GAODENGSHUXUE

高等数学学习指导

高师娴 吴新生 周寅亮 主编

XUEXIZHIDAO

（上册）

重庆大学出版社

高等数学学习指导

（上册）

高师娴　吴新生　周寅亮　主编

编者　（以姓氏笔画为序）

王新质　白任伦　杨木洪　周玉琴
赵世清　曹树孝　彭太华　曾蜀良

重庆大学出版社

内 容 简 介

本书包括了高等数学的主要内容。各章均按内容提要、基本要求、疑难问题解释、典型例题分析、检测题五部分编写。在典型例题分析中，精选了800余道典型题，题型多样，有详细的分析和解答；所选题部分取自历届报考研究生的试题及期末试题。本书对学生学习与应试具有很好的参考价值。

本书供学习高等数学课程的学生使用，也可供报考研究生的读者作为应试教材，也是高校数学教师与各类科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习指导/高师娴，吴新生，周寅亮主编．重庆：重庆大学出版社，2001.8

ISBN 7-5624-2406-3

Ⅰ.高… Ⅱ.①高…②吴…③周… Ⅲ.高等数学—高等数学—教学参考资料 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 038176 号

高等数学学习指导

(上 册)

高师娴 吴新生 周寅亮 主编

责任编辑 曾显跃

*

重庆大学出版社出版发行

新 华 书 店 经 销

重庆大学建大印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32 印张:12.375 字数:299 千

2001 年 9 月第 1 版 2001 年 9 月第 1 次印刷

印数:1～4 500

ISBN 7-5624-2406-3/O·201 定价:32.00 元(上、下册)

前　言

高等数学是工科院校各类专业重要的基础理论课，也是理工类和经济类专业报考研究生的全国统考课程．重庆大学B校区(原重庆建筑大学)高等数学为首批建设部一类优秀课程．为总结经验、进一步提高教学质量、提高学生考研应试水平，我们组织了部分具有丰富教学经验与考研辅导经验、长年在教学第一线执教的教师编写了本书．

该书出版前在六届学生中试用，在教学实践中不断修正与完善，经教师和学生共同检验，一致认为本书对提高学生的自学能力，加深对高等数学基本内容的理解，特别是提高学生的解题、应试能力诸方面起到很好的作用．同时，它亦是教师的得力助手，起到教学的辅助作用，故本书受到师生们的普遍欢迎．

全书编著有典型例题分析823道，章检测题12套，题量为213道，上册与下册分别附有6套期末模拟考试题，题量为196道，故本书总题量为1232道．

本书各章分别由(以章为序)高师娴、周玉琴、彭太华、杨木洪、王新质，(第五、六章)、赵世清、白任伦、周寅亮、吴新生、曾蜀良、曹树孝编写．他们有丰富的教学经验，其中大部分教师在高等数学教学园地上辛勤耕耘几十年，现将结出的硕果奉献给读者．

全书由主编高师娴、吴新生、周寅亮统稿、定稿．

由于我们水平有限，可能存在缺点和错误，敬请读者指正．

编　者

2001年3月

目 录

第一章　函数与极限

一、内容提要

(一)基本概念

定义 1　设 a 与 δ 是两个实数,且 $\delta>0$,数集

$$\{x \mid |x-a|<\delta\}$$

称为**点 a 的 δ 邻域**,记作 $U(a,\delta)$. 点 a 叫做**邻域的中心**,δ 叫做**邻域的半径**. 即

$$U(\hat{a},\delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}$$

点 a 的**去心 δ 邻域**记作 $U(\hat{a},\delta)$即

$$U(\hat{a},\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}$$

定义 2　设 x 和 y 是两个变量,D 是一个给定的数集. 如果对于每个数 $x\in D$,变量 y 按照一定法则,总有确定的数值(一个或多个)和它对应,则称 y 是 x 的**函数**,记作 $y=f(x)$. 数集 D 叫做函数的**定义域**,x 叫做**自变量**,y 叫做**因变量**.

