

= 929016

● 高等学校教学用书 ●

液压伺服系统

GAODENG XUEXIAO JIAOXUE YONGSHU



冶金工业出版社

高等学校教学用书

液压伺服系统

东北工学院 曹鑫铭 主编

冶金工业出版社

高等学校教学用书

液压伺服系统

东北工学院 曹鑫铭 主编

冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街嵩祝院北巷39号)

新华书店总店科技发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张 18 1/4 字数 437 千字

1991年5月第一版 1991年5月第一次印刷

印数00,001~2,600册

ISBN 7-5024-0844-4

TH·150 (课) 定价4.70元

前 言

本书是根据1986年冶金部高等院校流体传动与控制专业教学计划要求编写的。本书可作为该专业“液压伺服系统”课程教材，学时为60~70。

液压伺服系统是新发展起来的一门学科，它是液压工程技术的重要分支，也是控制技术的重要组成部分。近年来，在许多工业部门得到广泛的应用，特别是在要求高精度、大功率的冶金设备的控制系统中，具有广宽的应用前景。

液压伺服系统作为流体传动与控制专业的一门专业课，其先修课程是：液压流体力学、液压元件、液压传动系统和自动控制理论。本书在编写过程中，注意了本学科的基础理论和学科体系以及冶金工业的应用实际，而且还考虑到机电液一体化的发展需要。在编写过程中注意总结教学实践经验，由浅入深。每章都编有例题、思考题和习题，便于自学。

全书共九章，前七章讲述液压伺服系统的基本概念、基本原理以及液压伺服元件和系统的理论分析和设计计算等。第八章介绍电液伺服系统在冶金工业中的应用实例。第九章介绍液压伺服系统计算机辅助设计的基本概念。

本书由东北工学院曹鑫铭主编。曹鑫铭编写第一章，东北工学院高呈瑞编写第二、三、四、八章，北京科技大学高学曾编写第五、六章，北京科技大学陈建中编写第七、八、九章。

全书曾由东北工学院周士昌同志审阅。

由于编者水平有限，缺点错误在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

1990年6月

目 录

1 液压伺服系统概述	1
1.1 液压伺服系统的发展概述及应用	1
1.2 液压伺服系统的组成及工作原理	1
1.3 液压伺服系统的分类及其特点	6
思考题.....	6
2 液压放大元件	7
2.1 滑阀式液压放大元件	8
2.2 喷嘴挡板式液压放大元件	30
2.3 射流管式液压放大元件	41
2.4 恒流液压放大元件	43
思考题、习题.....	46
3 液压动力元件	47
3.1 四边阀控液压缸的动态特性	47
3.2 阀控液压马达	59
3.3 双边阀控液压缸	62
3.4 泵控液压马达	64
3.5 液压动力元件的负载匹配	70
思考题、习题.....	75
4 机液伺服系统	77
4.1 系统的组成、工作原理和方块图	77
4.2 系统稳定性分析	78
4.3 系统的闭环频率响应特性	86
4.4 系统的稳态误差	91
4.5 系统性能的改善	97
4.6 液压扭矩放大器	100
思考题、习题.....	102
5 电液伺服阀	105
5.1 电液伺服阀的组成、分类及工作原理	105
5.2 力矩马达	107
5.3 力反馈两级电液伺服阀的分析	125
5.4 动圈式双级滑阀式电液伺服阀的分析	142
5.5 其它类型的电液伺服阀	147
5.6 电液伺服阀的特性及主要性能参数	154
5.7 电液伺服阀的测试及使用	159
思考题、习题.....	165

6 电液伺服系统	166
6.1 电液伺服系统的类型	166
6.2 电液位置控制系统	167
6.3 电液速度控制系统	194
6.4 电液力(或压力)控制系统	201
思考题、习题.....	209
7 液压伺服系统设计	212
7.1 全面理解设计要求	212
7.2 拟定控制方案、绘制系统原理图	213
7.3 动力元件参数选择	213
7.4 反馈传感器的选择	216
7.5 确定系统方块图	218
7.6 绘制系统开环波德图并确定开环增益	218
7.7 系统静态品质分析及确定校正特性	221
7.8 设计计算举例	221
7.9 液压伺服油缸设计	233
7.10 液压伺服系统能源设计.....	237
思考题.....	240
8 液压伺服系统在冶金工业中的应用实例	241
8.1 在轧钢生产中的应用	241
8.2 在真空电弧炉电极控制系统中的应用	249
8.3 在水平连续铸钢拉坯装置上的应用	255
8.4 在冷轧钢带卷取恒张力控制装置上的应用	256
9 液压伺服系统的计算机辅助设计	260
9.1 控制系统频率特性的计算机辅助分析	260
9.2 控制系统的数字仿真	265
思考题、习题.....	274
附录 液压控制系统仿真与频率特性计算程序	276
主要参考资料	286

