

高等数

013-44
1728

标准化训练 试题与解答

张自兰 张书国等编 崔福荫审定

读者注意

公共图书馆切勿任意卷
和涂写，损坏或遗失照
赔偿。书期限前送还以便
在借书期前送还以人
阅读请给予合作。

98274 015-1228

高等数学标准化训练试题 与 解 答

张自兰 张书国 等编

崔福荫 审订

陕西人民出版社

高等数学标准化训练题与解答

张自兰 张书国 等编

崔福荫 审订

陕西人民教育出版社

(西安北大街131号)

本书责任编辑：西北工业大学印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 12.75印张 271千字

1988年11月第1版 1988年11月第1次印刷

印数：1-6000

ISBN 7-224-00423-5/G·66

定价：3.98元

前 言

标准化命题考试是国外采用较早的一种考试方法。这种考试命题的特点是题目多，知识覆盖面广。接触和熟悉这种试题，能帮助初学者比较系统地掌握高等数学中的基本概念、基本知识和基本技能，同时能使考试中的偶然因素减少到最低限度。

随着我国考试制度的改革，比较科学的标准化测试方法在高考或初中升高中的考试中，已经开始运用，在高等数学中采用这种科学的测试方法也将是很自然的事。因此，我们编写了这本《高等数学标准化训练试题与解答》，供高等院校师生及自学者参考。本书是按照高等数学的教学顺序编写，每章中包括填空、单项选择、多项选择、判断正误等四个方面的内容，每章题目都附有答案或提示以供参考。

参加本书编写和审校的还有：庄基陶、高俊琦、朱少平、李万社、雷雪芹、李富川、侯清涛等。

本书由全国经济院校经济数学学会副理事长崔福明教授主审。

由于编者水平有限，错误在所难免，敬请读正。

编

1990

目 录

第一章 实数与函数	1
一、填空.....	1
二、单项选择.....	3
三、多项选择.....	7
四、判断正误.....	11
实数与函数试题解答.....	14
第二章 极限与连续	17
一、填空.....	17
二、单项选择.....	24
三、多项选择.....	37
四、判断正误.....	45
极限与连续试题解答.....	53
第三章 导数及微分	81
一、填空.....	
二、单项选择.....	
三、多项选择.....	
四、判断正误.....	
导数及微分试题解答.....	

第四章 中值定理及导数应用..... 137

一、填空..... 137

二、单项选择..... 141

三、多项选择..... 155

四、判断正误..... 161

中值定理及导数应用试题解答..... 166

第五章 不定积分..... 186

一、填空..... 186

二、单项选择..... 189

三、多项选择..... 194

四、判断正误..... 197

不定积分试题解答..... 201

第六章 定积分..... 206

一、填空..... 206

二、单项选择..... 209

三、多项选择..... 214

四、判断正误..... 217

定积分试题解答..... 222

空间解析几何..... 231

一、填空题..... 231

二、单项选择题..... 235

三、解答题..... 242

四、判断正误	249
空间解析几何试题解答	255
第八章 多元函数微分法及其应用	284
一、填空	284
二、单项选择	290
三、多项选择	294
四、判断正误	296
多元函数微分法及其应用试题解答	300
第九章 重积分	307
一、填空	307
二、单项选择	310
三、多项选择	318
四、判断正误	321
重积分试题解答	326
第十章 曲线积分与曲面积分	330
一、填空	330
二、单项选择	336
三、多项选择	341
四、判断正误	346
曲线积分与曲面积分试题解答	351
第十一章 无穷级数	356
一、填空	356

二、单项选择.....	364
三、多项选择.....	367
四、判断正误.....	371
无穷级数试题解答.....	376
第十二章 微分方程.....	382
一、填空.....	382
二、单项选择.....	385
三、多项选择.....	386
四、判断正误.....	389
微分方程试题解答.....	390

