

# 现代控制论基础

王 翼 王秀峰

高等教育出版社

# 现代控制论基础

王 翼 王秀峰

高等教育出版社

(京)112号

## 内 容 提 要

本书以较少的篇幅全面介绍了现代控制论的主要领域中的基本理论和方法,包括线性控制系统、最优控制、系统建模与辨识、卡尔曼滤波和自校正控制器等五方面。基本理论讲述清楚、深入浅出,设计方法结合实例进行分析,便于读者掌握和应用。在某些方面还反映了90年代的最新研究成果。

本书可供大学自动控制、系统工程、经济管理、应用数学等专业作为现代控制论课程的教材或教学参考书,也可供广大科技工作者和管理人员参考。

## 现代控制论基础

王翼 王秀峰

高等教育出版社出版

北京沙滩后街55号

邮政编码: 100009 传真: 4014048 电话总机: 4016633

新华书店总店北京发行所发行

中国科学院印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 18.25 字数 470 000

1995年10月第1版 1995年10月第1次印刷

印数 0001—1 461

ISBN 7-04-005378-0/O·1425

定价 15.05 元

凡购买高等教育出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题者,请与本社经营办公室联系调换,电话: 4054588

版权所有,不得翻印

# 前 言

现代控制论是一门应用性很强的基础学科，它是工业生产自动化、企业管理和国防科学技术现代化的不可缺少的基础理论和基本技术。计算机在我国的迅猛发展和广泛采用，更为现代控制论的应用开辟了广阔的道路，其应用已涉及到工业、农业、国防、经济、管理、交通运输、生态环境、能源和医学等很多领域。为适应这种形势，我国各类大学的自动控制、自动化、系统工程、经济管理、计算机应用和应用数学等多种专业开设了现代控制论课程。本书是为现代控制论课程编写的教材。全书分为线性控制系统、最优控制、卡尔曼滤波器、建模与辨识和自校正控制系统等五篇。第一、二篇由王翼编写，第三至五篇由王秀峰编写。

作为一本教材，我们希望把基本理论讲清楚，力求深入浅出，易于掌握，对于各类设计技术和方法尽量结合实例进行分析，以便读者能学到从实际中抽象出控制问题的能力和运用所学知识设计控制系统的能力。为了使读者开阔眼界，我们在书中还介绍了一些 90 年代以来的新的研究成果，如神经网络的应用和自校正控制器的某些新的发展。限于作者水平，书中一定有很多缺点和错误，恳请读者批评指正。

本书出版前，由中国科学院系统科学研究所秦化淑研究员和王思平研究员仔细审阅了全书，提出了很多宝贵意见；高等教育出版社的马志鹏同志对本书的出版给予了很多帮助和热情的支持，特向他们表示衷心的感谢。

本书可作为大学本科现代控制论的教材或教学参考书。学习本书以前要求读者学过高等数学、线性代数、微分方程和概率统计等课程。

本书也可供科技工作者和管理人员参考。

作 者 1995 年 3 月。

## 本书所用符号

$\text{Adj}A$   $A$ 的共轭矩阵

$\sigma(A)$   $A$ 的特征值集

$\text{Span}\{B\}$   $B$ 的列所张成的子空间

$\text{Ker}C$   $C$ 的核空间

$\text{drot} A$  方阵  $A$ 的行列式

$\text{rank} A$   $A$ 的秩

$A^T$   $A$ 的转置

$\text{tr}A$   $A$ 的迹

$R^n$   $n$ 维实向量空间

$\|\cdot\|$  范数

$I, I_n$  单位矩阵,  $n$ 阶单位矩阵

$C^+$  复平面的右半闭平面

$C^-$  复平面的左半开平面

$\text{Sgn}x$  符号函数, 当  $x > 0$  时  $\text{Sgn}x = 1$ , 当  $x < 0$  时  $\text{Sgn}x = -1$ , 当  $x = 0$  时  $\text{Sgn}x$  不确定

