

形势数值天气预报 及其应用

欧阳首承 魏绍远 等

气象出版社

形势数值天气预报及其应用

欧阳首承 魏绍远 等

气象出版社

(京) 新登字046号

内 容 简 介

本书包括形势数值天气预报的基本原理、模式设计、物理过程计算和客观分析、细网格中尺度模式和动力-统计的数值产品应用及张量运算基本知识等内容,针对某些问题也相应地介绍了近几年来的某些成果。由于调整了叙述体系,缩小了篇幅,仅给出必要的公式推导,相应模式结合计算步骤给予说明,便于读者学习和运用。

本书可作为气象专业四年制的教学用书或大 专 的 参考书,有关章节也可供研究生、教师、气象科技和其他相应专业的工作者参考。

形势数值天气预报及其应用

欧阳首承 魏绍远等

责任编辑:成秀虎 终审:纪乃晋

封面设计:牛 涛 责任技编:席大光 责任校对:王 旭

*

气象出版社出版

(北京西郊白石桥路46号)

北京昌平环球科技印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行 全国各地新华书店经销

*

开本: 850×1168 1/32 印张: 11.625 字数: 300千字

1993年12月第一版 1993年12月第一次印刷

印数: 1—800

ISBN 7-5029-1344-0/P·0585

定价: 10.90元

前 言

鉴于四年制本科气象专业数值天气预报的课时一般限制在80学时左右,且强调一定程度的实践性。这就需要有相应的教材作为学生使用,并能顾及到台站开展相应工作而易于入手。为此,本书对数值天气预报的教材结构进行了调整,即以原始方程模式为核心,突出作法和计算过程。基础知识只列入与设计模式有直接关联的部分。为节省读者的时间,对其中较繁、难的公式,均给出较详细地证明和推演,舍去了与动力学相重复的部分;考虑到现行业务中均为原始方程模式和谱方法,过滤模式压缩为一章;原始方程模式和谱方法也是尽量结合应用的方式讲述并列入实习模式;应用方面,除统计或动力统计方法的数值产品应用外,列入了与形势预报相应的细网格化中尺度(中 α 尺度)模式,这也是目前数值产品应用的两个主要方面。所以,本书定名为“形势数值天气预报及其应用”。

上述调整,除了前面提到的原因外,也考虑到数值天气预报这门课程,学生一般感到困难,且在付出较大的努力后又不能在业务中运用。为此,提供下述学习方法作为参考:对于在校学生,除按进度学习相应的内容外,应注重模式的上机实践,并在上机计算中有目的消化相应的理论和方法;对于台站工作者,则可以在初步了解基本知识的基础上,先由实习模式入手,反过来学习、消化前后的基本理论和方法,再修改模式,逐步提高。

应提到的是近几年来,在处理地形的问题上取得了实质性进展,其中较突出的是有限差分模式的 η 坐标和非地形坐标系,谱模式中的含气压和纬度函数的参考大气及包络地形等,已比原地形坐标的 σ 坐标系,有了较大的改变。由于涉及计算稳定性,今后的数值模式在设计思路和方法上将较大的变化。考虑到这个情

34.09/07

况，本书在叙述现行模式的同时给予适当的说明。在这方面不仅是引入新内容问题，也在一定程度上涉及到现行数值天气预报的体系问题。¹⁾

值得说明的是，本教材中基础知识部分的有关调整，曾征求张玉玲先生的意见；整个结构的安排又得到金汉良先生的支持。对此，作者表示感谢。由于作者水平所限，缺点、错误在所难免，敬希读者批评指正。

本书是由欧阳首承，魏绍远等共同商讨并在征求有关同志意见的基础上编写而成的。其中，第二、四、六及十一章由魏绍远执笔，第九章由朱克云、欧阳首承执笔；其余各章均由欧阳首承执笔并统一校订。

书中带*号的章节内容可视课时安排作适当调整不必一一讲授。

在此表示感谢黄士松先生在百忙中阅读了本书原稿并题写了书名。

作者于成都

1992.5

1) 现行模式的体系，仍属于适定化范畴。

目 录

序言

第一章 数值方法及预备知识	(6)
§1 差分方法的一般概念.....	(6)
§2 时间积分及其它格式的稳定性.....	(17)
§3 有限网格下的误差.....	(29)
§4 非线性不稳定.....	(35)
§5 地图投影.....	(39)
参考文献.....	(50)
第二章 基本方程组与滤波	(51)
§1 基本方程组及定解条件.....	(51)
§2 地图正交坐标系中的基本方程组.....	(54)
§3 滤波问题.....	(58)
参考文献.....	(64)
第三章 数值模式的能量积分约束与能量谱的约束	(65)
§1 能量积分约束.....	(65)
§2 拟能守恒及能谱约束.....	(78)
参考文献.....	(84)
第四章* 过滤模式	(85)
§1 正压准地转模式及其能量转换.....	(85)
§2 正压涡度方程的数值解法.....	(89)
§3 准地转斜压模式.....	(94)
参考文献.....	(115)
第五章 正压原始方程模式	(116)

