

# 渗流力学

吴林高 纪俊发 著  
张瑞 姚迎

上海科学技术文献出版社

# 渗流力学

吴林高 缪俊发 著  
张瑞 姚迎

上海科学技术文献出版社

(沪)新登字 301 号

渗流力学

吴林高 缪俊发 著  
张瑞姚迎

\*

上海科学技术文献出版社出版发行  
(上海市武康路 2 号 邮政编码 200031)

全国新华书店经销

上海科技文献出版社昆山联营厂印刷

\*

开本 850×1168 1/32 印张 9.25 字数 257,000

1996 年 1 月第 1 版 1996 年 1 月第 1 次印刷

印数：1—750

ISBN 7-5439-0757-7/T · 398

定 价：20.00 元

《科技新书目》367 - 266

## 前　　言

渗流力学是研究地下流体(地下水、油、气)与多孔介质的共同作用以及流体运动规律的学科。它是对地下流体从数量上和质量上进行定量评价和合理开发利用的理论基础。

本书是作者承担国家自然科学基金项目——反复抽灌水作用下土层变形与地下水运动关系的研究,上海自然科学基金项目——大型井点降水引起地面沉降的研究,山东省部分城市地下水资源评价与合理开发研究以及湖北省鸡笼山金铜矿矿坑涌水量预测研究等四个科研项目的总结。

本书的特点是:重点介绍抽水与注水作用下,土层变形特点、土层的应力应变本构律、渗透系数随应力变化规律以及粘弹性多孔介质中的渗流规律;其次,对于弹性多孔介质中渗流规律的介绍,不力求全面,仅介绍解题方法的应用,例如,分离变量法、积分变换法、镜象法、摄动法以及逐次迭代法等;第三个特点,介绍近十几年来发展迅速的随机模型理论以及作者在该方面的应用实例。

本书共分三篇。第一篇弹性多孔介质中的渗流,包括三章,其中第一章是弹性多孔介质渗流理论基础,简述了渗流物理参数的概念、渗流基本定律及渗流基本方程;第二章是弹性多孔介质中的渗流,重点讨论了承压含水层非稳定井流和越流承压含水层的非稳定井流及潜水含水层的非稳定井流,此外还介绍了镜像法和解潜水面方程的摄动法;第三章是双重介质中的渗流,给出了二维井流和三维井流的解析解及应用实例。第二篇粘弹性多孔介质中的渗流是本书的重点,包括四章,其中第四章是抽水与注水作用下土层的应力应变本构律,概述了模型试验设备和模拟试验方法,详细分析了抽水、注水作用下,土层变形机理和渗透系数随应力变化规

律，并分别给出了抽水压密过程中和注水膨胀过程中土层的应力应变本构律；第五章是粘弹性多孔介质中的渗流方程，讨论了土骨架变形场与渗流场之间的本构关系，从而给出粘弹性多孔介质中的渗流方程和抽水、注水引起的粘弹性多孔介质的压密与膨胀方程；第六章是粘弹性多孔介质中的二维井流模型及其解析解，详细介绍了 Brutsaert - Corapcioglu 等人提出的粘弹性多孔介质中二维井流模型的近似解，和采用逐次迭代法给出该定解问题的严格解；第七章是粘弹性越流含水层组的三维井流模型与粘弹性地面沉降模型的解析解，重点讨论三维井流模型和地面沉降模型的建立，采用积分变换方法求得各种情况的解析解，以及给出了应用实例；第八章是粘弹性越流含水层组的三维井流模型的数值解，重点介绍三维有限元法在粘弹性多孔介质渗流中的应用。第三篇多孔介质渗流随机模型，包括三章，其中第九章是随机过程理论基础，介绍了平稳随机过程的数字特征、时间序列的组成分析以及时序分析中的自相关分析和互相关分析技术；第十章是时间序列线性随机模型，重点讨论了在应用于平稳序列中的  $ARMA(p, q)$  模型及其特殊形式  $AR(p)$  模型和  $MA(q)$  模型结构、统计特性、参数估计及其建模程序，并简单介绍将  $ARMA(p, q)$  模型推广应用于非平稳序列的  $ARIMA(p, d, q)$  模型的特点；第十一章时间序列非线性随机模型是本篇的重点，详细介绍了门限自回归模型  $TAR$  中的自激励门限自回归模型  $SETAR$  和开环门限自回归模型  $TAR-SO$  的模型结构、性质及建模程序，并给出了门限自回归模型在预测地面沉降量和矿坑涌水量中应用的两个工程实例。

笔者借本书出版的机会向同济大学数学系凌镛教授致谢，衷心感谢他支持了笔者的科学的研究，审阅了本书的全部内容并在数学上给予具体指导和帮助。

# 目 录

<b>第一篇 弹性多孔介质中的渗流</b> .....	1
<b>第一章 弹性多孔介质渗流理论基础</b> .....	1
1.1 多孔介质 .....	1
1.2 空间平均方法 .....	3
1.3 渗流物理参数 .....	5
1.4 渗流基本定律—— <i>Darcy</i> 定律 .....	10
1.5 渗流的连续性方程.....	17
1.6 渗流的基本方程.....	18
<b>第二章 弹性多孔介质中的渗流</b> .....	21
2.1 承压含水层与越流承压含水层的渗流方程.....	21
2.2 定解条件.....	24
2.3 承压含水层的井流.....	28
2.4 叠加原理 可化为无限含水层的边值问题.....	35
2.5 越流承压含水层的井流.....	42
2.6 潜水面方程及其解法.....	55
2.7 潜水含水层的井流.....	67
<b>第三章 双重介质中的渗流</b> .....	76
3.1 双重介质中的渗流方程.....	76
3.2 双重介质中二维井流.....	80
3.3 双重介质中三维井流.....	81
<b>第二篇 粘弹性多孔介质中的渗流</b> .....	102
<b>第四章 抽水与注水作用下土层的应力应变本构律</b> .....	102
4.1 抽水压密与注水膨胀模型试验 .....	102
4.2 反复抽水与注水作用下土层变形机理分析 .....	107

4.3 反复抽水与注水作用下土的应力应变本构律	115
4.4 反复抽水与注水作用下土层的渗透系数变化规律	119
<b>第五章 粘弹性多孔介质中的渗流方程</b>	<b>126</b>
5.1 变形场与渗流场之间的本构关系	126
5.2 粘弹性多孔介质中的渗流方程	128
<b>第六章 粘弹性多孔介质中的二维井流模型及其解析解</b>	<b>134</b>
6.1 粘弹性多孔介质中的二维井流模型的建立	134
6.2 粘弹性多孔介质中的二维井流模型的近似解析解	136
6.3 粘弹性多孔介质中的二维井流模型的严格解	138
<b>第七章 粘弹性越流含水层组的三维井流模型与粘弹性地面沉降模型的解析解</b>	<b>149</b>
7.1 粘弹性越流含水层组的三维井流模型的建立	150
7.2 粘弹性越流含水层组的三维井流模型的严格解	154
7.3 严格解的简化形式	164
7.4 粘弹性地面沉降模型的严格解	169
7.5 计算实例	173
<b>第八章 粘弹性越流含水层组的三维井流模型的数值解</b>	<b>179</b>
8.1 粘弹性越流含水层组的三维井流模型的另一表现形式	179
8.2 粘弹性越流含水层组的三维井流模型的数值解	184
8.3 粘弹性越流含水层组的三维井流模型的数值解的应用	203

<b>第三篇 多孔介质渗流随机模型</b>	209
<b>第九章 随机过程理论基础</b>	209
9.1 随机过程概念和数学描述	209
9.2 平稳随机过程	215
9.3 时间序列的组成分析	220
9.4 自相关分析和互相关分析	223
<b>第十章 时间序列线性随机模型</b>	228
10.1 线性平稳随机模型的一般概念	228
10.2 自回归模型	230
10.3 自回归滑动平均求和模型	235
10.4 建立时间序列线性随机模型的一般程序	245
<b>第十一章 时间序列非线性随机模型</b>	253
11.1 概述	254
11.2 门限自回归模型	258
11.3 计算实例	264
<b>符号与量纲</b>	274
<b>参考文献</b>	282

# Fluid Mechanics in Porous Media

## Contents

Part I. Seepage in Elastic Porous Media .....	1
Chapter 1 The Basis of Seepage Theory in Elastic Porous Media .....	1
1. 1 Porous Media .....	1
1. 2 Spatial Averaging Method .....	3
1. 3 Physical Parameters of Seepage .....	5
1. 4 Fundamental Law of Seepage—Darcy's Law .....	10
1. 5 Continuity Equation of Seepage .....	17
1. 6 Fundamental Equation of Seepage .....	18
Chapter 2 Seepage in Elastic Porous Media .....	21
2. 1 Seepage Equations of the Confined Aquined Aquifer and Leaky Confined Aquifer .....	21
2. 2 Initial and Boundary Conditions .....	24
2. 3 Well Flow of the Confined Aqifer .....	28
2. 4 Principle of Superposition, and Boundary Value Problems Transformable into Infinite Aquifers .....	35
2. 5 Well Flow of the Leaky Confined Aquifer .....	42
2. 6 Phreatic Surface Equation and Its Solution .....	55
2. 7 Well Flow of the Phreatic Aquifer .....	67
Chapter 3 Seepage in Double Porous Media .....	76
3. 1 Seepage Equations in Double Porous Media .....	76
3. 2 Two-dimentional Well Flow in Double Porous Media .....	80
3. 3 Three-dimentional Well Flow in Double Porous Media .....	81

<b>Part II Seepage in Viscoelastic Porous Media .....</b>	<b>102</b>
<b>Chapter 4 Stress-Strain Constitutive Law of the Soil under</b>	
<b>' Pumping and Recharge .....</b>	<b>102</b>
4. 1 Model Test of the Compaction and Dilation of Soil due to	
Pumping and Recharge .....	102
4. 2 Mechanism of the Deformation of the Soil Layer under	
Repeated Pumping and Recharge .....	107
4. 3 Stress—Strain Constitutive Law of the Soil under Re-	
peated Pumping and Recharge .....	115
4. 4 Variational Law of the Coefficients of Permeability of	
Soil Under Repeated Pumping and Recharge .....	119
<b>Chapter 5 Seepage Equations in Viscoelastic Porous Media</b>	
.....	126
5. 1 Constitutive Relation between the Deformation Field and	
the Seepage Field .....	126
5. 2 Seepage Equations in Viscoelastic Porous Media	
.....	128
<b>Chapter 6 Two-dimentional Well Flow Model in Viscoelatic</b>	
<b>Porous Media and Its Analytic Solution .....</b>	<b>134</b>
6. 1 Establishment of the Two-dimentional Well Flow Model	
in Viseoelastic Media .....	134
6. 2 Approxiamate Analytic Solution of the Two-dimentional	
Well Flow Model in Viscoelastic Porous Media ...	136
6. 3 Exact Solution of the Two-dimensional Well Flow Model	
in Viscoelastic Porous Media .....	138
<b>Chapter 7 Analytic Solutions of the Three-dimentional Well</b>	
<b>Flow Model and Land Subsidence Model in Visco-e-</b>	
<b>lastic Leaky Aquifer System .....</b>	<b>149</b>
7. 1 Establishment of the Three-dimentional Well Flow Mod-	
el in Viscoelastic Leaky Aquifer System .....	150

7.2	Exact Solution of the Three-dimentional Well Flow Model in Viscoelastic Leaky Aquifer System .....	154
7.3	Simplified Forms of the Exact Solution .....	164
7.4	Exact Solution of the Viscoelastic Land Subsidence Model .....	169
7.5	Example .....	173
Chapter 8	Numerical Solution of the Three-dimensional Well Flow Model in Viscoelastic Leaky Aquifer System .....	179
8.1	An other Expression of the Three-dimensional Well Flow Model in Viscoelastic Leaky Aquifer System .....	179
8.2	Numerical Solution of the Three-dimensional Well Flow Model in Viscoelastic Leaky Aquifer System .....	184
8.3	Application of the Numerical Solution .....	203
Part III.	Seepage Stochastic Model in Porous Media .....	209
Chapter 9	Theoretical Basis of the Stochastic Process .....	209
9.1	Concepts of the Stochastic Process and Its Mathematical Description .....	209
9.2	Stationary Stochastic Process .....	215
9.3	Analysis of the Composition of the Time Series ...	220
9.4	Autocorrelation Analysis and Cross-correlation Analysis .....	223
Chapter 10	Linear Stochastic Model of the Time Series .....	228
10.1	General Concepts of the Linear Stationary Stochastic Model .....	228
10.2	Autoregressive Model .....	230
10.3	Autoregressive Intergrated Model for the Moving Average .....	235

10.4 General Program for Establishing Linear Stochastic Model of the Time Series .....	245
Chapter 11 Non-Linear Stochastic Model of the Time Series .....	253
11.1 Introduction .....	254
11.2 Threhold Autoregressive Model .....	258
11.3 Examples .....	264
Symbols and Dimensions .....	274
References .....	282

# 第一篇 弹性多孔介质中的渗流

## 第一章 弹性多孔介质渗流理论基础

### 1.1 多孔介质

多孔介质指的是这样的一个体积：可以把它分成很多微小的体积，在每个小体积中，都包含有固体和流体；其中固体部分称为“骨架”，而充满流体（液体及气体）的部分称为“孔隙”。所有连通的孔隙所占的体积称为“有效孔隙”。在有效孔隙中，流体可以从一点连续运动到任意另外一点。在一般情况下，常认为孔隙都是连通的。以后如果不特别声明，就是把有效孔隙和孔隙看成一回事。

在自然界，多孔介质指的是松散土层，含裂隙或溶隙的坚硬岩石，而含有溶洞或地下暗河的岩溶介质不属于这个范围。多孔介质具有孔隙性、压缩性和贮水或释放出水的一些性质。

#### 1.1.1 多孔介质的孔隙性

反映多孔介质的孔隙性，采用孔隙率或孔隙比。用以下的方法定义多孔介质在一点  $x(x_1, x_2, x_3)$  的“孔隙率” $n(x)$

$$n(x) = \lim_{\Delta U \rightarrow \delta^3} \frac{\Delta U_v}{\Delta U} \quad (1-1)$$

式中  $\Delta U$  是包含  $x$  的小球体积； $\Delta U_v$  是  $\Delta U$  中孔隙的体积， $\delta$  为大于分子间平均距离的小量。

孔隙率  $n$  是一个无量纲的量，为  $0 < n < 1$ 。

孔隙比  $e$  的定义是孔隙体积与骨架体积之比，即

$$e = \frac{nU}{U - nU} = \frac{n}{1 - n} \quad (1-2)$$

在土中，孔隙率  $n$  的大小与颗粒形状、排列方式以及粒径大小有关。

### 1.1.2 多孔介质的压缩性

实践证明，在荷载作用下，多孔介质会产生压密变形。例如，抽汲地下水引起地面沉降就是一种多孔介质压密变形。

下面考虑处于静止状态下，承压含水层的受力情况（见图 1-1）。为简化讨论，假设含水砂层的颗粒之间没有粘聚力。在含水层中切一水平的横截面，面积为  $A$ 。若设  $A=1$ ，按 Terzaghi 一维固结理论，作用在该平面上的上覆荷载分别由颗粒（固体骨架）和水承担，即

$$\sigma = \sigma' + p \quad (1-3)$$

式中  $\sigma$  为上覆荷载引起的总应力； $\sigma'$  为作用在固体颗粒上的粒间应力，即有效应力； $p$  为孔隙水压力。

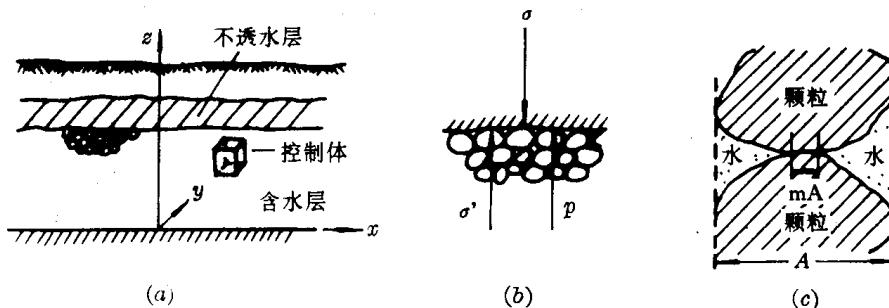


图 1-1 可压缩的承压含水层(据 J. Bear)

由(1-3)式可以分析多孔介质的压密过程是，抽汲地下水时，孔隙水压力降低，使得粒间应力即有效应力增加，而导致多孔介质压缩产生地面沉降。大多数情况下，压密属于一维变形，压密的时间延滞效应与土层的透水性性质有关。一般认为，砂层的压密是瞬时发生的，粘性土的压密时间较长。

另外，根据试验结果，在饱和的情况下，土的孔隙比  $e$  与有效应力  $\sigma'$  具有线性关系，即

$$e = e_0 - \alpha^* \sigma' \quad (1-4)$$

式中  $\alpha^*$  为土的压密系数。该式说明，孔隙比是有效应力的下降函数，随着有效应力的增加，孔隙比越来越小。

多孔介质的压密变形是一种非弹性变形。为了计算简便，在本篇中将多孔介质看成弹性体，用弹性体的应力应变关系式描述多孔介质的压密变形规律，即

$$dp = -\frac{1}{\alpha} \frac{dU}{U} \quad (1-5)$$

式中  $\alpha$  为多孔介质骨架的弹性压缩系数； $U$  为多孔介质中所取单元总体积(含骨架体积和孔隙体积)。

多孔介质的贮水性或释放水的性质将在后面介绍。

## 1.2 空间平均方法

多孔介质中流体的运动发生在骨架的孔隙和缝隙中，即流体在以孔隙或缝隙壁面为边界的小通道中运动。从这种尺度上研究多孔介质中的现象称为微观水平上的方法。由于多孔介质微观几何结构的复杂性，在实际上要从微观水平上进行研究是很难做到的。因此则只好从微观水平过渡到比较粗的宏观水平上来描述多孔介质中发生的各种现象。下面介绍的空间平均方法是实现这一过渡的杠杆。

考虑渗流区域中的一个数学点  $x$ ，其坐标为  $(x_1, x_2, x_3)$ 。以  $x$  为中心的一个小球体或小立方体，记为  $[U_{0,v}(x)]$ ，被定义为多孔介质的一个质点。一方面把  $[U_0(x)]$  取得足够大，使其中包含有相当多的固体颗粒和孔隙，以致我们可以得到在  $[U_0(x)]$  上确定的一些物理量的稳定的平均值，例如，把  $[U_0(x)]$  中的孔隙部分记为  $[U_{0,v}(x)]$ ，则当  $[U_0(x)]$  的大小在一定范围内变动时，体积比

$$n(x) = \frac{U_{0,v}(x)}{U_0(x)} \quad (1-6)$$

基本上保持为常数，因而可以把它确定为点  $x$  处的孔隙率。另一方面， $[U_0(x)]$  又是足够小，以致和整个渗流区域相比可近似看作一个点。这样定义的多孔介质质点也称为多孔介质的表征体元。

让渗流区域中的每个数学点都联系着一个多孔介质质点，则本来是由固体颗粒和孔隙所构成的多孔介质，就可以近似看成是由完全充满空间的多孔介质质点所构成的连续介质，各种有关的量或参数，例如水头、浓度、孔隙率、渗透系数等也相应成为空

间中的连续甚至可微的函数，从而避免了弄清多孔介质微观结构的困难。基于这一尺度研究多孔介质中发生的现象称为宏观水平上的方法。

为简单起见，我们来考虑饱和流体，此时多孔介质的孔隙空间全部为所考虑的流体所充满。设  $a$  是对孔隙空间中流体所定义的一种微观水平上的量（数量或向量），在表征体元  $[U_0(x)]$  的孔隙空间  $[U_{0,v}(x)]$  上量  $a$  的积分平均值为

$$\bar{a} = \frac{1}{U_{0,v}(x)} \int_{[U_{0,v}(x)]} adU_{0,v} \quad (1-7)$$

$\bar{a}$  是与多孔介质质点相联系的量，是宏观水平上的量。因此，任何微观水平上的量经(1-7)式的空间平均便可得到相应的宏观水平上的量。对某些量  $a$  还可以补充规定它在固体颗粒所占据点上的值为零，此时(1-7)式可以改写为

$$\bar{a} = \frac{1}{nU_0(x)} \int_{[U_0(x)]} adU_0 \quad (1-8)$$

式中  $n$  是(1-6)式确定的孔隙率。

例 1 设  $a$  是多组分流体中组分  $\alpha$  的密度  $\rho_\alpha$ ，它确定在多孔介质中每个流体质点上，一个微观水平上的量。经空间平均得

$$\bar{\rho}_\alpha = \frac{1}{U_{0,v}(x)} \int_{[U_{0,v}(x)]} \rho_\alpha dU_{0,v}$$

平均密度  $\bar{\rho}_\alpha(x,t)$  确定在多孔介质的质点上，是宏观水平上的量；它表示多孔介质区域中组分  $\alpha$  的密度分布。若固相中不含组分  $\alpha$ ，则上式也可以写做

$$\bar{\rho}_\alpha = \frac{1}{nU_0(x)} \int_{[U_0(x)]} \rho_\alpha dU_0$$

例 2 设  $a$  是孔隙中流体质点的微观速度分布  $v$ ，则经空间平均得

$$\bar{v}(x,t) = \frac{1}{U_{0,v}(x)} \int_{[U_{0,v}(x)]} vdU_{0,v}$$

$\bar{v}$  为多孔介质区域上的平均孔隙速度。若补充规定在固体颗粒处的  $v=0$ ，则上式可改写为

$$\bar{v}(x,t) = \frac{1}{nU_0(x)} \int_{[U_0(x)]} v dU$$

### 1.3 渗流物理参数

渗流物理参数包括流体参数、介质参数和状态参数。

#### 1.3.1 流体密度

设多孔介质中液相  $\beta$  的微观密度为  $\rho_\beta$ , 经空间平均可得到宏观水平上的量, 即在多孔介质表征体元上的平均值

$$\bar{\rho}_\beta = \frac{1}{U_{0,\beta}(x)} \int_{[U_{0,\beta}(x)]} \rho_\beta dU_{0,\beta} \quad (1-9)$$

式中  $[U_{0,\beta}(x)]$  是多孔介质表征体元被液相  $\beta$  所占据的部分。

流体的重率  $\gamma$  定义为

$$\gamma = \rho g \quad (1-10)$$

式中  $g$  为重力加速度。由此知多孔介质中液相  $\beta$  的平均重率为

$$\bar{\gamma}_\beta = \bar{\rho}_\beta g \quad (1-11)$$

#### 1.3.2 溶质浓度

多组分流体的某一组分  $\alpha$  的浓度实际上就是该组分的密度  $\rho_\alpha$ , 但在谈到浓度时习惯上常用  $C_\alpha$  表示。对于只有溶剂和溶质的二元体系, 可以单用字母  $C$  表示溶质的浓度。

对于多孔介质来说, 组分  $\alpha$  既可能存在于液相中, 也可能存在于固相中。用  $C_{\gamma,\alpha}$  表示  $\gamma$  相中含溶质  $\alpha$  的浓度, 并用

$$\bar{C}_{\gamma,\alpha} = \frac{1}{U_{0,\gamma}(x)} \int_{[U_{0,\gamma}(x)]} C_{\gamma,\alpha} dU_{0,\gamma} \quad (1-12)$$

表示  $\gamma$  相中溶质  $\alpha$  的平均浓度, 其中  $[U_{0,\gamma}(x)]$  是表征体元中  $\gamma$  相所占据的部分。

#### 1.3.3 流体粘度

流体受到切向力作用时将发生连续的变形, 即流动。流体阻止这一变形的性质称为它的粘滞性。所谓牛顿流体均服从下列牛顿粘滞定律