$E_x$  随机变量  $x$  的数学期望

$\bar{\alpha}$   $\alpha$ 的共轭复数

$\theta_n \xrightarrow{a.s.} \theta$   $\theta_n$  几乎必然收敛到  $\theta$

$\theta_n \xrightarrow{p} \theta$   $\theta_n$  以概率收敛到  $\theta$

$\text{Plim}\theta = 0$   $\theta$ 以概率收敛到 0

$\triangleq$  定义为

$\max$  最大

$\min$  最小

$\text{arc min} \{ \}$  使括号中函数最小的  $x$

$\oplus$  空间的直和

# 目 录

## 第一篇 线性控制系统

<b>第一章 线性控制系统的状态空间描述</b> .....	3
§ 1.1 引言.....	3
§ 1.2 控制系统的状态方程.....	4
1. 状态与状态方程 .....	4
2. 线性控制系统的框图 .....	9
§ 1.3 线性控制系统的动态响应.....	10
1. 连续时间线性控制系统的动态响应 .....	10
2. 离散时间线性控制系统的动态响应 .....	12
§ 1.4 连续时间线性系统的离散化.....	13
§ 1.5 定常线性系统的传递函数阵.....	14
习题 1 .....	18
<b>第二章 能控性与能观测性</b> .....	20
§ 2.1 定常线性系统的能控性.....	20
1. 能控性的定义 .....	20
2. 定常线性系统的能控性 .....	21
3. 离散时间定常线性系统的能控性和能达性 .....	24
4. 连续系统离散化后的能控性问题 .....	25
5. 关于能控性定义的说明 .....	26
§ 2.2 定常线性系统的能观测性.....	27
1. 能观测性的定义 .....	27
2. 定常线性系统的能观测性 .....	28
§ 2.3 能控性与能观测性的对偶性.....	31
§ 2.4 能控性与能观测性应用实例.....	33

§ 2.5 系统的能控结构形式与能观测结构形式	36
1. 能控子空间	37
2. 系统的能控结构形式——能控部分的分离	39
3. 定理 2.1 最后部分的证明	45
4. 不能观测子空间	47
5. 系统的能观测结构形式——能观测部分的分离	49
6. 定理 2.5 最后一部分的证明	52
§ 2.6 定常线性系统的标准分解	53
1. 标准分解	53
2. 零极点相消的现象	58
§ 2.7 最小实现问题	62
1. 单输入单输出系统的传递函数的实现	62
2. 多输入多输出系统的传递函数阵的实现	65
3. 最小实现	68
习题 2	73
<b>第三章 反馈控制与状态估计</b>	<b>78</b>
§ 3.1 状态反馈与输出反馈	78
§ 3.2 应用李雅普诺夫方法设计反馈控制系统	80
1. 李雅普诺夫稳定性	80
2. 应用李雅普诺夫第二方法设计反馈系统	83
3. 解李雅普诺夫方程的迭代法	86
4. 对离散系统的相应结果	86
§ 3.3 极点配置	87
1. 状态反馈配置极点	87
2. 极点配置算法的改进	98
3. 输出反馈配置极点	99
4. 极点位置的确定	101
5. 特征结构配置问题	103
§ 3.4 观测器的设计	104
1. 问题的提法和基本定理	104
2. 观测器的设计方法	107

3. 降阶观测器 .....	110
4. 观测器极点位置的确定 .....	115
§ 3.5 带观测器的状态反馈控制器 .....	115
1. 带观测器的状态反馈控制器的极点分离定理 .....	115
2. 带有观测器的状态反馈控制器的传递函数阵 .....	117
3. 反馈控制器和观测器的联合设计 .....	118
§ 3.6 动态补偿器的设计 .....	119
§ 3.7 多变量 PID 控制器的设计 .....	123
习题 3 .....	128
<b>第四章 线性多变量调节器</b> .....	132
§ 4.1 调节器问题的提法 .....	132
§ 4.2 基本引理 .....	136
§ 4.3 线性多变量调节器的设计 .....	138
1. 纯增益反馈控制器的设计 .....	138
2. 线性多变量调节器的设计 .....	139
§ 4.4 在生产库存系统控制中的应用 .....	144
1. 生产库存系统的控制问题 .....	144
2. 离散时间线性多变量调节器问题的解 .....	145
3. 生产库存系统控制问题的解 .....	146
习题 4 .....	149
<b>参考文献 I</b> .....	151

## 第二篇 最优控制

<b>第五章 最优控制问题</b> .....	155
§ 5.1 最优控制问题的提法 .....	155
§ 5.2 几种典型的最优控制问题 .....	156
1. 最小时间问题 .....	156
2. 最小能量问题 .....	156
3. 最省燃料问题 .....	157
4. 状态调节器问题 .....	157