1 液压伺服系统概述

1.1 液压伺服系统的发展概述及应用

液压伺服系统是控制领域中的一个重要组成部份。它是在液压传动和自动控制技术基础上发展起来的一门较新的科学技术，目前已在国民经济的各个领域得到了广泛的应用。

液体作为动力传输和控制的介质，与电力相比，虽有许多不甚便利之处且价格较贵，但由于具有响应速度快、功率重量比值大及抗负载刚度大等特点，因此，在军用工业和民用工业方面都有很强的竞争能力。电液伺服系统的出现，使液压伺服系统的应用更为广泛。在电液伺服系统中，电液伺服阀是一个电、液转换的关键元件。它可利用小功率的电信号控制大功率的液压动力。这样，就能将电子技术和液压技术的特点结合在一起，因而高精度、大功率的控制领域中占有独特的优势。

冶金工业中，工作机械和设备都很庞大，因此要求传输和控制的功率也很可观；随着技术进步和发展，对冶金机械和设备的控制品质的要求也不断提高。可以预料，冶金工业会成为液压伺服系统的最大的用户之一。例如，目前在现代化的高速、高精度的板带钢材连续轧钢机上，电液伺服系统已取代了传统的电动—机械的轧辊压下控制系统。在各种高速管材生产线上，为了得到高质量的产品，液压伺服系统已成为生产设备中不可缺少的部份。在冶金工业专用机械手的控制方面，液压伺服系统也能充份发挥其控制精度高和被控功率大的特点。冶金工业是综合性很强的企业，工作机械和设备的种类繁多，随着机械化、自动化程度的不断提高，对液压伺服系统的需求将是大量的和多样的。

1.2 液压伺服系统的组成及工作原理

液压伺服系统也称为液压随动系统。在这个系统中，输出量（如位移、速度、力等）能自动地、快速而准确地跟随输入量（相应物理量的期望值或给定值）而变化，与此同时，输出功率被大幅度地放大。

图1-1所示为操纵管道1中阀板2转角 θ 的液压传动装置。利用这种普通的液压传动装置，阀板转角 θ 就可随操纵者的期望任意变化或保持不变。首先在操作者脑中有一个期望的阀板转角 θ_0 （给定值），他必须观察阀板转角的实际值 θ （实际值对人的反馈），然后判断如何操作手动换向阀5，以使阀板转角的实际值和给定值无偏差为止。当阀板在外力干扰作用下再出现偏差时，上述操作过程仍需进行。事实上，这个由人操作的液压传动装置，如果将人的作用考虑进去，阀板的实际转角 θ 也就能跟随人的脑中的阀板转角给定值 θ_0 而变化，因此，在一定意义上，图1-1所示的液压传动装置，是一个包括了液压伺服系统功能的控制系统。

图1-2所示为阀板转角操纵的机液伺服系统。利用这个装置，只要由操作者向系统放入给定值，阀板转角就能自动地跟随给定值（故称为随动系统或伺服系统），这个调节过程就无需人的参与。在图1-2中，由操作轮7放入给定值 x_0 后，液压伺服阀6（不同于只有开、关功能的换向阀，该阀是处在阀开口量可连续变化的工作状态）中出现某一开口量

