一切电气特性的计量。由于无线电测量技术涉及范围很广,所以无线电计量的项目也就名目繁多,并且与电磁计量、声学计量、时间频率计量、以及光学计量等都密切相关。例如:无线电计量中的高频电压,就是从电磁计量伏特基准传递下来的,它与电磁计量的区别仅在于频率的高低;又如,在无线电设备中,频率稳定度是一个重要指标,所以在无线电计量中是离不开时间、频率计量的。

根据测量的参量不同,无线电计量可分为:

1. 电能量计量

有高频电流 I 、高频电压 V 和高频功率 P 等项目。由于三者之间有 $P=VI$ 的关系,因此只有两个量是独立的,测出了两个量就能知道第三个量。通常以电压和功率作为基本量。这样,相应的就有电压计量和功率计量。

2. 电路参数计量

有电阻 R 、电容 C 、电感 L 、品质因素 Q 、损耗角 δ , 以及复阻抗 Z 等项目。

3. 电信号计量

有信号波形、频谱、非线性失真系数、频率稳定度、调幅度、调频指数或频偏、相位等项目。

4. 其他无线电计量

有衰减、增益、噪声、驻波系数等项目。

目前我国已建立了高频电压、高频功率、衰减、脉冲、频率、 Q 值、相位、噪声和驻波等项标准,开展了对电子电压表、示波器、信号发生器、衰减器、功率计、高频 Q 表、振荡器、频率计等无线电测量仪器的检定工作。

四、测量方法的分类

从获得测量结果所采用的不同方法来区分,测量可分为直接测量、间接测量和组合测量。

(1) 直接测量

被测量的数值 y 可由实验直接获得,例如用电压表测量电压、电流表测量电流等。直接测量可用下式表示:

$$y = x \quad (1-1)$$

式中 y 是被测量值, x 是在实验中直接测得的量值(测定值)。

直接测量具有操作简便、测量时间短等优点,广泛应用于工程测量中。

(2) 间接测量

未知量不能直接从测量中获得,而是要从直接测量所得到的结果 $x_1, x_2, \dots, x_i$ 经函数关系式运算后求得:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i) \quad (1-2)$$

例如,电热器通电后释放的热量为:

$$Q = 0.24RI^2t \quad (1-3)$$

式中 R ——电热器的电阻值;

I ——通过电热器的电流强度;

t ——通电时间。

因此要测量热量 Q ，先要测量电流强度 I 、阻值 R 和通电时间 t ，然后按上式计算 Q 值。

间接测量用于以下三种情况：被测量不能直接测得；直接测量较复杂；间接测量能获得更高的精度。

(3) 组合测量

以上两种测量的未知量都只有一个，而当测量的未知数有两个以上时，就需要在以上两个测量方法基础上，通过解联立方程获得未知量，这就是组合测量。方程式的组成应根据所求未知量性质，可按测试条件不同或者可按这些未知量不同组合列出。下面以测量标准电阻线圈的三个参数为例加以说明。

标准电阻线圈的电阻值与温度的关系可用下式表示：

$$R_t = R_{20} + \alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2 \quad (1-4)$$

式中 R_t ——温度为 t 时的电阻值；

R_{20} ——温度为 20°C 时的电阻值；

α, β ——温度系数。

测量目的是要获得 R_{20}, α, β 三个参数，有了这三个参数就可计算出标准电阻线圈在任何温度 t 时的电阻值。为了求得这三个参数，至少需要在三个不同温度 t_1, t_2, t_3 的条件下测量 R_t 的值： R_{t1}, R_{t2}, R_{t3} ，并代入式(1-4)，然后解方程组就可得出最终结果：

$$\begin{cases} R_{20} + \alpha(t_1 - 20) + \beta(t_1 - 20)^2 = R_{t1} \\ R_{20} + \alpha(t_2 - 20) + \beta(t_2 - 20)^2 = R_{t2} \\ R_{20} + \alpha(t_3 - 20) + \beta(t_3 - 20)^2 = R_{t3} \end{cases} \quad (1-5)$$

在以上三种测量方法中，间接测量和组合测量都与直接测量有关，所以直接测量是测量的基础，它的测量精度直接影响到其他两种测量的精度。

§ 1-2 误差定义与分类

在测量过程中，一个较困难的问题是确定测量精度。它不仅取决于所使用的仪器精度，而且受到许多其他条件的影响(在很大程度上取决于操作人员的技术熟练程度)。然而，不管使用何种仪器，也不管谁来使用仪器，测量结果总要产生一些偏差。我们称这种偏差为测量误差，简称误差。常用的误差定义和表达式有以下几种：