当 x 遍取 D 的各个数值时,对应函数值的全体组成的数集称为函数的**值域**,记作

$$W=\{y \mid y=f(x),x\in D\}$$

如果自变量在定义域内任取一个数值,对应的函数值总是只有一个,称这种函数为**单值函数**,否则称**多值函数**. 以后凡未特别说明时,函数均指单值函数.

在 xoy 平面上,置定义域于 x 轴上,置值域于 y 轴上,则点 (x,y)组成的一个集合

$$C=\{(x,y)\mid y=f(x),x\in D\}$$

叫做函数 $y=f(x)$的**图形**.

定义 3 设函数 $f(x)$的定义域为 D,数集 $X\subset D$,如果 $\exists M>0$,使得对 $\forall x\in X$,均有

$$|f(x)|\leqslant M$$

则称函数 $f(x)$在 X 上**有界**. 如果对 $\forall M>0$, 总 $\exists x_1\in X$, 使得 $|f(x_1)|>M$,则称函数 $f(x)$在 X 上**无界**.

定义 4 设函数 $f(x)$的定义域为 D,区间 $I\subset D$. 如果对于 $\forall x_1,x_2\in I$,当 $x_1<x_2$ 时,恒有

$$f(x_1)<f(x_2)\quad (f(x_1)>f(x_2))$$

则称函数 $f(x)$在 I 上是严格**单调增加**(严格**单调减少**).

单调增加和单调减少的函数统称为**单调函数**.

定义 5 设函数 $f(x)$的定义域 D 关于原点对称(即若 $x\in D$,则必有 $-x\in D$),如果对于 $\forall x\in D$,

$$f(-x)=f(x)$$

恒成立,则称 $f(x)$为**偶函数**;如果对于 $\forall x\in D$,

$$f(-x)=-f(x)$$

恒成立,则称 $f(x)$为**奇函数**.

偶函数的图形关于 y 轴对称,奇函数的图形关于原点对称.

定义 6 设函数 $f(x)$的定义域为 D,如果 $\exists l\neq 0$,使得对于 $\forall x\in D$,有 $x\pm l\in D$,且

$$f(x+l)=f(x)$$

恒成立,则称 $f(x)$为**周期函数**,l 称为$f(x)$的**周期**. 一般地,周期函数的周期是指**最小正周期**.

定义 7 设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,值域为 W,若对于 $\forall y\in W$, D 上至少可确定一个数 x 与 y 对应, 这个数值 x 适合关系$f(x)=y$,这个新函数称为函数 $y=f(x)$的**反函数**,记作

$$x=\varphi(y)$$

反函数的定义域为 W,值域为 D. 相对于反函数 $y=\varphi(x)$而言,原来的函数 $y=f(x)$称为**直接函数**. 若它们的图形在同一个坐标平面上表示,则二者关于直线 $y=x$ 对称.

定义 8 幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为**基本初等函数**.

定义 9 若函数 $y=f(u)$的定义域为 D_1,函数 $u=\varphi(x)$的定义域为 D_2,值域为 W_2,且 $W_2\cap D_1\neq\varphi$(空集). 如果对于 $\forall x\in D_2$,有确定的 $u\in W_2$ 与之对应,则有确定的 y 与 u 对应,从而得到一个以 x 为自变量,y 为因变量的函数,这个函数称为由函数 $y=f(u)$及 $u=\varphi(x)$复合而成的**复合函数**,记作

$$y=f[\varphi(x)]$$

u 称为**中间变量**.

定义 10 由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可用一个式子表示的函数,称为**初等函数**.

