指导学习方法
培养学习兴趣
激发学习潜能
提高数学能力

《中学生数学》编辑部 编

初中数学奥林匹克

[修订版]

直通车

ZHITONGCHE

赛前训练

SAIQIANXUNLIAN

初中二年级

开明出版社
KAIMINGPRESS

编者
白 雪 薛 伟 白 云
张 丽 蒋亚玲 李桂华
凌 杰 徐德前 占德杰

《中学生数学》编辑部 编

初中数学奥林匹克

[修订版]

直通车

ZHITONGCHE

赛前训练

SAIQIANXUNLIAN

初中二年级

开明出版社
KAIMING PRESS

图书在版编目(CIP)数据

初中数学奥林匹克直通车.赛前训练/《中学生数学》编辑部编.一北京:开明出版社,2001
ISBN 7-80133-479-5

Ⅰ.初… Ⅱ.无… Ⅲ.数学课—初中—习题
Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 84885 号

策　　划　焦向英　吴建平
策划执行　刘维维
装帧设计　羽人创意设计中心
责任编辑　辛　洁　田　明

初中数学奥林匹克直通车——赛前训练(初二年级)

编者　《中学生数学》编辑部
出版　开明出版社(北京海淀区西三环北路 19 号)
印刷　保定市印刷厂
发行　新华书店北京发行总店
开本　大 32 开　　**印张** 4　　**字数** 96 千
版次　2003 年 1 月第 2 版　2003 年 1 月第 1 次印刷
书号　ISBN 7-80133-479-5/G・416
印数　000 01—20 000

定价　5.50 元

修订絮语

应出版社的要求，我们对《数学奥林匹克早班车——日常训练》和《数学奥林匹克直通车——赛前训练》的部分内容进行了修订。

两年前出版这套丛书时，我曾经写过一个“编者的话”，谈了一些想法、谈了这套书的由来。现在倒想利用这次修订的机会说点题外的话。

今年有一件与数学相关的大事——2002 年世界数学家大会 8 月份在北京召开。这不仅是数学家们的一次“奥林匹克”盛会，同时也是一次难得的传播数学、宣传数学的机会，众多媒体如此多地报道数学发展现状、介绍数学家、讨论数学与公众生活的关系，在国内从来没有过。为了配合数学家大会的召开，有关团体还为中小学生组织了“走进美妙的数学花园”中国少年数学论坛，与数学大师“零距离”接触，聆听数学家们的教诲。

记得在论坛开幕式上，著名数学家陈省身大师以 92 岁高龄为青少年数学爱好者题词——“数学好玩”，勉励青少年学数学、爱数学，为中国成为世界数学大国、强国做出贡献。陈先生称赞中国的数学科普工作做得好，值得其他国家效仿。他说，由于科普工作不赚钱，外国很少有人搞。但是在中国就不同，由于有政府的支持，科普方面取得显著成效。近年来中国学生在国际数学奥林匹克数学中连获金牌就是成功的例证。现在，就连数学强国美国也开始引进中国的培训方式和教材，其参赛选手的水平也因此得到明显的提高。

陈先生的言语中流露出老人家对数学的情有独钟，对青少年寄予的厚望，对中国能早日成为数学大国和数学强国的期盼。这对喜爱数学、关心数学发展和数学教育的人们来说是一个不小的鼓舞。

数学家大会期间最受媒体和公众关注的恐怕要数菲尔兹奖的得主了，因为它常被视为数学领域的诺贝尔奖。大会期间和结束后，不少人

提出一个十分有意思的话题：参加过历届国际数学奥林匹克的选手中有没有人拿到过菲尔兹奖？

非常巧，今年7月在英国举办第43届国际数学奥林匹克时香港地区代表队的选手第一次取得了金牌，国际数学奥林匹克（香港）委员会主席岑嘉评教授专门写了一篇文章，把在学生时代参加过IMO、美国Putnam等数学竞赛的选手后来获得菲尔兹奖、奈瓦林纳奖、沃尔夫奖、诺贝尔奖等奖项的情况进行了整理，在这里把菲尔兹奖的情况罗列出来供大家欣赏。

昨天的IMO选手、今天的数学大奖得主

姓　名	国　籍	参加IMO时间	获奖情况
Gregory Margulis	俄罗斯	1959年银牌	1978年菲尔兹奖
Valdimir Drinfeld	乌克兰	1969年金牌	1990年菲尔兹奖
Jean-Ghristophe Yoccoz	法　国	1974年金牌	1994年菲尔兹奖
Richard Borcherds	英　国	1977年金牌 1978年银牌	1998年菲尔兹奖
Timothy Gowers	英　国	1981年金牌	1998年菲尔兹奖
Laurant Lafforgue	法　国	1985年银牌	2002年菲尔兹奖

我国是1985年开始派队参加IMO的，希望将来有一天中国选手的名字能够出现在这个名单上。

吴建平

2002年12月31日

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook

目录

初中数学奥林匹克直通车

OLYMPIC

1 填空题

1. 若 $a>0$，$b>0$，且满足 $\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})=3\sqrt{b}(\sqrt{a}+5\sqrt{b})$，则 $\dfrac{a-b+\sqrt{ab}}{2a+3b+\sqrt{ab}}$ 的值是________.

2. 若 $\begin{cases}1994(x-y)+1995(y-z)+1996(z-x)=0 & ①\\ 1994^2(x-y)+1995^2(y-z)+1995^2(z-x)=1995 & ②\end{cases}$

   则 $x-y$ 的值是________.

3. $\triangle ABC$ 中，BD、CE 分别是 AC、AB 上的中线，M 和 N 分别是 BD、CE 的中点，则 $MN:BC=$________.