§1 正压原始方程和线性稳定性条件	(117)
§2 正压模式的差分格式	(120)
§3 准 Lagrange 平流格式	(134)
§4 分离积分方案	(138)
§5 地转适应的差分格式问题	(140)
参考文献	(143)
第六章 斜压原始方程与业务模式	(144)
§1 模式的基本方程组	(145)
§2 模式大气的守恒性	(152)
§3 差分格式及其守恒性的证明	(156)
§4 模式的初值与边值	(163)
§5 模式的物理过程	(168)
参考文献	(171)
第七章 数值天气预报中的物理过程	(172)
§1* 辐射作用的一般情况	(172)
§2* 辐射的计算方法	(174)
§3 大尺度凝结	(180)
§4 对流参数化	(186)
§5 大气边界层参数化	(194)
参考文献	(209)
第八章 地形作用	(211)
§1 地形坐标系的约束条件	(212)
§2 温度效应及设计平滑的差分格式	(218)
§3 η 地形坐标系	(220)
§4 非地形坐标系——内边界方案	(223)
参考文献	(226)
第九章 谱方法	(228)
§1 谱函数的选择	(229)
§2 正压涡度方程	(234)

§3 美国国家气象中心业务谱模式简介·····	(239)
参考文献·····	(247)
第十章 客观分析 ·····	(248)
§1 气象资料处理·····	(249)
§2 二维客观分析方法·····	(254)
§3 初始化·····	(263)
§4 平滑的滤波分析·····	(269)
参考文献·····	(273)
第十一章 数值预报产品的使用 ·····	(274)
§1 关于数值预报产品的订正 ·····	(274)
§2* 中尺度数值模式的一般情况 ·····	(277)
§3* 细网格化中尺度数值模式 ·····	(290)
§4 数值预报产品的统计应用 ·····	(301)
参考文献·····	(304)
附录A 张量的基本概念及其运算 ·····	(305)
§1 Descartes张量 ·····	(305)
§2 基矢量、矢量的逆变分量和协变分量·····	(320)
§3 Christoffel 符号及协变导数 ·····	(332)
§4 张量分析的简单应用·····	(337)
附录B 正压原始方程模式实习设计及 实习程序 ·····	(347)
§1 模式设计·····	(347)
§2 实习程序·····	(351)
附录C 长波辐射传递方程 (7. 2. 6) 及 (7. 2. 7) 式的推导 ·····	(360)
参考文献·····	(364)

序 言

一、数值天气预报

数值天气预报是气象科学中近三十年来迅速发展起来的重要分支，至今已构成近代气象科学的重要组成部分。简而言之，它是天气预报的一种方法，与天气图等预报方法不同的是，此种方法系根据描述大气运动规律的流体力学和热力学等方程组并配合定解条件求其所构成的数理方程的定解问题的解，而且是以数值方法求解来达到天气预报的目的。因此，它是研究、制作定量预报的一种方法。此外，它也是研究大气运动规律的一种手段和工具。

流体力学和热力学方程组就其数学形式而言是拟线性的。近代的数学研究已经揭示，拟线性方程是不适定的。该方程定解问题含有奇解，并因方程的维数、非线性的项数的增多而增多且随时间的变化而出现。这无疑的是给动力学的研究和数值求解带来困难。由于与形势预报有关的大气运动主要是低频波，所以数值天气预报在某种意义上是寻求上述方程组含低频波的初值问题，或者说是寻求上述方程组含适合天气形势某种程度的初值问题的光滑解。正由于此，数值天气预报中的重要内容之一是处理上述方程中的非线性项。目前流行的作法是理论上的守恒格式并演绎为差分计算的平滑手段和技术上的平滑措施。差分守恒格式（包括扩散项的差分格式），在实质上（或者说在具体实现中）是通过空间平滑手段实现的。另一重要内容则是物理过程，即是上述方程的外迫项，其中包括辐射、摩擦（包括内、外摩擦），湍流交换、水汽凝结等。由于这些过程的尺度较小而与天气过程的尺度不一致，客观上又不可能无限制的加密测站。为此则涉及大网格和