5. 跟踪问题 .....	157
§ 5.3 最优控制问题的实例 .....	158
习题 5 .....	160
<b>第六章 变分法与最大值原理 .....</b>	<b>161</b>
§ 6.1 变分法 .....	161
1. 最简单的变分问题 .....	162
2. 欧拉-拉格朗日方程 .....	163
3. 容许函数条件的降低 .....	166
4. 自由端点问题 .....	166
5. 有可动边界的情况 .....	168
6. 更一般泛函的边界条件 .....	171
7. 推广到多变量的情况 .....	173
8. 有约束的情况 .....	174
§ 6.2 无约束最优控制问题 .....	176
1. 无约束最优控制问题的解 .....	176
2. 关于允许控制 $u$ 的条件 .....	182
3. 其他情况下的必要条件 .....	183
§ 6.3 最大值原理 .....	187
1. 最大值原理 .....	188
2. 最大值原理的应用 .....	190
3. 最大值原理的其他叙述方式 .....	199
习题 6 .....	201
<b>第七章 线性二次型问题 .....</b>	<b>206</b>
§ 7.1 引言 .....	206
§ 7.2 线性二次型问题的解 .....	209
§ 7.3 非时变状态调节器 .....	216
1. 非时变状态调节器的设计 .....	216
2. 代数黎卡堤方程的解法 .....	221
3. 闭环系统的稳定性 .....	225
4. 非时变调节器的频率特性 .....	225
§ 7.4 具有指定的稳定度的最优调节器 .....	230

§ 7.5	跟踪问题	233
§ 7.6	带有观测器的最优调节器	236
	习题 7	239
<b>第八章</b>	<b>离散的变分法与最大值原理</b>	<b>241</b>
§ 8.1	离散的变分法	241
1.	最简单的变分问题	241
2.	自由端点问题	243
3.	一般形式的变分问题	244
4.	推广到多变量的情况	246
5.	有等式约束的情况	247
§ 8.2	无约束最优控制问题的变分法	249
§ 8.3	离散的最大值原理	254
§ 8.4	线性二次型问题	258
	习题 8	265
<b>第九章</b>	<b>动态规划</b>	<b>267</b>
§ 9.1	动态规划的基本方程	267
1.	多阶决策过程	267
2.	最优性原理	270
3.	动态规划的基本方程	271
§ 9.2	线性二次型问题的求解	280
1.	线性二次型问题的解	280
2.	乔勒斯基分解法	285
§ 9.3	跟踪问题	288
§ 9.4	数值方法	295
§ 9.5	微分动态规划	300
	习题 9	306
	<b>参考文献 II</b>	<b>308</b>

### 第三篇 最优线性滤波器——卡尔曼滤波器

<b>第十章</b>	<b>随机噪声的数学描述</b>	<b>311</b>
------------	------------------	------------

§ 10.1 引言 .....	311
§ 10.2 随机序列 .....	313
1. 随机序列的一般定义 .....	313
2. 平稳随机序列 .....	315
3. 白噪声序列 .....	317
§ 10.3 具有随机信号输入的动态系统分析 .....	317
1. 非平稳随机输入 .....	318
2. 平稳随机输入 .....	319
3. 频域关系 .....	319
§ 10.4 谱分解定理与成形滤波器 .....	321
1. 谱分解定理 .....	321
2. 表示性定理——成形滤波器 .....	322
习题 10 .....	323
<b>第十一章 最优线性递推滤波——卡尔曼 (Kalman) 滤波</b> .....	324
§ 11.1 线性动态系统最优滤波器的数学提法 .....	324
§ 11.2 卡尔曼滤波器 .....	326
1. 卡尔曼滤波器的结构形式 .....	326
2. 状态变量 $x_k$ 和输出 $y_k$ 的一些性质 .....	328
3. 卡尔曼滤波器的计算公式 .....	329
4. 关于卡尔曼滤波器的几点说明 .....	332
§ 11.3 举例 .....	335
§ 11.4 卡尔曼滤波器的发散现象 .....	339
1. 问题的提出 .....	339
2. 克服发散的方法 .....	342
习题 11 .....	345
<b>第十二章 卡尔曼滤波器的推广与应用</b> .....	346
§ 12.1 非线性系统滤波 .....	346
1. 围绕标称状态线性化方法 .....	347
2. 围绕最新状态估计值线性化方法 .....	349