第一章 实数与函数

一、填空

1. a 与 b 是有理数, 且 $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.
2. x, y, z 都是实数, 且 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 + \sqrt{z-3} = 0$, 则 $x =$ _____, $y =$ _____, $z =$ _____.
3. 在地球表面不同点重力加速度 g 是 _____ 量, 而在某一点处 g 又是 _____ 量.
4. 在有理数域内, 圆的周长与直径是 _____.
5. 对任意两个实数, 必有 $a > b$; $a = b$; 或 $a < b$ 之一成立, 这个性质叫做实数的 _____.
6. 开区间 (a, b) 中每个点都是它的 _____, 它既无 _____, 又无 _____.
7. 对任意两实数 x, y , 恒有 _____ $\leq |x+y| \leq$ _____.
8. 已知 $||x+1| - |x-1|| < 1$, 则 $|x|$ _____.
9. 对函数 $y=f(x)$, 若对集合 $X=\{x\}$ 中每个 x , 有一个确定的实数 $y \in Y=\{y\}$ 与之对应, 则称 $y=f(x)$ 是 _____, $X=\{x\}$ 称为 $f(x)$ 的 _____, $Y=\{y\}$ 称为 $f(x)$ 的 _____.
10. 若对 $X=\{x\}$ 中的每一个值 x 有若干个值 $y=f(x)$ 与之对应, 则 y 称为 x 的 _____.

11. $y = \ln\left(\sin \frac{\pi}{x}\right)$ 的定义域_____.

12. $y = \arccos \frac{2x}{1+x^2}$ 的定义域_____, 值域是_____.

13. $y = \sqrt{2+x-x^2}$ 的值域_____.

14. $y = (-1)^x$ 的定义域_____, 值域是_____.

15. 若 $f(x) = \frac{|x-3|}{x+1}$, 则 $f(3) = \underline{\hspace{1cm}}$, $f(-3) = \underline{\hspace{1cm}}$, $f(0) = \underline{\hspace{1cm}}$.

16. 若 $\varphi(x) = 2\sin x - 3\cos x$, 对任一整数 n , 则 $\varphi(x+2n\pi) = \underline{\hspace{1cm}}$.

17. 设

$$f(x) = \begin{cases} 2^x, & -1 \leq x < 0; \\ 2, & 0 \leq x < 1; \\ x-1, & 1 \leq x < 3. \end{cases}$$

则 $f(x)$ 的定义域_____, $f(0) = \underline{\hspace{1cm}}$, $f(1) = \underline{\hspace{1cm}}$.

18. 两偶函数之和是_____, 两奇函数之和是_____, 一偶函数与一奇函数之和是_____.

19. 两偶函数之积是_____, 两奇函数之积是_____, 一偶函数与一奇函数之积是_____.

20. $y = \frac{1-x}{1+x}$ 的反函数是_____.

21. 用区间表示 x_0 的 δ ($\delta > 0$) 邻域为_____, 该区间的中心是_____, 半径是_____.

22. 设 $f(x) = x - x^3$, 若 $f(x) = 0$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $f(x) > 0$, 则 $x \in \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $f(x) < 0$, 则 $x \in \underline{\hspace{2cm}}$.

23. 设 $f(x) = 1 + [x]$, 则 $f(0.9) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(0.99) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(0.999) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

24. 设 $f(x) = ax + b$, 则 $\varphi(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \underline{\hspace{2cm}}$.

25. 若 $f(-2) = 0$, $f(0) = 1$, $f(1) = 5$, 则二次有理函数 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

26. 设 $f(x) = \frac{1}{x}$, 若 $f(x) + f(y) = f(z)$, 则 $z = \underline{\hspace{2cm}}$.

27. 设 $f(x) = x^2$, $g(x) = 2^x$, 则 $f[f(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$, $f[g(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$, $g[f(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$, $g[g(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$.

28. 若 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 则 $f[f(x)] = \underline{\hspace{2cm}}$, $f\{f[f(x)]\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

29. 设 $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

30. 设 $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2}$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、单项选择: (在四个被选答案中, 只有一项是正确的, 将正确答案前面的字母填在括号内).

1. 设 $X = \{x\}$ 是有界实数集合, 如果 (i) 每一个 $x \in X$, 有 $x \leq M$, (ii) 对任何 $\varepsilon > 0$, 存在 $x' \in X$, 使 $x' > M - \varepsilon$, 则数 M 称为集合 X 的 ().

(A) 上界; (B) 下界;

(C) 上确界; (D) 下确界.

2. 在任意两个有理数之间()有理数, 这叫做有理数的稠密性.

(A) 有一个; (B) 有二个;
(C) 至少有一个; (D) 有无穷多个.

3. 区间 $[a, +\infty)$ 表示不等式().

(A) $a < x < +\infty$; (B) $a \leq x < +\infty$;
(C) $a < x$; (D) $a \geq x$.

4. 对任意两实数 $a > b > 0$, 有().