一、绝对误差

一个被测量的测定值与真值之差称为绝对误差。真值又称理论值，即被测量客观存在的真实大小。但真值总是未知的，因为在任何测量中误差是不可避免的。因此在实际测量中，常用高一级的标准仪器的测定值当作近似真值，而称之为实际值，在计算绝对误差时，就用实际值代替真值。

绝对误差可用下式表示：

$$\Delta x = x - x_0 \quad (1-6)$$

式中 x_0 ——被测量的真值；

x ——测定值；

Δx ——测量绝对误差。

绝对误差的负值,即真值与测定值之差 g , 称为测量的校正值

$$g = x_0 - x = -\Delta x_0 \quad (1-7)$$

上式可改写成

$$x_0 = x + g \quad (1-8)$$

该式说明,真值等于测定值与其校正值的代数和。

二、相对误差

测量的绝对误差与被测量的真值的百分比 γ 称为相对误差,即

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_0} 100\% \approx \frac{\Delta x}{x} 100\% \quad (1-9)$$

由于 x_0 与 x 的数值很接近,在求相对误差时一般可将上式分母中 x_0 用 x 代替,其结果相近似。

三、引用误差

绝对误差与测量仪器量程(满度值)的百分比称为引用误差,即

$$\gamma_n = \frac{\Delta x}{x_n} 100\% \quad (1-10)$$

其中 x_n 为测量仪器的量程,即满度值。

为了说明绝对误差、相对误差和引用误差之间关系,我们以 0.5 级 5 A 的安培表测量电流为例加以说明。从式(1-10),得出该表的绝对误差:

$$\Delta x = x_n \gamma_n = 5 \text{ A} \times 0.5\% = 0.025 \text{ A}$$

它表明电流表上每一点允许的绝对误差都为 0.025 A。假定被测电流值一个等于 2 A, 另一个等于 3 A, 那么它们的相对误差分别为:

$$\gamma_{2\text{A}} = \frac{0.025 \text{ A}}{2 \text{ A}} \approx 0.013 = 1.3\%$$

$$\gamma_{3\text{A}} = \frac{0.025}{3} \approx 0.008 = 0.8\%$$

上例告诉我们,仪器在同一个量程内的不同刻度点上,引用误差和绝对误差是相等的,而相对误差是不等的。比较 $\gamma_{2\text{A}}$ 和 $\gamma_{3\text{A}}$ 大小可知,在仪表的精度给定的条件下,测量值越接近仪表量程的上限,测量相对误差越小;因此,为了提高测量精度,被测量的值最好大于量程的 $2/3$ 。

误差产生是由各种因素引起的,例如:仪器工作原理近似性、长期使用损耗、安放位置不正、测量环境的变化以及操作人员缺乏经验、技术差等。所有这些因素称为误差来源。

误差按其性质通常可分为三大类:系统误差、随机误差和粗差。以下各节将分别予以讨论。

§ 1-3 系 统 误 差

在测量过程中所产生的误差,若它们的数值是恒定的,或者是遵循某一定的规律变化

的,则这种误差称为系统误差。根据它们产生的原因和出现的特点可分别将它们分类。

一、系统误差按其产生原因分类

1. 仪器误差

是由仪器工作原理、结构、加工和电路等缺陷所引起的误差。显然,仪器的精度决定了这类误差的大小,但是仪器的精度越高,仪器的制造就越复杂,价格也就越昂贵。因此必须从实际出发,根据测量精度的要求选用合适的仪器。此外,在使用仪器时为了降低仪器的误差,还应很好熟悉仪器的性能 and 操作方法,做到合理使用,精心保养。

2. 环境误差

产生这类误差原因有:仪器安放的位置不正确,测量环境的变化(如温度、气压、湿度的变化)以及外界电场或磁场影响等。

3. 测量方法误差

又称理论误差,这类误差是由于测量方法不合理,或者是由于测量所依据的定律、公式的近似性而引起的。

4 人为误差

这类误差是由于操作人员的技术水平差或精神状态不佳所引起的。

二、系统误差按其出现的规律分类

1. 固定系统误差

在重复测量中,误差的符号和数值都不变的误差,如仪表的刻度不准、分压器没有调准等原因所产生的误差。

2. 变化系统误差

按其不同变化规律又可分为单方向线性变化的系统误差、周期性变化的系统误差和变化规律复杂的系统误差三种。

(1) 单方向线性变化的系统误差

在测量过程中是以单一方向不断增大或不断减小的误差,例如用电池作电源的测量仪器,它们的误差随着电池放电逐渐增大;相反,作为频率标准的有恒温槽的石英晶体振荡器,它的频率误差随着恒温时间增长而不断减小。