3. 连续非线性状态方法的广义卡尔曼滤波器 .....	350
§ 12.2 应用举例 .....	353
§ 12.3 线性二次型高斯问题 .....	361
1. 线性二次高斯问题的提法 .....	362
2. 分离定理 .....	362
习题 12 .....	365
<b>附录 III. 1 分解定理(定理 10.1)的证明</b> .....	366
<b>参考文献 III</b> .....	368

## 第四篇 建模与辨识

<b>第十三章 引论</b> .....	371
§ 13.1 系统辨识概述 .....	371
1. 系统辨识研究的对象 .....	371
2. 辨识 .....	372
3. 辨识能做什么 .....	376
§ 13.2 数学模型 .....	378
习题 13 .....	379
<b>第十四章 线性稳态模型的辨识</b> .....	381
§ 14.1 问题的提出 .....	381
§ 14.2 最小二乘法 (LS) .....	383
1. 最小二乘估计 .....	383
2. 最小二乘估计量的性质 .....	386
3. 逐步回归方法 .....	388
§ 14.3 病态方程的求解方法 .....	389
1. 病态对参数估计的影响 .....	389
2. 条件数 .....	391
3. 病态方程的求解方法 .....	392
习题 14 .....	399
<b>第十五章 离散线性动态模型的最小二乘估计</b> .....	400
§ 15.1 问题的提法及一次完成最小二乘估计 .....	400

§ 15.2 最小二乘估计的递推算法 (RLS).....	402
1. 递推算法 .....	403
2. 初始值的选择 .....	405
3. 计算步骤及举例 .....	406
§ 15.3 对时变系统的实时算法 .....	408
§ 15.4 变遗忘因子的实时算法 .....	410
§ 15.5 递推平方根算法 .....	411
习题 15 .....	416
<b>第十六章 相关噪声情形的辨识算法</b> .....	417
§ 16.1 辅助变量法 (IV).....	417
1. 问题的提出 .....	417
2. 辅助变量估计 .....	418
§ 16.2 增广最小二乘法 (ELS).....	420
§ 16.3 闭环操作下的系统辨识 .....	422
1. 问题的提出 .....	422
2. 可辨识性 .....	424
3. 闭环条件下的最小二乘估计 .....	425
习题 16 .....	428
<b>第十七章 模型阶的辨识</b> .....	429
§ 17.1 单变量线性系统阶的辨识 .....	429
1. 损失函数检验法 .....	429
2. $F$ -检验法.....	430
3. 赤池信息准则 (AIC 准则).....	432
§ 17.2 阶与参数同时辨识的递推算法 .....	434
1. 辨识阶次的基本思想和方法 .....	434
2. 阶的递推辨识算法 .....	436
3. 几点说明 .....	439
§ 17.3 仿真研究 .....	440
1. 辨识方法的仿真研究 .....	440
2. 对模型适用性的仿真研究 .....	442
3. 系统设计中的计算机仿真研究 .....	442

习题 17 .....	442
<b>第十八章 已知结构的非线性系统辨识</b> .....	<b>444</b>
§ 18.1 引言 .....	444
§ 18.2 单纯型搜索法 .....	446
1. 问题的提法 .....	446
2. 单纯型搜索法 .....	447
§ 18.3 迭代算法的基本原理 .....	452
1. 迭代法的一般格式 .....	452
2. 可接受方向 .....	453
§ 18.4 牛顿—拉夫森算法 .....	454
§ 18.5 麦夸特方法 .....	456
习题 18 .....	461
<b>第十九章 未知结构的非线性系统辨识</b> .....	<b>462</b>
§ 19.1 数据处理的分组方法 .....	462
1. 背景 .....	462
2. 一般模型结构及基本原则 .....	464
3. 基本的 GMDH 方法 .....	466
4. 变量的预选择 .....	468
5. 数据的分组和部分实现检验准则 .....	468
6. 选择层—中间变量的选择 .....	470
7. 部分实现的形式 .....	470
8. 小结 .....	471
§ 19.2 NARMAX 模型的辨识 .....	473
1. 引言 .....	473
2. 非线性动态系统的描述 .....	473
3. “新息—贡献”准则与矩阵求逆定理 .....	475
4. NARMAX 模型的递推辨识算法 .....	477
5. 仿真例子 .....	479
6. 小结 .....	481
习题 19 .....	481
<b>第二十章 神经网络模型</b> .....	<b>482</b>

§ 20.1 引言 .....	482
§ 20.2 神经组织的基本特征和人工神经元 .....	483
1. 神经组织的基本特征 .....	483
2. 人工神经元的 M-P 模型 .....	484
§ 20.3 蠕虫分类问题与多层前传网络 .....	486
1. 蠕虫分类问题 .....	486
2. 多层前传网络 .....	487
3. 向后传播算法 .....	489
4. 几个有关概念 .....	493
§ 20.4 神经网络在辨识中的应用 .....	494
习题 20 .....	497
附录 IV. 1 矩阵运算的两个结果 .....	498
附录 IV. 2 矩阵微分的几个结果 .....	499
附录 IV. 3 伪随机二位式序列 .....	500
附录 IV. 4 正态伪随机数 .....	501
参考文献 IV .....	503

## 第五篇 自校正控制系统

<b>第二十一章 最小方差控制与自校正调节器 (STR)</b> .....	510
§ 21.1 自校正控制系统的基本思想与结构 .....	510
§ 21.2 最小方差控制律 .....	511
1. 问题的提法 .....	512
2. 最优预测器 .....	513
3. 最小方差控制律 .....	515
§ 21.3 关于定理 21.1 的几点说明 .....	517
1. 关于 $C(z)$ 的零点在单位圆外的假定 .....	517
2. 关于 $B(z)$ 的零点全部在单位圆外的假定 .....	518
3. 利用定理 21.1 的结果考察控制器设计的合理性 .....	519
§ 21.4 自校正调节器(STR) .....	519
1. 自校正调节器的基本思想 .....	519

2. 参数估计算法 .....	520
3. 控制信号的计算 .....	521
习题 21 .....	522
<b>第二十二章 自校正调节器的实施</b> .....	<b>523</b>
§ 22.1 实施步骤 .....	523
1. 先验知识的搜集、整理与系统性能的预备性检验 .....	523
2. 调节器的设计 .....	524
3. 仿真研究 .....	525
4. 开环观察 .....	525
5. 闭环试验 .....	526
§ 22.2 计算机仿真 .....	526
1. 过程模型 .....	526
2. 噪声的模拟 .....	527
3. 仿真 .....	527
§ 22.3 自校正调节器实施中的若干问题 .....	529
1. 数据处理 .....	529
2. 对可测扰动的补偿 .....	530
3. 模型存在直流分量的处理方法 .....	530
4. $\hat{\beta}_0$ 的选择 .....	531
5. 采样间隔 $h$ 的选择和滞后 $d$ 的确定 .....	531
6. 自校正调节器中的初值 $\theta_0$ 和 $P_0$ .....	532
7. 遗忘因子 $\rho$ 的选取 .....	532
8. 控制动作的饱和 .....	533
§ 22.4 自校正调节器在矿石破碎过程中的应用 .....	533
习题 22 .....	537
<b>第二十三章 广义最小方差控制与自校正控制器(STC)</b> .....	<b>538</b>
§ 23.1 广义最小方差控制器 .....	538
1. 问题的提法 .....	538
2. 广义输出 $\psi(k)$ 的最优预测 .....	539
3. 广义最小方差控制律 .....	540
4. 广义最小方差控制器性能的简单分析 .....	543



§ 23.2 自校正控制器 (STC).....	544
习题 23 .....	546
<b>第二十四章 极点配置自校正器</b> .....	<b>547</b>
§ 24.1 极点配置自校正调节器 .....	547
1. 极点配置调节器算法 .....	547
2. 极点配置自校正调节器 .....	549
§ 24.2 极点配置自校正跟踪控制器 .....	550
1. 已知系统极点配置跟踪控制器的设计 .....	550
2. 极点配置自校正跟踪控制器 .....	551
习题 24 .....	553
<b>第二十五章 广义预测自校正控制器</b> .....	<b>554</b>
§ 25.1 引言 .....	554
§ 25.2 广义预测控制 (GPC).....	555
1. 问题的提法 .....	555
2. 最优预测器 .....	556
3. 广义预测控制律 .....	557
§ 25.3 广义预测自校正控制器 .....	560
1. 丢番图方程的递推求解算法 .....	560
2. 矩阵 $(\bar{G}^T \bar{G} + \lambda I)$ 求逆的递推算法 .....	562
3. 广义预测自校正控制器 .....	563
4. 广义预测控制的推广 .....	564
习题 25 .....	566
<b>参考文献 V</b> .....	<b>567</b>