次网格系统的联系问题，即参数化方法。数值预报中所涉及的其他内容，则是针对上述两个内容所涉及的[基本理论和方法。例如，数值方法则为了数值求解上述方程所需要的；地图投影则是为了将上述方程在天气图上实现而涉及的；积分约束则是针对守恒格式而考虑的一种稳定性方案；作为客观分析的初始化则是针对拟线性方程的不稳定而提出的初值光滑性作法，实质上是相当于数理方程的反问题；作为边界问题则涉及地形作用（实质上又是不连续的问题）等。此外，作为一种业务工作的实施尚需要一定的技术手段也是理所当然的。

目前的数值天气预报主要是针对大气活动中心的高低压、槽脊等移动、变化作出预报，即所谓的形势预报。至于具体的气象要素预报，目前的作法是利用形势预报，统计或经验的综合方法及在形势预报的基础上进行中尺度数值预报。这将在数值产品应用中给予介绍。

二、模式大气与大气模式

模式大气 模式大气不是真实大气，而是按与主要天气现象有关的大气特征，将大气理想化、简单化的模型。

实际大气是复杂的。地学领域的问题，实际处理上比天体力学更困难。其物理过程是各种各样的，不仅其运动规模是不同的（可由微观的分子运动到宏观的整个大气平均环流），而且又是非绝热，非线性并含有频散、耗散等复杂的非封闭系统。50年代研究大气大尺度运动的主要周期变化时的保守系统，一种通行的简化是引入绝热的假定，且为无粘性的干空气。这即是较简单的模式大气。

目前数值天气预报已从这种简单的模式大气发展到较为复杂的，但仍然是一定条件下简化的大气。

概括之，模式大气是按与天气现象（物理性质）有关的一定条件下简化的大气。

大气模式 这是指针对一定的模式大气而采用的描述这种大

气的性质、状态、结构和运动规律的闭合方程组(数学表达式),或者说成模式大气的泛定方程组。如配合定解条件,则构成定解问题。此定解问题若利用数值方法求解,即为数值天气预报。

数值天气预报中主要涉及的大气模式有:准地转模式、平衡模式、原始方程模式及谱模式。其中原始方程不是1922年 Richardson 所采用的形式,而是 Eliassen (1956) 和 Hinkltmann (1959) 经过一定处理的原始方程模式,其中主要的是引入了静力近似。谱模式是指把模式方程组中的函数(包括已知和未知的)在计算域内用正交函数的有限项级数展开,通过积分运算求得其展开系数和对其时间导数的常微分方程组。

三、数值天气预报的历史概况

1. 早期原始方程阶段

挪威学派的创始人 V. Bjerknes, 在本世纪初首先提出数值天气预报的思想,即是据某一时刻观测的大气状态作为初始场,通过对大气运动方程计算未来某一时刻大气状态。显然,这种想法是气象工作者的共同愿望,即天气预报由定性分析过渡到定量的计算。

L. F. Richardson 于 1916—1918 年组织了大量的人力。利用 1920 年 5 月 20 日的资料计算中欧地区的地面气压未来 6 小时的预报。结果得出某 6 小时变压为 145 hPa,并于 1922 年出版了《天气预报中的数学方法》。虽然他的结果是不符合实际的,或者说试验以“失败”而告终,但却留下历史经验,并第一次显示了计算不稳定。

2. 过滤模式阶段

30 年代,由于观测手段的改进,已建立高空观测网, Rossby 发现了高空大气存在长波,即后来提出的长波理论。为数值预报的过滤模式奠定了基础。之后, J. G. Charney 提出尺度分析方法对方程组进行简化并得到了准地转的预报关系式,为数值天气预报的实现作了重要的准备工作。40 年代末,美国造出第一台

ENIAC型电子计算机。1950年, Charney、Von Neumann和Fjörtoft等使用准地转一层模式进行了500hPa未来24小时的形势预报, 其36小时的预报场与实况的相关系数为0.75。这是世界上第一次被公认为成功的预报。

应说明的是: 40年代初期, 苏联的 КИБЕЛЬ。由摄动法得出准地转的预报方程也得出预报结果, 但由于处在第二次世界大战中, 其成果没有得到传播。

近四十年来的数值预报不断发展, 已在世界上大多数国家和地区开展数值天气预报业务, 且已进入现在的原始方程阶段。

3. 原始方程及其业务模式阶段

过滤模式多为高阶微分方程, 无疑比原始方程在数值计算上多了计算误差。过滤模式的预报结果往往对系统的发生、发展预报得不甚理想。为此, 又使得人们转而去利用原始方程 (A. E. Eliassen (1956) 和 K. Hinkelmann (1959)), 但重新使用原始方程已是在对大气运动的某些实质有了新的认识的基础上进行的, 所以此时的原始方程已不同于 Richardson 的原始方程, 即目前的原始方程模式除了采用静力近似外, 将过滤模式的滤波问题转化到初始场的处理上去, 即所谓初始化。正象序言中提到的此时的原始方程模式类似数理方程的反问题, 这里则是初值问题的反问题, 即给什么样的初值则方程的解是稳定的。由于原始方程组积分中也会产生重力惯性波, 所以除了初始场的初始化以外, 还必须在方程的积分中加以控制。经预报实践考核, 目前的原始方程的预报准确率比过滤模式有明显的改进。