(2) 周期性变化的系统误差

在测量过程中误差的符号和数值作周期性变化,例如作圆周扫描的图示仪,由于读数中心和扫描中心不重合所产生的误差。

(3) 变化规律复杂的系统误差

这些误差出现的规律复杂,不能用简单的公式表示,或者只能用直接测量所得的曲线表示。

从系统误差产生原因和特点可以确认:系统误差是一个非随机量,它们的出现有一定规律,其产生的原因一般是可知、能掌握的。

操作人员在测量之前和测量过程中应尽可能预见到产生各种系统误差的具体来源,并且极力设法消除其影响;其次是设法确定或估计出未能消除的系统误差值,至少要确定误差的大小范围。这是因为有些系统误差不一定能通过对测量数据的处理来发现它们是否存

在,尤其是固定系统误差,单凭数据处理是很难被发现和消除的。

三、消除或减小系统误差的方法

测量的准确度是由系统误差大小来表征的。系统误差越小,测量准确度越高。为了消除或减小系统误差,常采用下列方法:

1. 校正法

对仪器定期进行检定,并确定修正值的大小;检查各种外界影响,如温度、气压、磁场、电场等对仪器指示值的影响,并作出各种修正公式、修正曲线或表格,用它们对测量结果加以修正,提高测量准确度。

2. 替代法

替代法被广泛应用于测量元件参数上,如用电桥法或谐振法测量电容器的电容量和线圈的电感量。采用这种方法的优点是可消除对地电容、导线的电容和电感、电感线圈的固有电容等影响。例如用谐振法测量电容器的电容量 C_x 时(见图 1-1),由于电感线圈 L_0 总是存在固有电容 C_s ,所以测得的结果已不是真实的电容量 C_x ,它已被并联电容 C_s 所偏离。为了消除后者的影响,可把谐振法和替代法两者结合起来进行测量。测量分二步进行,先将高频信号发生器调谐到回路 L_0 、 C_s 、 C_x 的谐振频率上:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_s + C_x)}} \quad (1-11)$$

然而用标准可变电容器 C_0 代替 C_x ,调整 C_0 ,使 L_0 、 C_s 、 C_0 调谐到原来的谐振频率上:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_s + C_0)}} \quad (1-12)$$

比较式(1-11)和(1-12),它们根号内的电容量应相等,即

$$C_x = C_0 \quad (1-13)$$

可变电容器电容 C_0 的数值就是所要测定的电容器 C_x 的电容量。

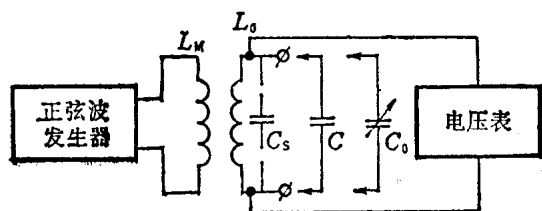


图 1- 用替代法测量电容量

3. 二次测量法

这种方法是使固定系统误差在测量结果中一次为正,另一次为负,而其绝对值相等,于是仪器两次读数之和的一半将与系统误差无关。我们以直流电校准热电偶为例来说明这种方法。热电偶在测量技术中用来作交直流转换器。由于彼烈脱效应,当给定的电流 I_x 通过加热器 r 时,将产生热电动势(见图 1-2)

$$e_x = \alpha I_x^2 \pm \beta I_x \quad (1-14)$$

式中 α 、 β 为常数,并且 β 前的符号由电流 I_x 方向确定。为了消除式(1-14)中第二项的影响,测出开关 S 在两个不同位置时的电动势 e'_x 和 e''_x ,并取它们的算术平均值,便可得出 e_x

的值,而公式中第二项固定误差值已被抵消。这种方法对消除恒定的系统误差是简便和合理的。

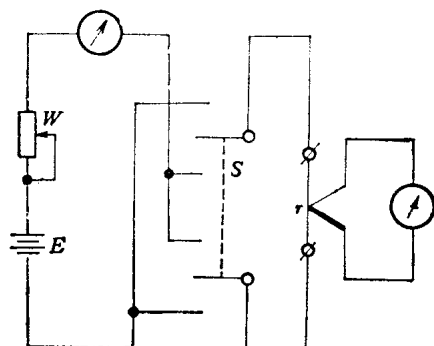


图 1-2 热电偶测量

4 对称观察法

采用这一方法需要对被测量进行多次测量。需求出最后一次测量和第一次测量的差值,再将此差值除以 2 及测量次数,其商作为第二次测量的校正值;商乘 2 作为第三次测量的校正值、乘 3 作为第四次测量校正值等等。这种方法对校正使用蓄电池仪器的测量结果特别有效。