定义 11 双曲函数和反双曲函数:

双曲正弦 $\mathrm{sh}x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$

双曲余弦 $\mathrm{ch}x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

双曲正切 $\mathrm{th}x=\dfrac{\mathrm{sh}x}{\mathrm{ch}x}=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

反双曲正弦 $\mathrm{arsh}x=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$

($x\in(-\infty,+\infty)$,单调增加,奇函数)

反双曲余弦 $\mathrm{arch}x=\ln(x+\sqrt{x^2-1})$

($x\in[1,+\infty)$,单调增加)

反双曲正切　$\operatorname{arth} x=\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$

($x\in(-1,1)$,单调增加,奇函数).

定义 12　如果对于任意给定的正数 ε(无论它多么小),总存在正整数 N,使得对于 $n>N$ 的一切 x_n,不等式

$$|x_n-a|<\varepsilon$$

都成立,则称常数 a 是数列 x_n 的**极限**,或称数列 x_n **收敛于** a. 记为

$$\lim_{n\to\infty}x_n=a$$

或

$$x_n\to a(n\to\infty)\text{即 }x_n\xrightarrow{n\to\infty}a$$

如果数列没有极限,就说数列是**发散**的,或者叙述为存在一个正数 ε_1,对于任意给定的正整数 N,总有 n_1 存在,当 $n_1>N$ 时,

$$|x_{n_1}-a|\geqslant\varepsilon_1$$

定义 13　(1)如果对于任意给定的正数 ε(无论它多么小),总存在正数 δ,使得对于适合不等式 $0<|x-x_0|<\delta$ 的一切 x,对应的函数值 $f(x)$ 都满足不等式

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

那么,常数 A 就叫做**函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的极限**,记作

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=A\text{ 或 }f(x)\to A(\text{当 }x\to x_0)$$

(2)如果对于任意给定的正数 ε(无论它多么小),总存在着正数 X,使得对于适合不等式 $|x|>X$ 的一切 x,所对应的函数值 $f(x)$ 都满足不等式

$$|f(x)-A|<\varepsilon$$

那么,常数 A 叫做**函数 $f(x)$ 当 $x\to\infty$ 时的极限**,记作

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=A\text{ 或 }f(x)\to A(\text{当 }x\to\infty)$$

定义 14　如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$(或 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$),则函数 $f(x)$ 当 x

$\to x_0$(或 $x\to\infty$)时为**无穷小**.

定义 15 设 $\alpha=\alpha(x)$,$\beta=\beta(x)$是同一个自变量变化过程中的无穷小,且 $\lim\frac{\beta}{\alpha}$也是这个变化过程中的极限,但 $\alpha(x)\neq0$,

如果 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=0$,称 β 是比 α **高阶的无穷小**,记作 $\beta=o(\alpha)$;

如果 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=1$,称 β 与 α 是**等价无穷小**,记作 $\alpha\sim\beta$;

如果 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=C(C\neq0,1)$,称 β 与 α 是**同阶无穷小**;

如果 $\lim\frac{\beta}{\alpha^k}=C(C\neq0,1,k$ 为正整数),称 β 是关于 α 的 k 阶**无穷小**,记为 $\beta=o(\alpha^k)$;

如果 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=\infty$,称 β 是比 α **低阶的无穷小**.

定义 16 如果对于任意给定的正数 M(无论它多么大),总存在正数 δ(或正数 X),使得适合不等式 $0<|x-x_0|<\delta$(或$|x|>X$)的一切 x,所对应的函数值 $f(x)$总满足不等式

$$|f(x)|>M$$

则称函数 $f(x)$当 $x\to x_0$(或 $x\to\infty$)时为**无穷大**,记作

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=\infty\ (\text{或}\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty)$$

定义 17 设函数 $y=f(x)$在 x_0 的某一邻域内有定义:

(1) 如果自变量的增量 $\Delta x=x-x_0\to0$ 时,对应的函数值的增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)\to0$,称函数 $y=f(x)$**在点 x_0 连续**.

(2) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$,就称函数 $f(x)$在点 x_0 处连续.

(3) 如果对于任意给定的正数 ε(无论它多么小),总存在着正数 δ,使得适合不等式$|x-x_0|<\delta$ 的一切 x,所对应的函数值

$f(x)$都满足不等式

$$|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$$

就称 $f(x)$ 在点 x_0 处连续．

定义 18 如果 $\lim\limits_{x\to x_0-0}f(x)=f(x_0-0)$ 存在且等于 $f(x_0)$，即

$$f(x_0-0)=f(x_0)$$

就称函数 $f(x)$ 在点 x_0 **左连续**．

如果 $\lim\limits_{x\to x_0+0}f(x)=f(x_0+0)$ 存在且等于 $f(x_0)$，即

$$f(x_0+0)=f(x_0)$$

就称函数 $f(x)$ 在点 x_0 **右连续**．

定义 19 设 x_0 的任何邻域内总有异于 x_0 而属于函数 $f(x)$ 的定义域的点，如果函数 $f(x)$ 有下列 3 种情形之一：

(1) 在点 x_0 没有意义；

(2) 在点 x_0 处有定义，但 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在；

(3) 虽在 x_0 处有定义，且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，但 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\neq f(x_0)$．

则函数 $f(x)$ 在点 x_0 不连续，而点 x_0 称为函数 $f(x)$ 的**不连续点**或**间断点**．

定义 20 设 x_0 为函数 $f(x)$ 的间断点

(1) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，则 x_0 为函数 $f(x)$ 的**可去间断点**；

(2) 如果单侧极限 $f(x_0-0)$ 和 $f(x_0+0)$ 均存在，但二者不相等，因而 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在，称 x_0 为 $f(x)$ 的**跳跃间断点**；

(3) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$，称 x_0 为 $f(x)$ 的**无穷间断点**；

(4) 如果 $x\to x_0$ 时，其函数值发生振荡，因而极限不存在，称 x_0 为 $f(x)$ 的**振荡间断点**．

左极限、右极限均存在的间断点称为**第一类间断点**．可去间断点和跳跃间断点属于第一类间断点．

不是第一类间断点的任何间断点，称为**第二类间断点**．无穷间断点、振荡间断点、无穷振荡间断点均属于第二类间断点．

定义 21 设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义，如果 $x_0 \in I$，使得对于任意 $x \in I$，都有

$$f(x) \leqslant f(x_0) \quad (f(x) \geqslant f(x_0))$$

则称 $f(x)$ 在区间 I 上有**最大值（最小值）**，记作

$$M = f(x_0) = \max_{x \in I} f(x) \quad (m = f(x_0) = \min_{x \in I} f(x))$$

定义 22 如果函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内连续，在左端点 a 右连续，在右端点 b 左连续，则称函数 $f(x)$ 在**闭区间 $[a, b]$ 上连续**．

（二）基本定理

定理 1 （极限的惟一性）数列 x_n 不能收敛于两个不同的极限．

定理 2 （收敛数列的有界性）如果数列 x_n 收敛，则数列 x_n 必有界．

定理 3 （1）如果 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$，且 $A < 0$（或 $A > 0$），那么就存在点 x_0 的某一去心邻域，当 x 属于该邻域内时，有 $f(x) < 0$（或 $f(x) > 0$）．

（2）如果在 x_0 的某一去心邻域内 $f(x) \geqslant 0$（或 $f(x) \leqslant 0$），且 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$，则 $A \geqslant 0$（或 $A \leqslant 0$）．

定理 4 （1）如果 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$，则 $f(x) = A + \alpha(x)$，其中 $\alpha(x) \to 0 (x \to x_0)$；

（2）如果函数 $f(x) = A + \alpha(x)$，其中 $\alpha(x) \to 0 (x \to x_0)$，则

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A$$

定理 5 有界函数与无穷小的乘积是无穷小．

定理 6 如果函数 $y=f(x)$在区间 I_x 上单值、单调增加(或单调减少)且连续,则它的反函数 $x=\varphi(y)$也在对应的区间 $I_y=\{y\mid y=f(x),x\in I_x\}$上单值,单调增加(或单调减少)且连续．

定理 7 (最大值和最小值定理)在闭区间上连续的函数,必定有最大值和最小值,且可达．

定理 8 (有界性定理)在闭区间上连续的函数一定在该区间上有界．

定理 9 (零点定理)设函数 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上连续，且 $f(a)$与 $f(b)$异号,那么在开区间(a,b)内至少有函数 $f(x)$的一个零点,即至少有一点 $\xi(a<\xi<b)$,使 $f(\xi)=0$.

定理 10 (介值定理)设函数 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上连续,且在这区间的端点取不同的函数值,

$$f(a)=A \quad \text{及} \quad f(b)=B$$

那么,对于 A 与 B 之间的任意一个数 C,在开区间(a,b)内至少有一点 ξ,使得

$$f(\xi)=C \quad (a<\xi<b)$$

(三)基本法则和方法

1．极限存在准则

准则Ⅰ (夹逼准则)如果数列 x_n,y_n 及 z_n 满足条件

(1)$y_n\leqslant x_n\leqslant z_n \quad (n=1,2,\cdots,)$

(2)$\lim\limits_{n\to\infty}y_n=a,\lim\limits_{n\to\infty}z_n=a$

则数列 x_n 的极限存在,且$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$.

准则Ⅰ′ 如果函数 $f(x),g(x)$及 $h(x)$满足条件

(1)当 $x\in \mathring{U}(x_0,\delta)$(或$|x|>X$)时,有

$$g(x) \leqslant f(x) \leqslant h(x)$$

成立；

(2) $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ (x \to \infty)}} g(x) = A$, $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ (x \to \infty)}} h(x) = A$

则 $\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ (x \to \infty)}} f(x)$存在，且等于 A.

准则Ⅱ （单调有界准则）单调有界数列必有极限．

2. 两个重要极限

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \to \infty}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

或
$$\lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e, \quad \lim_{x \to 0}(1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

3. 无穷小的运算法则

(1)有限个无穷小的和也是无穷小．

(2)有限个无穷小的乘积也是无穷小．

(3)常数与无穷小的乘积是无穷小．

(4)有界函数与无穷小的乘积是无穷小．

4. 等价无穷小及其代换式

(1)当 $x \to 0$ 时，$\sin x \sim x$, $\tan x \sim x$, $\arcsin x \sim x$, $\arctan x \sim x$, $1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2$, $\ln(1 + x) \sim x$, $e^x - 1 \sim x$, $(1 + x)^\alpha - 1 \sim \alpha x$（$\alpha$ 为实数）等．

(2)设$\lim\limits_{x \to a} u(x) = 0$, $u(x) \neq 0$，则当 $x \to a$ 时，

$\sin u(x) \sim u(x)$, $\tan u(x) \sim u(x)$, $1 - \cos u(x) \sim \frac{1}{2}[u(x)]^2$, $e^{u(x)} - 1 \sim u(x)$, $\ln[1 + u(x)] \sim u(x)$, $[1 + u(x)]^\alpha - 1 \sim \alpha u(x)$等．

(3)设 $f(x) \sim f_1(x)$, $g(x) \sim g_1(x)$ （当 $x \to a$）则

（ⅰ）$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ 与 $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f_1(x)}{g_1(x)}$存在性相同；

(ii)若有一个存在,必有二者相等;

(iii) $f(x)g(x) \sim f_1(x)g_1(x)$ (当 $x \to a$);

(iv)若$\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = k$ $(k \neq -1, k \in R)$,则

$$f(x) + g(x) \sim f_1(x) + g_1(x) \quad (\text{当 } x \to a).$$

(4)设 $f(u) \sim f_1(u)$ (当 $u \to b$),又当 $x \to a$ 时 $u = u(x) \to b$,但 $u(x) \neq b$ (b 为常数),则

$$f[u(x)] \sim f_1[u(x)] \quad (\text{当 } x \to a)$$

5. 无穷大与无穷小的关系法则

若 $\lim f(x) = 0$ 且 $f(x) \neq 0$,则 $\lim \frac{1}{f(x)} = \infty$.