应说明的是利用有限差分方法求解原始方程则涉及非线性不稳定, 尽管采用守恒格式等目前流行的处理方法, 但长时间积分仍会出现不稳定¹⁾。为此有人提出谱模式方法。最早是由 Silberman (1954) 提出的, 但由于计算量较大, 所以很长一段时间

1) 此问题存在不同看法, 值得进一步研究

内主要是进行方法的研究。1965年出现快速Fourier变换给谱方法的计算带来方便,尤其是Orszag和Eliassen (1970)同时提出谱模式缩短计算时间的转换法,避开了非线性作用系数的庞大计算量而进一步促进了谱方法的使用。近年来电子计算机的发展为谱方法的发展、使用提供了条件。目前已有许多国家采用谱模式作业务预报,其中较好的是欧洲中心。谱模式在我国已列入‘七、五’攻关课题。

我国是1959年国庆前夕,发布了地转正压模式的500hPa的形势预报。1969年利用准地转三层模式进行了高度场的形势预报,1972年采用中国科学院大气物理研究所等单位协作的三层原始方程模式制作亚欧、北半球的24,36,48,60和72小时的天气预报。70年代参加了世界气象组织,组建北京气象中心,实现了从资料接收、处理到分析预报的自动化。1982年2月北京气象中心发布北半球五层原始方程模式的预报图,各标准等压面的分析图及物理量的诊断分析图。1983年起又增加了降水量的预报图。中期数值预报作为重点“七五”攻关项目已有了较大的进展。¹⁾

数值天气预报已构成近代气象科学的组成部分。为此要求大学气象专业本科学学生通过一学期的学习,掌握数值天气预报的基本理论、计算分析方法、典型模式的应用技能,这不仅有助于加深对气象科学的理解,而且也将有益于今后的业务和科研工作。书中有关章节也对中尺度模式设计的基本知识作了介绍。

1) 目前已投入业务运行。

第一章 数值方法及预备知识

§1 差分方法的一般概念

描写大气运动的方程组是三维拟线性的偏微分方程组。因方程的性质和离散数据的原因，不能以解析形式求解，而从数值方法求其近似解。微分方程的数值解法，从微分方程的原来的定义看，是很自然的，但对于处理发展系统而言，微分和差分系统之间存在本质的区别。其主要原因是离散数据的特征速度，不能稳定地跟踪系统的发展过程。为此，引入数值方法必须研究，解决其相应的某些问题，尤其稳定性问题是较为重要的问题之一。这里主要是偏微分方程数值解法，与基础课稍有不同。

一、差分方程的一致性和精度

差分方程 以差商代之微分方程中的微商所得到的方程式，叫做差分方程。

例如，函数的时间、空间的偏微商，可分别以相对应的差商代之，即

$$\frac{\partial f}{\partial t} \simeq \frac{\Delta f}{\Delta t}, \quad \frac{\partial f}{\partial x} \simeq \frac{\Delta f}{\Delta x}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} \simeq \frac{\Delta f}{\Delta y}, \quad \dots$$

式中， Δt 为时间差分或称为时间间隔。其数值受计算稳定性条件约束。一般以 $1 \cdot \Delta t$ 计为一个时步； Δx 、 Δy 为空间间隔距，或步长（ $\Delta x = \Delta y = \Delta s$ ，称为等格距）。对于预报（或计算）区域用相互交叉的等距离的平行直线划分之，即构成了网格系统（图1.1.1）。其交叉点为格点，而格点间的距离，则称为格距。图1.1.1所示的 x - y 平面系统为二维网格系统，标号为 (i, j) 的格点 (x_i, y_j) 的坐标为

$$x_i = i\Delta x$$

$$y_j = j\Delta y$$

Δx , Δy 分别为 x , y 方向上的格距, 等格距时 (均匀网格) 则为 $\Delta s = \Delta x = \Delta y$, 函数 $f(x, y)$ 在 (i, j) 点上的值可表示为

$$f_{i,j} = f(x_i, y_j) = f(i\Delta x, j\Delta y)$$

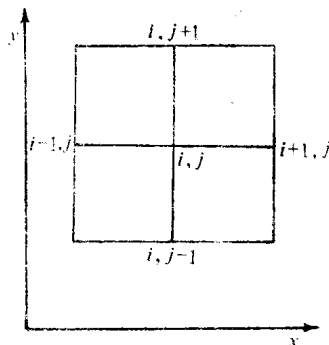


图1.1.1 二维格点

函数 $f(x, y)$ 的一阶偏微商有多种表达式, 若用最少格点 (例如取两点) 表示之, 则有

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta x} \quad (1.1.1)$$

或

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{f_{i,j} - f_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (1.1.2)$$

若用多格点 (例如三点) 表示, 则

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} &\approx \frac{1}{2} \frac{(f_{i+1,j} - f_{i,j}) + (f_{i,j} - f_{i-1,j})}{\Delta x} \\ &= \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

(1.1.1), (1.1.2), (1.1.3) 式分别叫做向前、向后和中心差商, 其分子表达式又分别称为前差, 后差和中心差。同样, $\frac{\partial f}{\partial y}$ 也有三种类似的表达式。在 (1.1.1) — (1.1.3) 式中, 以 Δt 代替 Δx 也成立。

由于差商不等于微商。为了求解, 显然是希望差分方程逼近相应的微分方程, 其逼近的程度, 即微分方程和差分方程本身的误差程度为精度问题。当 Δt , $\Delta x \cdots$ 趋于零时, 差分方程能否还原为原来的微分方程, 即为一致性或相容性问题, 可以简单的双

曲型一维平流方程为例，讨论上面提出的问题。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.1.4)$$

式中 C 是为常数，为平流速度，方程(1.1.4)式是一阶常系数线性偏微分方程，其初始条件为：

$$u \Big|_{t=0} = u(x, 0) = F(x) \quad (1.1.5)$$

据线性微分方程的理论，只要求得下面常微分方程

$$dt = \frac{dx}{C} \quad (1.1.6)$$

的积分。且 $\xi(x, t) = \text{const}$ ，则(1.1.4)式的一般解为

$$u(x, t) = f(\xi(x, t)) = f(\xi)^{1)}$$

式中 f 是 ξ 的任意函数，即由(1.1.6)式积分，有

$$\int (dx - dt) = \xi(x, t) = x - Ct$$

即在 $x-t$ 平面上为一组斜率为 $\text{tg}\alpha = \frac{1}{C}$ 的平行直线，称为特征线。

于是(1.1.4)式的一般解为

$$u(x, t) = f(x - Ct)$$

任意函数 f 可由初值确定之，即

$$u(x, 0) = F(x)$$

于是，一维平流型方程(1.1.4)在初值条件为(1.1.5)的通解为

$$u(x, t) = F(x - Ct) \quad (1.1.7)$$

由于(1.1.4)式的特征线为 $x - Ct = \xi$ (参见图1.1.2)，故在特征线上，有

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

1) 参见数理方程行波法的D'Alembert公式。

即沿 $x-t$ 平面上任一条斜率为 $\frac{1}{C}$ 的特征线 $x-Ct=\xi$, $u(x,t)$ 均为常值。在 (x,t) 处的 $u(x,t)$ 值为

$$u(x,t) = u(x_0) = u(x-Ct)$$

上式表示初值是沿特征线前移的,

即一维平流型方程的解及其性质已

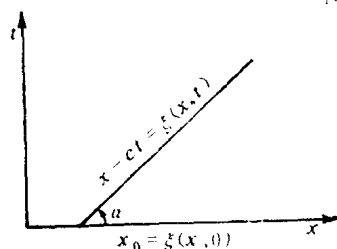


图1.1.2 特征线

经明确, 所以利用平流型方程为模型讨论双曲型方程的差分近似, 就不致于为方程的复杂性所迷惑。

先讨论精度, 即分别分析前差、后差及中心差形式的差分方程的近似程度。若 $u(x,t)$ 在 x_i 点处能展为 Taylor 级数, 则

$$u(x_{i+1}, t) = u(x_i, t) + \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i + \frac{\Delta x^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i + \dots$$

$$\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i + \frac{\Delta x}{2!} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i + \frac{\Delta x^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right)_i + \dots$$

(1.1.8)

或写为下面的形式

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

上式表示向前差商的误差是 Δx 量级。类似地

$$\frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i - \frac{\Delta x}{2!} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i + \frac{\Delta x^2}{3!} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right)_i - \dots$$

(1.1.9)

或写为

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

由 (1.1.8), (1.1.9) 式, 又可以得到