§ 1-4 随机误差

随机误差是测量误差的组成部分,由于它的存在,即使消除了所有系统误差,也不可能测得被测量的真值。这是因为对同一量进行重复测量时,每次测量总是会出现一些微小的误差,而且它们的符号和绝对值都是按随机方式变化。产生这些误差原因是有许多外界因素引起的,它们对测量结果的影响事前是无法估计的。在测量学中称这样的误差为随机误差,或偶然误差。随机误差,就其个体(单次测量误差)而言是没有确定的规律、难以估计的。但其总体(大量个体的总和)可用一定的统计规律来描述,因此可以运用概率论和统计方法进行处理,减弱它们对测量结果的影响,并估计出最终误差的大小。

为了便于讨论,以下在对随机误差作概率处理时,认为系统误差已被消除,或者已小到可以忽略不计。

一、误差的正态分布

实践经验和统计学都证明随机误差的分布属于正态分布。假定在同一测试条件下,对未知量 x (其真值为 x_0)进行 n 次重复测量,即进行一系列 n 次等精度测量,得到测定值 $x_1, x_2, \dots, x_n$,则各个测定值出现的概率密度可用下列正态分布表示:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (1-15)$$

如果用绝对误差表示 $\Delta x = x - x_0$,上式可写成

$$p(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2} \right) \quad (1-16)$$

其中 σ 称为均方根误差,或标准偏差

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2} \quad (1-17)$$

函数 $p(\Delta x)$ 的图解曲线称为正态分布曲线(图 1-3)。从图中可看出, 误差之值出现于区间 $(\Delta x_1, \Delta x_2)$ 内的概率为:

$$p(\Delta x_1 < \Delta x < \Delta x_2) = \int_{\Delta x_1}^{\Delta x_2} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}\right) d(\Delta x) \quad (1-18)$$

即等于图中阴影部分的面积。曲线 $p(\Delta x)$ 和 Δx 轴所包含的全部面积等于从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 范围内误差出现的概率, 因为这概率等于 1, 所以全部面积也就等于 1, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(\Delta x) d(\Delta x) = 1$$

从图 1-3 所示的正态分布曲线可总结出随机误差的四个特点:

- 绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等, 即随机误差的分布具有对称性。
- 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。
- 绝对值很大的误差出现的概率趋近于零, 即随机误差有一定实际界限。
- 从第一个特点可以推论出: 当测量次数 n 趋向无穷大时, 随机误差的代数和 $(\Sigma \Delta x)$ 趋向于零。

以上四个特性又称随机误差的四个公理。

图 1-4 示出了不同的均方根误差值 σ 的正态分布曲线。从中可看出, σ 值愈小, 则分布曲线愈尖锐, 这意味着测量结果的离散性小, 也就是说小的误差出现的概率大, 而误差大的出现概率小。因此, σ 值可用来表征测量的精密度, σ 值愈小说明测量精度愈高。

在一列等精度测量中, 每次测量的绝对误差 Δx_i 可大可小, 可正可负, 是随机的, 但是它们的分布则是完全确定的[由式(1-16)], 参数 σ 值也是确定的(由具体测量条件所决定)。

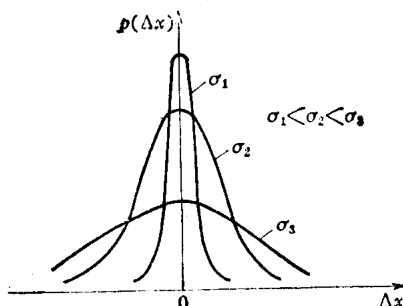


图 1-4 正态分布与 σ 的关系曲线

二、不确定度和置信概率

由于被测量的真值是不可知的, 所以由式(1-6)定义的绝对误差 Δx_i 实际上是无法确定的。然而, 在处理测量数据时, 可估计一个绝对误差的上界限 δ_m , 即

$$|\Delta x_i| = |x_i - x_0| < \delta_m, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-19)$$

这个界限称为随机误差的不确定度, 或置信限。它表示误差的估计极限范围。既然 δ_m 是一个估计值, 就需要确定这一估计的可信度, 我们称这个可信度为置信概率。它等于测量误差处于不确定度范围内的概率, 其值在 0(0%) 至 1(100%) 之间。显然, 对于同一量测量结果来说, 不确定度取得愈宽, 则其置信概率愈大; 反之, 不确定度取得愈窄, 则其置信概率愈小。但是, 如果不确定度取得过大, 则测量结果也就失去了意义。至于不确定度和置信概率取多大才算合适, 这要根据对测量的具体要求来确定, 不能一概而论。

现在我们来讨论不确定度与置信概率的定量关系。假定给出的不确定度为 δ_m , 则可按式(1-18)计算它的置信概率: