

工农业余中等学校
高中数学第二册
教学参考书

天津人民出版社

编者的话

这套工农业余中等学校高中数学教学参考书，受教育部工农教育局委托，由天津市工农教育教学研究室组织部分教师，根据工农业余中等学校高中课本《数学》（人民教育出版社1980年2月第一版）编写的。供教师在教学中参考。

本书体例一般包括“章教材说明”、“单元数学计划”、“数学补充资料”、“本章小结”、“附录”等五个部分。并以单元教学计划为中心；以教材分析为重点；以教法建议为辅构成本书的主体。“教学补充资料”是根据各章教材内容提出的可以教给学员的一些教学内容；“附录”是提供教师的一些参阅资料。

工农业余中等学校高中数学教学参考书第二册是由刘元、赵铎、张元璐、刘万仓、张云晓、叶惠新等六位同志编写的。在编写过程中，参考和采用了有关资料，吸取了兄弟省市有关同志的宝贵意见。最后由张元璐、叶惠新、刘宗华等同志作了较详细的修改，谨此一并致谢。

由于我们的水平所限、编写时间仓促，错误难免，望提出宝贵意见。

天津市工农教育教学研究室

1980年12月

目 录

第四章 直线 曲线方程	1
第一单元 直角坐标系	3
第二单元 曲线和方程	14
第三单元 直线	21
第四单元 圆锥曲线	56
第五章 极坐标和参数方程	172
第一单元 极坐标	173
第二单元 参数方程	215
第六章 行列式和线性方程组	282
第一单元 二阶行列式	283
第二单元 三阶行列式及其展开	288
第三单元 行列式及解线性方程组	295
第四单元 消去法解线性方程组	303
第七章 复数	316
第一单元 复数的概念	318
第二单元 复数的运算	331
第三单元 复数的三角形式	341
第八章 排列 组合 数学归纳法和二项式定理	394
第一单元 排列和组合	396
第二单元 数学归纳法	416
第三单元 二项式定理	427
第九章 概率	454

第四章 直线 曲线方程

〔教材说明〕

1. 内容介绍:

本章是由直角坐标系，曲线和方程，直线，圆锥曲线等内容组成的，它是运用了学员已有的代数知识作为工具，来研究平面的图形和性质，前两个单元的教材主要介绍坐标平面上的点和坐标间的关系，曲线和方程间的关系，第三、四个单元教材主要介绍直线和几种常见的圆锥曲线，教材最后介绍了圆锥曲线的化简方法——坐标轴的平移和旋转。

本章教材在介绍了有向直线和坐标平面内的点和它的坐标间的关系的基础上，主要介绍两点间的距离和线段的定比分点。曲线和方程主要介绍，曲线和方程的关系，如何由曲线求出方程和由方程画出曲线。这两个单元都是重要的一些基本概念和基本方法，是学好本章教材的关键。直线和圆锥曲线这两个单元的教材是本章的重点。直线主要介绍它的方程的一般形式和四种特殊形式，使学员根据已知条件能熟练的选用适当的形式写出它的方程，圆锥曲线主要介绍圆，椭圆，双曲线和抛物线的概念标准方程和主要性质，这部分教材概念比较多，它们之间有类似之处也有不同之处，理解和掌握好它们的基本概念是学好本单元的关键，也是学好本章的关键。

直角坐标系中的坐标变换——坐标轴的平移和旋转，是在学员熟练掌握圆锥曲线的各种标准方程，并能正确迅速地

画出它们的图象的基础上介绍的。其目的是使学员对一般二次方程、能迅速的判别出圆锥曲线的类型。并能运用坐标轴的平移和旋转化简二次方程，根据简化了的二次方程能迅速的画出它的曲线。

2. 目的要求：

掌握直角坐标平面上的点和有序数对之间，直线和方程，曲线和方程的关系，迅速的写出直线方程，或写出曲线的方程，并能画出它的图象。

熟练的掌握两点间的距离，线段的定比分点，点到直线的距离等公式，深入的了解直线方程的几种形式的意义和它们之间的内在联系，并能应用有关直线方程的一些知识解决一些实际应用。

掌握二次曲线的各种标准方程，通过对二次曲线的各种方程的讨论，掌握二次曲线的性质，绘画出它们的图象，并掌握二次曲线的一些基本应用，并能够利用坐标轴的平移和旋转化简二次方程。

3. 重点难点：

线段的定比分点，点到直线的距离，直线和圆锥曲线标准方程的意义和坐标变换等内容是本章的重点和难点。

4. 课时分配： 本章教材约需60课时，各单元所需课时分配如下：

第一单元	直角坐标系	(8 课时)
第二单元	曲线和方程	(6 课时)
第三单元	直线	(16课时)
第四单元	圆锥曲线	(28课时)
	总复习	(2 课时)

〔单元教学计划〕

第一单元 直角坐标系

1. 目的要求

(1) 掌握有向直线及其有关概念，会计算数轴上有向线段的数量。

(2) 理解平面直角坐标系内的点与一对有序实数的对应关系。

(3) 熟练掌握两点间的距离公式和线段的定比分点公式。

(4) 培养学员用代数方法解决几何问题的初步能力。

2. 教材分析

(1) 本单元首先讲解了有向线段的概念，在平面直角坐标系中研究了两点间的距离公式和线段的定比分点公式。这些是用代数方法研究几何问题的准备。因此务必使学员切实学好，为今后学习打下良好的基础。

(2) 本单元的教材重点是两点间的距离公式，一定要牢固掌握。因为距离是正数，所以计算时应取算术根。

(3) 本单元概念较多，又是平面解析几何的开头，学员一定会感到困难，因此应在讲清概念基础上加强课堂练习。

(4) 每一课题后均有数量较多的习题，可根据具体情况，适当增减。

3. 课时分配 本单元约需 8 课时各节所需课时分配如下

§4.1. 有向直线 约 2 课时

§4.2. 平面直角坐标系 // 2 // //

§4.3. 两点间的距离 约 2 " "

§4.4. 线段的定比分点 约 " " "

4. 教材处理

§4.1. 有向直线 (约需 2 课时)

A. 目的要求

(a) 使学员清楚的掌握有向直线、有向线段、有向线段的数量以及有向线段的长度等概念, 和它们的表示法

(b) 使学员能熟练的计算数轴上的有向线段的数量和长度.

B. 教法建议

(a) 在解析几何中对于直线, 不仅要研究它的位置, 而且还要研究它的方向. 考虑直线的方向是有实际意义的, 在讲解有向直线的概念时应注意从实际引入.

(b) 要讲清概念间的相互联系. 例如在讲解有向线段的概念时, 应使学员理解到有向线段是规定了方向的线段, 从起点到终点的方向就是有向线段的方向; 在讲解有向线段的数量时, 应使学员理解到有向线段的数量即表示了它的长度又指出了它的方向.

(c) 对于确定有向线段方向的法则; 数量, 长度的计算等要做一定数量的练习, 使之熟练掌握. 特别要注意, 当表示有向线段的始点和终点的两个字母位置互相掉换时, 有向线段的符号改变, 即 $AB = -BA$

(d) 要反复强调数轴上的点和实数有着一一对应的关系, 和数轴上一点相对应的实数, 叫做这点的坐标.

(e) 数轴上 O 、 A 、 B 、三点共有六种位置关系但 $AB = OB - OA$, 总是成立的, 对于这一概念, 既是对有向线段

的数量、长度的一个总结运用，近而又推导出了在数轴上用点的坐标求有向线段的数量、长度的方法。

即在数轴上 $A(x_1)$ $B(x_2)$

$$AB = x_2 - x_1$$

$$|AB| = |x_2 - x_1|$$

(f) 为了让学员能熟练的掌握数轴上的有向线段的计算方法，在课堂上可选用后面的补充题，让学员计算。

C. 习题分配

习题4.1 (1)

1、2、3、4

补充题：

1. 设： A 、 B 、 C 、 D 是同一条直线上的四个点，求证不论它们的位置怎样，都有如下的关系：

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

证明：取这条直线为数轴。

令 A 点为原点， B 、 C 、 D 、的坐标分别是 b 、 c 、 d ，则：

$$\begin{aligned} AB \cdot CD + BC \cdot AD &= b(d - c) + (c - b) \cdot d \\ &= bd - bc + ed - bd \\ &= cd - bc \end{aligned}$$

$$AC \cdot BD = c(d - b) = cd - bc$$

$$\therefore AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

2. 设 A 、 B 、 C 、 D 是同一条直线上的四个点，求证不论它们的位置怎样，都有

$$AB + BC + CD + DA = 0 \text{ 的关系}$$

证明：取这条直线为数轴

令 A 点为原点, B 、 C 、 D 的坐标分别是 b 、 c 、 d 则:

$$\begin{aligned} AB + BC + CD + DA &= b + (c - b) + (d - c) - d \\ &= b + c - b + d - c - d = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore AB + BC + CD + DA = 0$$

3. 设 P 是 A 、 B 、 C 三点所在的直线上任意一点, 求证

$$PA \cdot BC + PB \cdot CA + PC \cdot AB = 0$$

(提示: 取 A 、 B 、 C 、 P 四点所在的直线为数轴, 令 P 点为原点, A 、 B 、 C 的坐标分别是 a 、 b 、 c 即可证出其结论。

令 A 、 B 、 C 、 P 的坐标分别是 a 、 b 、 c 、 p 同样可证出其结论。)

§4.2 平面直角坐标系 (约需 2 课时)

A. 目的要求

使学员理解并掌握平面直角坐标系内的点与一对有序实数的对应关系。

B. 教法建议

(a) 本节开始时可将上一节内容作一简要复习, 然后将补充题中没作过的让学员练习。

(b) 由于平面直角坐标系的建立, 使平面上的点和一对有序实数之间建立了一一对应关系, 这就把平面内关于点的几何问题有可能变为关于这些点的坐标的问题 来进行研究。平面解析几何就是从这一基本观念出发, 用代数方法来研究平面几何问题的。在讲授时一定深刻认识到本课的重要性。在教学中要反复强调位于横轴上的点的纵坐标都是零; 位于纵轴上的点的横坐标都是零。例题要讲透, 习题要加强

辅导。

C. 习题分配

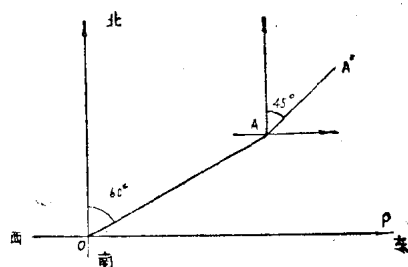
习题4.1 (1)

5、6、7、8、

9、10、11

第7题 提示 (图

4.1)



(图4.1)

分别求出A和A'的
坐标即可得到

船在起点的东面51.6公里

船在起点的北面36.97公里

§4.3 两点间的距离 (约需 2 课时)

A. 目的要求

使学员牢固掌握两点间的距离公式, 并能运用公式解决
有关实际问题

B. 教法建议

(a) 两点间的距离公式是用代数方法解决几何问题经常
用到的基本工具, 因此两点间的距离公式是本单元之重点

(b) 在教学中可先提出问题

已知: 两点 $P_1(x_1, y_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2)$

求线段 P_1P_2 在两条坐标轴上的投影的长度让学员回答

结合图形(书中第5页图4.7)得到

$$|M_1M_2| = |x_2 - x_1|$$

$$|N_1N_2| = |y_2 - y_1|$$

这样就自然的导出

$$|P_1Q| = |M_1M_2| = |x_2 - x_1|$$

$$|QP_2| = |N_1N_2| = |y_2 - y_1|$$

再根据勾股定理, 容易导出平面上任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ $P_2(x_2, y_2)$ 间的距离公式

$$d = |P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

因为 d 为正数, 所以公式的根式取算术根

(c) 讨论

(i) 当 $y_1 = y_2$ 即 $P_1P_2 \parallel OX$ 轴时

$$\text{则 } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = |x_2 - x_1|$$

(ii) 当 $x_1 = x_2$ 即 $P_1P_2 \parallel OY$ 轴时

$$\text{则 } d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2} = |y_2 - y_1|$$

(iii) 当 $x_2 = y_2 = 0$ 时 即 P_2 点在原点

$$\text{则 } d = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

同样 $x_1 = y_1 = 0$ 时 即 P_1 点在原点

$$\text{则 } d = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

(d) 在应用公式求两点间的距离时, 不考虑两点的顺序。这是因为 $(x_2 - x_1)^2 = (x_1 - x_2)^2$

$$(y_2 - y_1)^2 = (y_1 - y_2)^2$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } d = |P_1P_2| &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \end{aligned}$$

在解题时哪个点的坐标作为被减数, 哪个点的坐标作为减数, 要以能否使计算简便来定。

c. 习题分配

习题4.1 (2)

1. ①、②、③、④、⑤、⑥

⑤ 提示

$$d = \sqrt{(\cos Q_1 - \cos Q_2)^2 + (\sin Q_1 - \sin Q_2)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\cos^2 Q_1 - 2\cos Q_1 \cos Q_2 + \cos^2 Q_2 + \sin^2 Q_1}{-2\sin Q_1 \sin Q_2 + \sin^2 Q_2}}$$

$$= \sqrt{2 - 2(\cos Q_1 \cos Q_2 + \sin Q_1 \sin Q_2)}$$

$$= \sqrt{2 - 2\cos(Q_1 - Q_2)}$$

$$= \sqrt{2[1 - \cos(Q_1 - Q_2)]}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 2\sin^2 \frac{Q_1 - Q_2}{2}}$$

$$= \sqrt{4\sin^2 \frac{Q_1 - Q_2}{2}}$$

$$= 2 \left| \sin \frac{Q_1 - Q_2}{2} \right| \quad (\text{或} = 2\sin \left| \frac{Q_1 - Q_2}{2} \right|)$$

⑥ 提示

$$d = \sqrt{(a\cos x - a\sin x)^2 + (a\sin x + a\cos x)^2}$$

$$= \sqrt{a^2\cos^2\alpha - 2a^2\sin\alpha\cos\alpha + a^2\sin^2\alpha + a^2\sin^2\alpha + 2a^2\sin\alpha\cos\alpha + a^2\cos^2\alpha}$$

$$= \sqrt{2a^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)}$$

$$= \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} |a|$$

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

12. 提示

依题意设所求之点的坐标为 $(x, 0)$ 由两点间的距离公式得方程

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(x-5)^2 + 3^2}$$

$$10x = 34$$

$$\therefore x = 3.4$$

故所求之点的坐标为 $(3.4, 0)$

13. 提示

依题意设所求之点的坐标为 $(x, 10)$

由两点间的距离公式得方程

$$\sqrt{(x+4)^2 + (10-2)^2} = 10$$

$$x^2 + 8x + 16 + 64 = 100$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x_1 = 2, x_2 = -10$$

故所求之点的坐标为 $(2, 10)$, $(-10, 10)$

§4.4 线段的定比分点 (约需 2 课时)

A. 目的要求

使学员掌握线段的定比分点公式, 熟记线段的中点坐标公式, 并能运用。

B. 教法建议

(a). 本节内容只讲了平面上线段的内分点 P 的坐标公式。为讲透这一概念, 必须明确:

不论 P 内分或外分 P_1P_2 , 我们规定 P 分割 P_1P_2 指的就是分为两个线段 P_1P 及 PP_2 , P_1P 为第一分割线段, PP_2 为第二分割线段。称第一分割线段 P_1P 的数量与第二分割线段 PP_2 的数量的比, 为 P 点分 P_1P_2 所成的分比 λ 。

这里要注意: P 点分 P_1P_2 所成的分比

$$\lambda_1 = \frac{P_1P}{PP_2}$$

而 P 点分 P_2P_1 所成的分比 $\lambda_2 = \frac{P_2P}{PP_1}$

显然 当 P 点内分 P_1P_2 时: $\lambda > 0$;

当 P 点外分 P_1P_2 时: $\lambda < 0$ 但 $\lambda \neq -1$;

当 P 点与 P_1 重合时: $\lambda = 0$;

当 P 点与 P_2 重合时： λ 不存在。

b. 当 $\lambda = 1$ 时 P 点为 P_1P_2 之中点，即导出线段的中点坐标公式。

c. 在讲授定比分点坐标公式时要用到“平行线截直线成比例线段定理——两条直线被三条平行直线所截得的线段对应成比例。”事先要作好复习。

d. 建议增加关于外分点的例题，以减轻学员完成作业的困难。可把 4.1(2) 第16题作为例题 4。附解法如下：

解法一：

连结线段 AB 并延长到 P

令 P 点的坐标是 (x, y)

例题意 $|AP| = 3|AB|$

这时把 B 看作 AP 之内分点

$$\begin{aligned}\text{则 } \lambda &= \frac{AB}{BP} = \frac{|AB|}{|BP|} = \frac{|AB|}{|AP| - |AB|} \\ &= \frac{|AB|}{3|AB| - |AB|} = \frac{|AB|}{2|AB|} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

由定比分点坐标公式，得

$$\begin{cases} -4 = \frac{1 + \frac{1}{2}x}{1 + \frac{1}{2}} \\ 5 = \frac{-1 + \frac{1}{2}y}{1 + \frac{1}{2}} \end{cases}$$

解方程组 得

$$\begin{cases} x = -14 \\ y = 17 \end{cases}$$

$\therefore$ P 点的坐标是 $(-14, 17)$

解法二

连结线段 AB 并延长到 P

令 P 点的坐标为 (x, y)

依题意 $|AP| = 3|AB|$

$$\therefore |AB| = |AP| - |PB|$$

$$\therefore |AP| = 3(|AP| - |PB|)$$

$$|AP| = 3|AP| - 3|PB|$$

$$3|PB| = 2|AP|$$

$$\therefore \frac{|AP|}{|PB|} = \frac{3}{2}$$

$\therefore P$ 是外分点

$$\therefore \lambda = -\frac{3}{2}$$

由定比分点坐标公式, 得

$$x = \frac{1 + \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot (-4)}{1 + \left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{7}{-\frac{1}{2}} = -14$$

$$y = \frac{-1 + \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot 5}{1 + \left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{-\frac{17}{2}}{-\frac{1}{2}} = 17$$

$\therefore P$ 点的坐标为 $(-14, 17)$

(e) 线段的定比分点的公式的用法：在学员对线段的定比分点公式基本有所了解的基础上，要向学员讲清，利用公式求线段的定比分点坐标时，关键是确定线段的起点和 λ 的值。书中第12页例题 I，求分点 C 的坐标，书中的计算方法是以 A 为起点，其实，求分点 C 的坐标，我们也可把 B 当作起点，则此时

$$\lambda = \frac{BC}{CA} = \frac{5}{2},$$

$$x = \frac{3 + \frac{5}{2} \times 2}{1 + \frac{5}{2}} = \frac{16}{7},$$

$$y = \frac{-3 + \frac{5}{2} \times 3}{1 + \frac{5}{2}} = \frac{9}{7}.$$

通过这样的计算，可使学员对公式理解的更深刻、运用的更灵活，也避免了错误。

C 习题分配

14, 15, 17

提示 (3) 求重心的坐标 (图4.2)

重心：三角形三条中线相交的一点，其与顶点的距离等于中线的三分之二。

①求： AB 之中点 D 的坐标 $(4, -2.5)$

②求： CD 之内分点 P 的坐标使 $\frac{CP}{PD} = 2$ 。

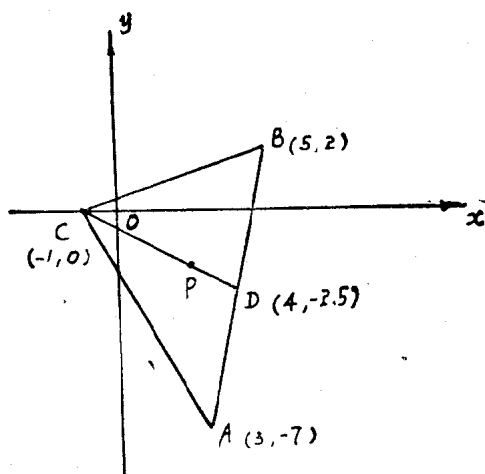


图4.2

$$\therefore x = \frac{-1 + 2 \cdot 4}{1 + 2} = \frac{7}{3}$$

$$y = \frac{0 + 2 \cdot (-2.5)}{1 + 2} = -\frac{5}{3}$$

$\therefore \triangle ABC$ 之重心坐标为 $(\frac{7}{3}, -\frac{5}{3})$

18, 19, 20, 21, 22, 23,

第二单元 曲线和方程

1. 目的要求

- (1) 掌握曲线的方程与方程的图形等概念.
- (2) 能够正确地求出简单的曲线方程和由方程经过讨论画出图形 (不要求证明)

2. 教材分析