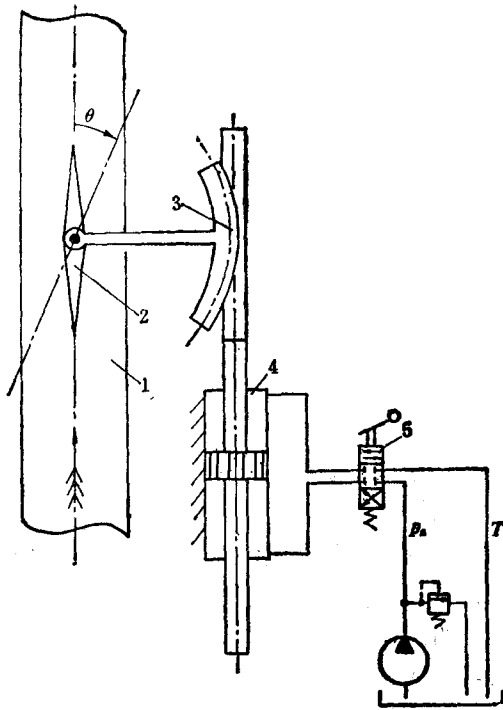


图 1-1 操纵阀板转角 θ 的液压传动装置

1—流体管道；2—阀板；3—齿轮、齿条；4—液压缸；5—手动换向阀

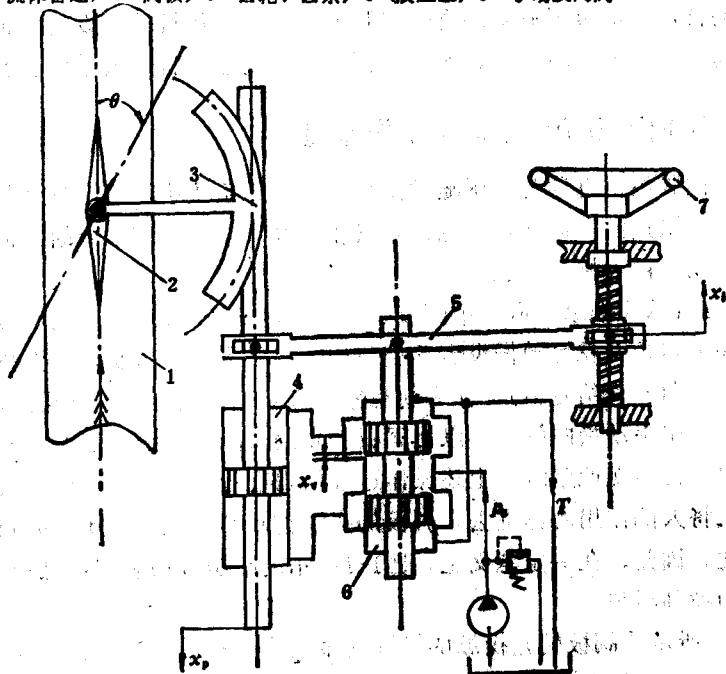


图 1-2 阀板转角的机液伺服系统

1—流体管道；2—阀板；3—齿轮、齿条；4—液压缸；5—反馈杠杆；6—机液伺服阀；7—操作轮

x_0 ，因而压力油进入液压缸4的上腔，使活塞位移 x_p ，通过齿轮、齿条3带动阀板2转角 θ 。在此动作的同时，通过反馈杠杆5，液压伺服阀的开口量又回复到零。可见，阀板的转角 θ 与给定值 x_i 是一一对应的。反馈杠杆具有位移输出负反馈及与输入信号相比较的功能。当给定值 x_i 变化时，转角 θ 也跟随变化；当给定值 x_i 不变，而阀板受外力作用，转角 θ 偏离对应值时，伺服阀重新出现阀开口，将 θ 角纠回到对应值为止。在该伺服系统中，采用了反馈杠杆和机械力直接推动的液压伺服阀，以完成自动控制过程，所以图1-2所示的为机液伺服系统。

图1-3所示为阀板转角操纵的电液伺服系统。向给定电位器5输入指令 x_i （给定值）后，给定电位器与反馈电位器6所组成的电桥失去平衡而产生电压差 Δu ，经放大器7放大后推动电液伺服阀8的阀芯，出现开口量 x_0 ，压力油进入液压缸4的上腔，通过齿轮、齿条3推动阀板转 θ 角，同时带动反馈电位器，直到电桥达到平衡位置为止。可见，阀板转角 θ 与给定值 x_i 是一一对应的。电桥具有位移输出负反馈及与输入信号相比较的功能。此电液伺服系统同样具有输出转角 θ 跟踪输入信号 x_i 及消除外力干扰而引起输出偏离的功能。在该伺服系统中，采用了电液伺服阀（由电磁力推动阀芯运动的液压伺服阀）、电桥和放大器等电气元件，故称为电液伺服系统。

图1-4所示为对管道流量或静压力进行控制的电液伺服系统。在流体管道1中，阀板

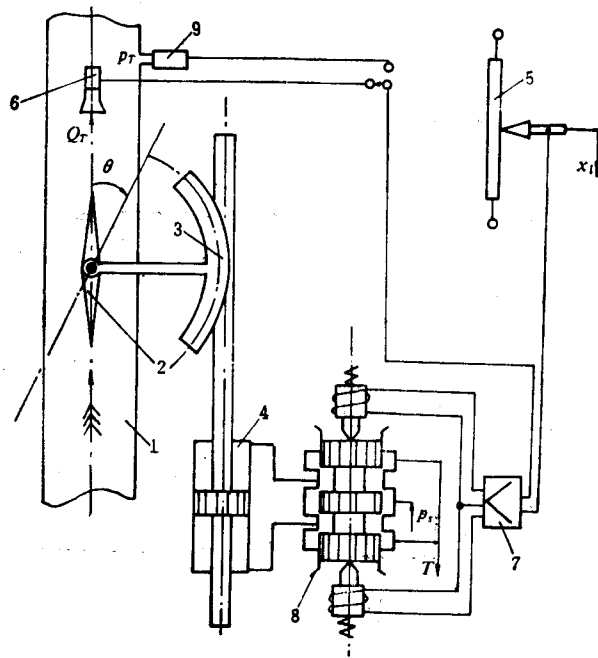


图 1-3 阀板转角的电液伺服系统

1—流体管道；2—阀板；3—齿轮、齿条；4—液压缸；5—给定电位器；6—反馈电位器；7—放大器；8—电液伺服阀

转角 θ 变化产生的节流作用会直接引起下游流量 Q_T 或静压力 p_T 的变化。为了对管道中流量或静压力进行控制，可以采用流量传感器6或静压传感器9（它们能将相应的物理量变化转

变成电量的变化)作为反馈元件,将其反馈电压与给定电位器5的给定值相比较和放大(由伺服放大器7完成)去完成电液伺服阀以后的调节功能。这样,管道中的流量 Q_T (或者静压 p_T)可跟踪给定值 x_i 而变化;当流量 Q_T (或 p_T)偏离对应值时,系统能自动纠正流量(或压力)的偏差。图1-5所示为管道流量的电液伺服系统方块图。由此可见,如果

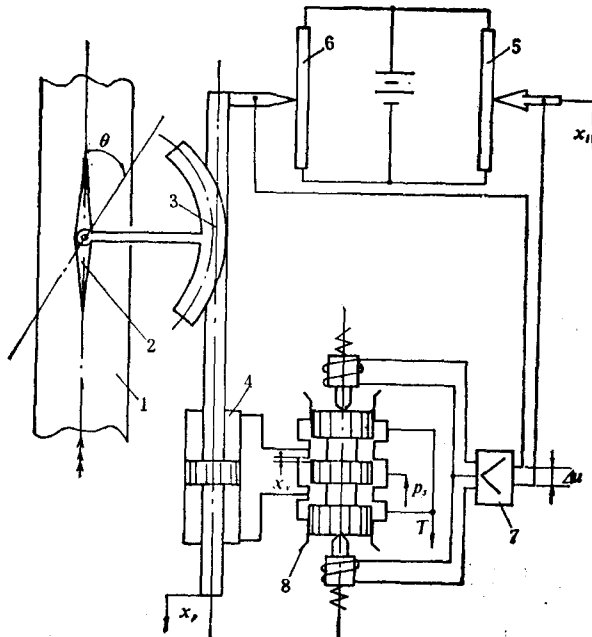


图 1-4 管道流量（或静压力）的电液伺服系统

1—流体管道；2—阀板；3—齿轮、齿条；4—液压缸；5—给定电位器；6—流量传感器；7—放大器；8—电液伺服阀；9—静压传感器

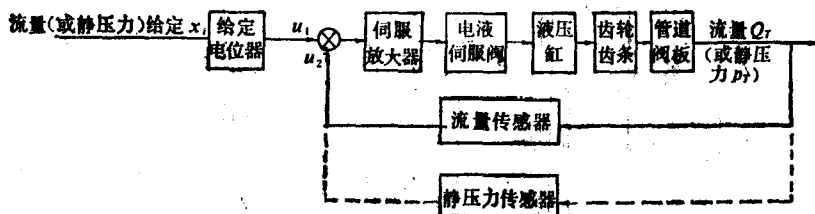


图 1-5 管道流量电液伺服系统方块图

采用流量传感器作为反馈元件而形成的闭环控制系统,管道流量 Q_T 就能跟踪给定电位器上的流量给定 x_i 而变化。如果采用压力传感器(如图1-5上虚线所示)作为反馈元件而形成的闭环控制系统,管道静压力 p_T 就能跟踪 x_i 而变化。

图1-6所示为方钢坯连铸机工作示意图。方钢坯1从弧形辊道进入水平辊道后需要用校直辊组2加力 F 进行校直,并用剪切机3切断。为了使校直力 F 能够跟随计算机给定的校直量,可采用力控制电液伺服系统,其方块图如图1-7所示。为了使剪切机的水平运动在

剪切过程中能与铸坯同步，可采用速度控制电液伺服系统，其方块图如图1-8所示。速度传感器5通过压紧轮，感受钢坯的实际水平移动速度 v_r ，作为系统的速度给定。剪切机水平移动速度 v_c 由速度传感器6感受。当 v_c 与 v_r 出现偏差时，电液伺服系统对剪切机的移动速度进行调整，以保证钢坯在剪切过程中与剪切机同步因而不受阻力或推力。

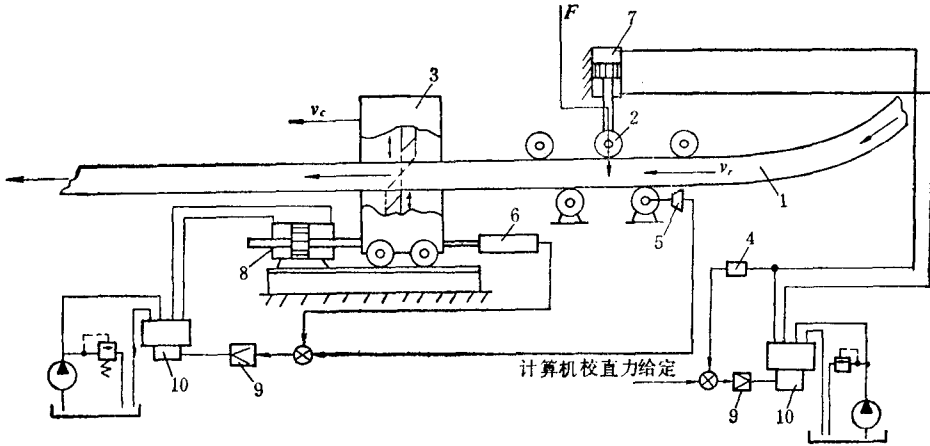


图 1-6 方钢坯连铸机工作示意图

- 1—方钢坯；2—校直辊组；3—剪切机；4—压力传感器；5—钢坯速度传感器；
6—剪切机速度传感器；7—校直力加压缸；8—剪切机驱动缸；9—放大器；10—
电液伺服阀

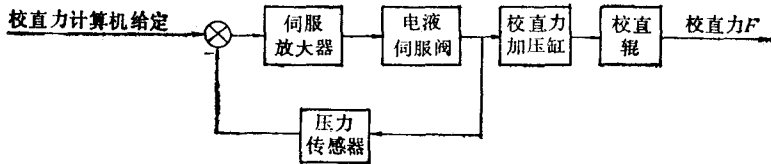


图 1-7 方钢坯连铸机校直力电液伺服系统方块图

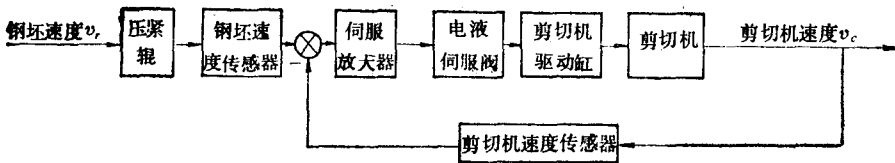


图 1-8 方钢坯连铸机同步剪切电液伺服系统方块图

由上述举例可见，采用合理的液压伺服系统，配以适当的执行元件及相应物理参数的传感元件，可对任何物理参数进行自动控制。

液压伺服系统是由以下一些基本元件组成：

输入元件——将给定值加于系统的输入端，该元件可以是机械的、电气的、液压的、气动的或者是它们的组合形式的；

反馈测量元件——测量系统的输出量并转换成反馈信号。这类元件也是多种形式的。各种类型的传感器常用作反馈测量元件；

比较元件——将反馈信号与输入信号相比较，得出误差信号；

放大器及能量转换元件——将误差信号放大，并将各种形式的信号转换成大功率的液压能量。电气伺服放大器及各种类型的机液、电液伺服阀均属于此类常用元件；

执行元件——将产生的调节动作加于控制对象上，如液压缸或液压马达等；

控制对象——具有待控物理量的各种各样生产设备及仪器。

1.3 液压伺服系统的分类及其特点

液压伺服系统可以按不同的原则进行分类。

(1) 按系统中误差信号产生和传递的物质形式不同分类，可以分为机液伺服系统、电液伺服系统和气液伺服系统。

(2) 按液压控制元件的形式分类，可以分为阀控伺服系统、泵控伺服系统。

(3) 按不同的被控物理量分类，可以分为位置伺服系统、速度伺服系统、加速度伺服系统、力伺服系统和其他物理量伺服系统。

液压伺服系统与其他类型的伺服系统相比，具有以下特点：

(1) 液压元件的功率重量比大，力矩惯量比（或力质量比）大。因此可以组成体积小、重量轻、加速度性能好的伺服系统，有利于控制大功率负载。

(2) 液压伺服系统的负载刚度大，因而系统控制精度高。

(3) 液压伺服系统响应快、频宽大，有利于控制速度大小和方向变化频繁的控制对象。

(4) 液压伺服系统，尤其是电液伺服系统，为发展机电液一体化的高技术装置提供了广阔的前景。即在小功率信号部分的数学运算、误差检测、放大及系统特性补偿采用电子装置或计算机，在大功率传递和控制部分采用液压动力元件。

(5) 液压伺服系统中特别是伺服阀的加工精度要求高，对液压介质的清洁度要求也高，因此价格贵。

此外，液压伺服系统和液压传动系统一样，有其固有的种种特点，如元件在液压介质中具有自润滑性，可进行柔性传动，能量储存比较方便等。

思 考 题

1. 液压伺服系统和液压传动系统有哪些主要异、同点？
2. 液压伺服系统与自动控制技术是什么样的关系？
3. 液压伺服系统与其他伺服系统相比有何特点？
4. 能够对任何物理量进行控制的液压系统应具备哪些条件？试举例说明，并画出其方块图。
5. 液压伺服系统各种分类方法的特征是什么？

2 液压放大元件

液压放大元件或液压放大器，也称液压控制阀，是以机械运动来控制液体动力的元件。液压控制阀的输入是较小功率的机械运动，用以控制较大功率的液压功率——液体的压力和流量。从这个意义上说，它起着功率放大的作用，因此称为液压放大元件或液压放大器。所以，液压控制阀既是一种能量转换元件，又是一种功率放大元件。

液压放大元件按其结构形式和工作原理不同可分为三类：滑阀式液压放大元件（图2-1）、喷嘴挡板式液压放大元件（图2-2）和射流管式液压放大元件（图2-3）。

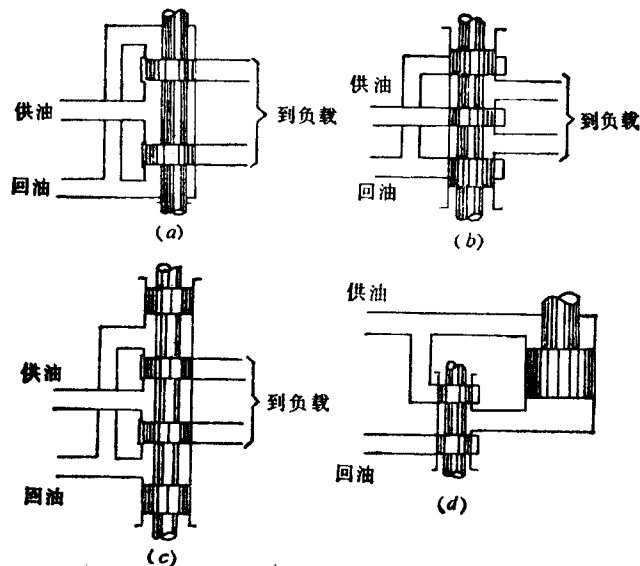


图 2-1 滑阀式液压放大元件

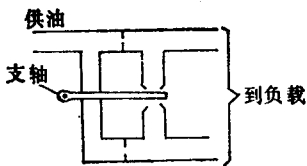


图 2-2 喷嘴挡板式液压放大元件

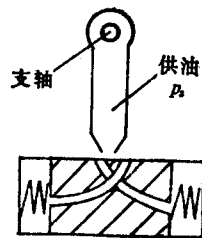


图 2-3 射流管式液压放大元件

液压放大元件的性能对液压伺服系统的工作性能有直接影响。本章主要讨论滑阀式和喷嘴挡板式液压放大元件的结构形式、工作原理、静特性和设计准则。

2.1 滑阀式液压放大元件

2.1.1 滑阀的结构形式及分类

2.1.1.1 按滑阀外接油路数目分为：四通阀（图2-1 a、b、c）和三通阀（图2-1d）。

四通阀和三通阀都必须有与油源相联的通路和与回油箱相联的通路。而四通阀有两个通向负载的通路，三通阀只有一个通向负载的通路。三通阀只能与活塞两边有效面积不等的差动油缸配合工作，此时差动油缸要求有一个偏压作用在较小的活塞面积一边，以控制其反向，或在自重等外力作用下控制其反向。三通阀不能与液压马达配合工作。用三通阀控制立式柱塞缸时，其反向回程是靠活塞负载自重。

2.1.1.2 按滑阀工作边数目分为：单边、双边和四边滑阀

滑阀的工作边是指起节流作用的棱边。图2-1 (d) 是双边滑阀，图2-1(a)、(b)、(c) 为四边滑阀。双边滑阀必须保证一个轴向配合尺寸，而四边滑阀要有三个轴向配合尺寸。因此，工作边愈多，结构工艺性愈复杂。但四边滑阀的性能最好，故在性能要求较高的电液伺服系统中，多采用四边滑阀。而对性能要求不高的机液伺服系统中，常采用双边滑阀或单边滑阀。

2.1.1.3 按滑阀阀芯的台肩数目分为：二台肩的、三台肩的和四台肩的滑阀，如图2-1所示。

两台肩的（图2-1a）结构最简单，但阀芯轴向移动时导向性差；阀芯台肩易落入阀套槽中；由于阀芯两端回油管道中阻力不同，使阀芯在轴向处于静不平衡状态；阀采用液压或气动操纵有困难。四台肩的如图2-1(c)所示，阀芯由于两端的两个台肩，其导向性和密封性好，但结构最复杂。三台肩的滑阀，如图2-1(b)所示，其阀芯两端的台肩既起控制液流的作用，又起导向和密封作用。因此，三台肩的四通滑阀得到了广泛应用。

2.1.1.4 按滑阀阀芯在中位时节流口的开口形式分为：负开口（或称正重叠）、零开口（或称零重叠）和正开口（或称负重叠）滑阀，分别如图2-4中 (a)、(b)、(c) 所示。

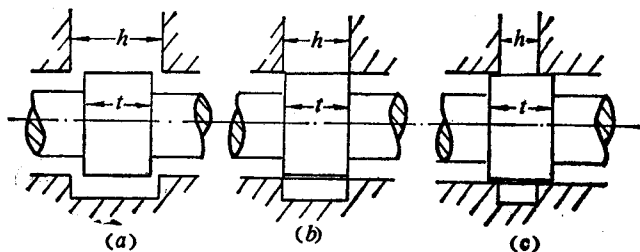


图 2-4 滑阀的开口形式

负开口滑阀是阀芯台肩宽度 t 小于阀套上的槽宽 h ；零开口滑阀是阀芯台肩宽度 t 等于阀套上的槽宽 h ；开正口滑阀是阀芯台肩宽度 t 大于阀套上的槽宽 h 。

2.1.2 阀特性的线性化——阀系数

通过滑阀的控制流量 Q 可由滑阀节流口流量公式表示，其流量 Q 是阀芯位移 x_v 和节流口的压降 ΔP 的函数，即

$$Q = f(x_v, \Delta p) \quad (2-1)$$

为了以后分析方便起见，这里建立负载流量 Q_L 和负载压力 p_L 两个概念。负载流量 Q_L 是指通向负载的流量。负载流量 Q_L 可通过滑阀节流口的流量 Q 表示。负载压力 p_L 是指负载压差，即 $p_L = p_1 - p_2$ ， p_1 是负载进油腔压力， p_2 是负载回油腔压力。可以建立负载压差 p_L 与滑阀节流口压降 Δp 之间的关系。这样一来，(2-1)式可以写成如下形式

$$Q_L = f(x_v, p_L) \quad (2-2)$$

上式说明，控制滑阀的负载流量 Q_L 是阀芯位移 x_v 和负载压力 p_L 的函数。分析可知，该函数式是非线性的。利用这个方程对系统进行动态分析时，需要求解非线性微分方程。而除了最简单的情况以外，这些非线性微分方程一般很难求出解析解，或需要用计算机求解。在用线性理论对系统进行动态分析时，必须把这个方程线性化，其方法是将方程式(2-2)在特定的工作点（例如在 $Q_L = Q_{L1}$ 点附近）按台劳级数展开：

$$Q_L = Q_{L1} + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_1 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial p_L} \right|_1 \Delta p_L + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 Q_L}{\partial x_v^2} \right|_1 (\Delta x_v)^2 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 Q_L}{\partial p_L^2} \right|_1 (\Delta p_L)^2 + \left. \frac{\partial^2 Q_L}{\partial x_v \partial p_L} \right|_1 \Delta x_v \Delta p_L + \dots$$

由于将工作范围限制在工作点附近，则二阶以上的高阶无穷小项可忽略，则得

$$\Delta Q_L = Q_L - Q_{L1} = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_1 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial p_L} \right|_1 \Delta p_L \quad (2-3)$$

(2-3)式称为线性化的负载流量方程。根据上述方程可以定义阀系数。流量增益 K_q 定义为

$$K_q = \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \quad (2-4)$$

流量—压力系数 K_c 定义为

$$K_c = - \frac{\partial Q_L}{\partial p_L} \quad (2-5)$$

由于随着负载压力 p_L 的增加，负载流量 Q_L 减小。因此，在(2-5)式中具有负号，这样使得流量—压力系数 K_c 永远为正数。

压力增益（或称压力灵敏度）定义为

$$K_p = \frac{\partial p_L}{\partial x_v} \quad (2-6)$$

由(2-6)式通过微积分中的已知关系，可把三个阀系数联系起来，即

$$K_p = - \frac{\partial Q_L / \partial x_v}{\partial Q_L / \partial p_L}$$

或

$$K_p = \frac{K_q}{K_c} \quad (2-7)$$

根据上述定义，负载流量的线性化方程（也称压力—流量曲线线性化方程）可写成如下形式

$$\Delta Q_L = K_q \Delta x_v - K_c \Delta p_L \quad (2-8)$$

上述方程适用于所有的阀，包括滑阀，喷嘴挡板阀或是其它类型的阀。 K_q 、 K_c 和 K_p 统称阀系数，这些阀系数在确定系统的稳定性、频率响应和其它动态特性时都非常重要。流量增益直接影响系统的开环增益常数，因而对系统的稳定性有直接影响。流量增益还与液压放大元件相连接所控制的执行机构的快速性有关。流量—压力系数直接影响阀控执行元件组合的阻尼比。阀的压力增益反映阀的刚度特性，它表明阀控液压力元件能以很小的误差起动大的摩擦负载的能力。

还应该指出的是零位阀系数最重要。因为阀系数的数值是随阀的工作点变化而变化的，而最重要的工作点是在原点或称零点（即 $Q_L = x_v = p_L = 0$ ）。首先，阀经常在原点附近工作，这是阀的实际工作情况。其次，在零位工作点阀的流量增益 K_q 最大，系统的增益最高；流量—压力系数 K_c 最小，系统的阻尼比最低。因此，从稳定性的观点来看，这一点最不利。如果系统在这点工作稳定，那么在其它工作点必然都是稳定的。所以在设计时，以零位阀系数为依据，这是考虑到了最不利的情况，是偏于安全的。在零位工作点附近的阀系数称为零位阀系数，用 K_{q_0} 、 K_{c_0} 和 K_{p_0} 表示。

2.1.3 滑阀的静特性

滑阀的静特性是指在稳态情况下，阀的负载流量 Q_L 、负载压力 p_L 和阀芯位移 x_v 三者之间的关系，主要指压力—流量特性。可用解析方法推导出的压力—流量特性方程（也称负载流量方程）表示，也可以用静特性曲线来表示。

2.1.3.1 零开口四边滑阀的静特性

(1) 理想零开口四边滑阀的压力—流量曲线。所谓理想零开口四边滑阀，是指具有

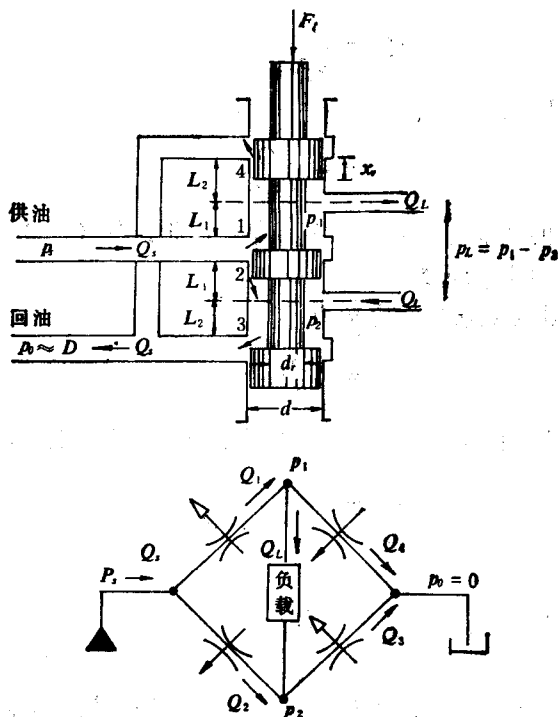


图 2-5 四边滑阀工作原理图

理想几何形状为零开口四边滑阀。理想的几何形状是指滑阀的控制窗口的棱边是绝对的直角，而没有倒钝，并且在阀芯和阀套之间没有径向间隙。

图2-5为一般零开口四边滑阀的工作原理图，其四个控制窗口的液流流动情况与惠斯顿电桥的四个桥臂中的电流流动相似。

由于是理想几何形状，没有泄漏，控制窗口对称匹配。又由于是讨论其静特性，则不考虑油液的压缩性。因此

当 $x_v > 0$ 时

$$\begin{aligned} Q_2 = Q_4 &= 0 \\ Q_1 = Q_3 &= Q_L \end{aligned}$$

或

$$C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_s - p_1)} = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} = Q_L \quad (2-9)$$

上式中 C_d 为阀口流量系数。

由于 $A_1 = A_3$ ，根据 (2-9) 式，则得

$$p_s = p_1 + p_2$$

而

$$p_L = p_1 - p_2$$

所以

$$p_1 = \frac{p_s + p_L}{2} \quad (2-10)$$

$$p_2 = \frac{p_s - p_L}{2} \quad (2-11)$$

再由于

$$A_1 = A_3 = wx_v \quad (2-12)$$

式中 w ——滑阀的面积梯度， $w = \pi d$ ；

d ——滑阀的直径。

将式 (2-10)、(2-11) 和 (2-12) 代入式 (2-9)，得

$$Q_L = C_d wx_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (p_s - p_L)} \quad (2-13)$$

当 $x_v < 0$ 时

$$\begin{aligned} Q_1 = Q_3 &= 0 \\ Q_2 = Q_4 &= Q_L \end{aligned}$$

或

$$C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_s - p_2)} = C_d A_4 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1} = Q_L \quad (2-14)$$

而

$$A_2 = A_4 = -wx_v \quad (2-15)$$

将式 (2-10)、(2-11) 和 (2-15) 代入式 (2-14)，得

$$Q_L = -C_d wx_v \sqrt{\frac{1}{\rho} (p_s + p_L)} \quad (2-16)$$