(A) $\sqrt{ab} > \frac{a+b}{2}$; (B) $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$;

(C) $\sqrt{ab} \geq \frac{a+b}{2}$; (D) $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$.

5. $y = \arcsin(1-x) + \lg(\lg x)$ 的定义域().

(A) $0 \leq x \leq 2$; (B) $x > 0$;
(C) $x > 1$; (D) $1 < x \leq 2$.

6. 若 $\varphi(t) = t^3 + 1$, 则 $\varphi(t^3 + 1) = ()$.

(A) $t^3 + 1$; (B) $t^9 + 2$;
(C) $t^9 + 2$; (D) $t^9 + 3t^3 + 3t^3 + 2$.

7. 设 $y = f(x)$ 的定义域是 $[-1, 1]$, 则 $y = f(x+a) + f(x-a)$ 的定义域是().

(A) $[a-1, a+1]$; (B) $[-a-1, -a+1]$;
(C) $[1-a, a-1]$; (D) $[a-1, 1-a]$.

8. 在 R 上, 下列各对函数中表示完全相同的函数是().

$$(A) f(x) = \frac{x}{x}, g(x) = 1,$$

$$(B) f(x) = \lg x^2, g(x) = 2 \lg x,$$

$$(C) f(x) = x, g(x) = (\sqrt{x})^2,$$

$$(D) f(x) = |x|, g(x) = \sqrt{x^2}.$$

9. 函数 $y = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 是 ().

(A) 偶函数; (B) 奇函数;

(C) 非奇非偶函数;

(D) 既是奇函数又是偶函数.

10. 函数 $y = f(x)$ 与其反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图形对称于直线 ().

(A) $y = 0$; (B) $x = 0$;

(C) $y = x$; (D) $y = -x$.

11. 已知函数 $y = -\sqrt{x-1}$, 则它的反函数是 ().

(A) $y = x^2 + 1$; (B) $y = x^2 + 1 (x \leq 0)$;

(C) $y = x^2 + 1 (x \geq 0)$; (D) 不存在.

12. 若 $f(x) \cdot f(y) = f(x+y)$ 则 $f(x) = ()$.

(A) x^n ; (B) e^x ;

(C) $\ln x$; (D) $\sin x$.

13. 若 $f(x) \cdot f(y) = f(xy)$, 则 $f(x) = ()$.

(A) x^n ; (B) e^x ;

(C) $\ln x$; (D) $\sin x$.

14. 若 $f(x) + f(y) = f(xy)$, 则 $f(x) = ()$.

- (A) x^n ; (B) e^x ;
(C) $\ln x$; (D) $\sin x$.

15. 若 $x > 0$, 则 $x + \frac{1}{x} \geqslant$ ().

- (A) 0; (B) 1;
(C) 2; (D) 3.

16. 若 $0 < a < 1$, $b = 1 - a$, 则 $ab \leqslant$ ().

- (A) $\frac{1}{4}$; (B) $\frac{1}{2}$;
(C) $\frac{3}{2}$; (D) 1.

17. 在 R 上, 下列函数中既是偶函数, 又是奇函数的
是 ().

- (A) $y = x$; (B) $y = 0$;
(C) $y = 1$; (D) $y = \frac{1}{x}$.

18. $y = \sin x$ 的单调区间是 ()

- (A) $(-\infty, +\infty)$;
(B) $2k\pi \leqslant x \leqslant 2(k+1)\pi \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$;
(C) $2k\pi \leqslant x \leqslant (2k+1)\pi \quad k=0, \pm 1 \pm 2, \dots$;
(D) $k\pi - \frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

19. 若 $f(t) = f\left(\frac{1}{t}\right)$, 则 $f(t) =$ ().

- (A) t ; (B) $\frac{1}{t}$;
(C) $t - \frac{1}{t}$; (D) $t + \frac{1}{t}$.

20. 设 $f(x)$ 的周期为 T_1 , $g(x)$ 的周期为 T_2 , T 是 T_1 与 T_2 的最大公约数, 即 $T_1 = K_1 T$, $T_2 = K_2 T$, 则 $f(x) + g(x)$ [或 $f(x) \cdot g(x)$] 的周期为 ().

- (A) T ; (B) $K_1 K_2 T$;
(C) $T_1 + T_2$; (D) $T_1 \cdot T_2$.

21. 若 $f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$ ($a > 0$), 则 $f(x+y) + f(x-y)$ = ().

- (A) $f(x) \cdot f(y)$; (B) $2f(x) \cdot f(y)$;
(C) $f(x) + f(y)$; (D) $f(x) - f(y)$.

22. $y = f(x+a)$, ($a > 0$) 的图象是把 $y = f(x)$ 的图象 ().

- (A) 向左平移 a 个单位;
(B) 向右平移 a 个单位;
(C) 扩大 a 倍;
(D) 缩小 a 倍.

三、多项选择: (在四个备选答案中, 至少有两个是正确的, 将所有正确答案前面的字母标号填在括号内).

1. $|x(1-x)| < 0.05$, 则 ().

- (A) $\frac{5 - \sqrt{30}}{10} < x < \frac{5 - \sqrt{20}}{10}$;
(B) $\frac{5 - \sqrt{30}}{10} < x < \frac{5 + \sqrt{20}}{10}$;
(C) $\frac{5 - \sqrt{20}}{10} < x < \frac{5 + \sqrt{30}}{10}$;
(D) $\frac{5 + \sqrt{20}}{10} < x < \frac{5 + \sqrt{30}}{10}$.

2. 设 $y = x^n (n > 0)$, 那么在第一象限函数的图象

()。

(A) 单调上升; (B) 单调下降;

(C) 经过点 $(1, 1)$; (D) 经过点 $(0, 0)$ 。

3. 设 $y = \frac{1}{x}$, 则它在区间 $[0.2, 2.0]$ 上 ()。

(A) 单调增; (B) 单调减;

(C) 有界; (D) 有最大值和最小值。

4. 在 R 上, 下列函数中 () 是偶函数。

(A) $y = C$ (C 为常数); (B) $y = |x|$;

(C) $y = \frac{F(x) + F(-x)}{2}$ ($F(x)$ 为任意函数,

$x \in (-1, 1)$);

(D) $y = \frac{F(x) - F(-x)}{2}$ ($F(x)$ 为任意函数,

$x \in (-1, 1)$))。

5. 在 R 上, 下列函数中 () 是有界函数。

(A) $1 + \sin x$; (B) e^x ;

(C) $\arctg x$; (D) $\cos x$ 。

6. 在 R 上, 下列函数中 () 是周期函数。

(A) $\sin^2 x$; (B) $\sin x^2$;

(C) $x \cos x$; (D) $\cos 2x$ 。

7. $y = |\cos x|$ 在区间 () 单调。

(A) $2k\pi \leq x \leq (2k+1)\pi \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;

(B) $k\pi \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;

$$(C) \quad k\pi - \frac{\pi}{2} \leq x \leq k\pi \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$(D) \quad k\pi \leq x \leq (k+1)\pi \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots.$$

8. 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上, 函数 () 单调增加.

$$(A) \quad y = x^2; \quad (B) \quad \sin x;$$

$$(C) \quad y = \operatorname{arctg} x; \quad (D) \quad y = e^x.$$

9. 在 $[-1, 1]$ 上的函数 () 单调减少.

$$(A) \quad y = x^3; \quad (B) \quad y = \arccos x;$$

$$(C) \quad y = \operatorname{tg} x; \quad (D) \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x.$$

10. 设 $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, 则在下列各式中 () 成立.

$$(A) \quad \operatorname{sh}(x+y) = \operatorname{sh} x \cdot \operatorname{ch} y + \operatorname{ch} x \cdot \operatorname{sh} y;$$

$$(B) \quad \operatorname{sh}(x+y) = \operatorname{sh} x \cdot \operatorname{ch} y - \operatorname{ch} x \cdot \operatorname{sh} y;$$

$$(C) \quad \operatorname{ch}(x+y) = \operatorname{ch} x \cdot \operatorname{ch} y + \operatorname{sh} x \cdot \operatorname{sh} y;$$

$$(D) \quad \operatorname{ch}(x+y) = \operatorname{ch} x \cdot \operatorname{ch} y - \operatorname{sh} x \cdot \operatorname{sh} y.$$

11. 在下列函数中 () 是隐函数.

$$(A) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; \quad (B) \quad 2^{xy} = 5;$$

$$(C) \quad y = 1 - x^2; \quad (D) \quad \lg x + \lg(y+1) = 4$$

12. 设 $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, 则 $\operatorname{ch} 2x =$ ()

$$(A) \quad \operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x; \quad (B) \quad \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x;$$

$$(C) \quad 2\operatorname{ch}^2 x - 1; \quad (D) \quad 1 + 2\operatorname{sh}^2 x.$$