若 $\lim f(x) = \infty$,则 $\lim \frac{1}{f(x)} = 0$.

6. 极限四则运算法则

若 $\lim f(x) = A, \lim g(x) = B$,则

(1)$\lim[f(x) \pm g(x)] = A \pm B$

(2)$\lim[f(x)g(x)] = AB$,特别 $\lim[Cf(x)] = C\lim f(x)$其中 C 为常数.

(3)$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$ $(B \neq 0)$

7. 极限比较法则 如果 $\varphi(x) \geqslant \psi(x)$,而 $\lim \varphi(x) = a$, $\lim \psi(x) = b$,则 $a \geqslant b$.

8. 极限的变量代换法则

设函数 $f[\varphi(x)]$由 $f(u)$及$u = \varphi(x)$复合而成,$\lim\limits_{x \to x_0} \varphi(x) = u$.
如果 $\lim\limits_{u \to u_0} f(u) = A$,则

$$\lim_{x \to x_0} f[\varphi(x)] = A = \lim_{u \to u_0} f(u)$$

9. 不定式

极限的不定式共有 7 种类型,它们分别是$\frac{0}{0}$,$\frac{\infty}{\infty}$,$0\cdot\infty$,$\infty-\infty$,1^{∞},∞^{0}及0^{0}.

10. 连续函数的运算法则

(1)有限个在一点 x_0 连续的函数之和(或积)是一个在该点连续的函数.

(2)两个在一点 x_0 连续的函数之商,是一个在该点连续的函数,只要分母在该点之值不为零.

(3)设 $u=\varphi(x)$, $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}}\varphi(x)=a$,且 $y=f(x)$在点 $u=a$ 连续,则复合函数 $y=f[\varphi(x)]$有

$$\lim_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}} f[\varphi(x)]=f[\lim_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}}\varphi(x)]=f(a)$$

(4)设 $u=\varphi(x)$在点 $x=x_0$ 连续,且 $\varphi(x_0)=u$,而函数 $y=f(u)$在点$u=u_0$ 连续,则复合函数$y=f[\varphi(x)]$在点 x_0 也连续.

(5)基本初等函数在它们的定义域内都是连续的.

(6)初等函数在其**定义区间**(包含在定义域内的区间)内都是连续的.

二、基本要求

(一)概念部分

1. 理解函数、复合函数、数列极限、函数极限、函数在一点连续的概念.

2. 了解函数奇偶性、单调性、周期性和有界性,反函数、无穷小、无穷大、无穷小的阶、间断的概念.

（二）基本理论部分

1.掌握基本初等函数的性质及其图形．

2.了解两个极限存在准则（夹逼准则和单调有界准则）．

3.掌握两个重要极限

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\quad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e$$

4.了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质定理：最大值、最小值定理，零点定理，介值定理．

（三）基本法则和方法部分

1.掌握极限四则运算法则和复合函数极限法则（极限的变量代换法则）．

2.会用两个重要极限求极限．

3.会用等价无穷小求极限．

4.会判别函数间断点的类型．

5.会利用几何、物理知识和所掌握的其他知识，建立简单实际问题中的函数关系式．

三、疑难问题解释

（一）在高等数学中，为计算方便，三角函数角的度量一定采用弧度制．如重要极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$，其中角度 x 采用弧度制．若采用角度制：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=\frac{\pi}{180}$（$1^\circ=\frac{\pi}{180}$弧度），于是 $x\to 0$ 时，$\sin x\sim\frac{\pi}{180}x$，显然不如弧度制下 $\sin x\sim x$ 简便．不仅如此，还会因此带