4. 一个四位数为 $\overline{2a9b}$ 等于 2^a9^b，则 $a=$________.

5. 如图 1-1，线段 AC、BD 相交于 E. $\angle ABD$、$\angle DCA$ 的平分线相交于 M，BM 与 AC 相交于 F，则 $\angle A+\angle D$________$2\angle M$(填>、<或=).

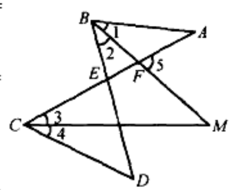

图 1-1

6. $\sqrt{x-4\sqrt{x-1}+5}+\sqrt{x-6\sqrt{x+1}+10}=1$ 的解为________.

7. 解方程 $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x=4$，$x=$________.

8. 在三边长是连续自然数，周长不超过 100 的三角形中，锐角三角形的个数是________个.

2 解答题

1. 证明：

不超过$(\sqrt{7}+\sqrt{3})^6$的最大整数为 7039.

2. 在周长为 12m，夹角为 60°的菱形花坛里栽十株花，证明：不论如何精心安排，至少有两株花的距离小于$\sqrt{3}$m.

3. 如图 1-2，在$\triangle ABC$中，$BC=17$，$CA=18$，$AB=19$，过$\triangle ABC$内的点P向$\triangle ABC$的三边分别作垂线PD、PE、PF，D、E、F为垂足，且$BD+CE+AF=27$，求$BD+BF$的长.

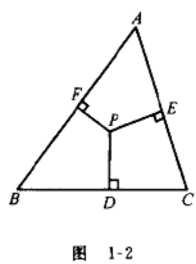

图 1-2

答案与提示

1 填空题

题号	1	2	3	4
答案	$\frac{1}{2}$	1995	1∶4	5
题号	5	6	7	8
答案	=	$3\leqslant x\leqslant 8$	± 2	29

2 解答题

1. 证明：设 $x=\sqrt{7}+\sqrt{3}$，$y=\sqrt{7}-\sqrt{3}$

则 $\begin{cases} x+y=2\sqrt{7} \\ xy=4 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x^2+y^2=20 \\ xy=4 \end{cases}$

$x^6+y^6=(x^2+y^2)^3-3x^2y^2(x^2+y^2)=8000-3\times 16\times 20=7040$

即 $(\sqrt{7}+\sqrt{3})^6+(\sqrt{7}-\sqrt{3})^6=7040$

又 $0<\sqrt{7}-\sqrt{3}<1$

$\therefore$ $0<(\sqrt{7}-\sqrt{3})^6<1$

故所求最大整数为 7039.

2. 如图 1-3，把菱形花坛分成 9 个小菱形，由此得至少有一个小菱形里要栽两株花. 因为小菱形的对角线长为$\sqrt{3}$m，所以至少有两株花的距离小于$\sqrt{3}$m.

3. 如图 1-4，设 $BD=x$，$CE=y$，$AF=z$，则 $DC=17-x$，$AE=18-y$，$FB=19-z$，连结 PA、PB、PC. 在 Rt$\triangle PBD$ 和 Rt$\triangle PBF$ 中，$x^2+PD^2=(19-z)^2+PF^2$. 同理 $y^2+PE^2=(17-x)^2+PD^2$，$z^2+PF^2=(18-y)^2+PE^2$，

将以上三式相加，得 $x^2+y^2+z^2=(17-x)^2+(18-y)^2+(19-z)^2$，

又由 $x+y+z=27$，可得

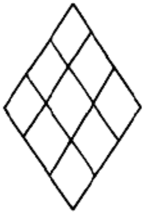

图 1-3

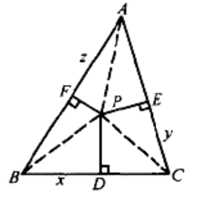

图 1-4

$$\begin{cases}17x+18y+19z=487\\ y=27-x-z,\end{cases}$$

故 $x-z=-1, x+(19-z)=18$,

即 $BD+BF=18$.

日积月累

____

____

____

精神快餐

纯数学是魔术家的真正的魔杖。

1 填空题

1. 如果实数 x、y 满足 $2x^2-6xy+9y^2-4x+4=0$，则 $\sqrt[x]{y}=$ ________.

2. 若 P，P^2+2 都是质数，则 $P^4+2001=$ ________.

3. 如图 2-1，已知 E 为矩形 $ABCD$ 内的一点，作▱$ABFE$，A'、B'、C'、D' 分别为 EB、BF、FC、CE 的中点，若 $S_{\text{矩形}ABCD}=1$，则 $S_{A'B'C'D'}=$ ________.

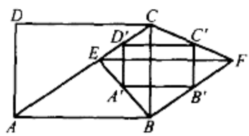

图 2-1

4. 化简 $\sqrt{\underbrace{111\cdots1}_{2n\text{个}1}-\underbrace{222\cdots2}_{n\text{个}2}}=$ ________.

5. 设 x、y、z 是实数，且 $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2$，则 $\dfrac{xy+1}{z^2+1}\cdot\dfrac{yz+1}{x^2+1}\cdot\dfrac{zx+1}{y^2+1}$ 的值为 ________.

6. 化简 $\dfrac{2+2\sqrt{7}+\sqrt{10}}{(\sqrt{7}+\sqrt{10})(2+\sqrt{7})}+\dfrac{4+2\sqrt{13}+\sqrt{10}}{(\sqrt{13}+\sqrt{10})(4+\sqrt{13})}=$ ____.

7. 若 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，P 为 $\triangle ABC$ 内的一点，$PC>PB$，则 $\angle APB$ ________ $\angle APC$（填 $>$、$<$ 或 $=$）.

8. 已知：a、b、c 是质数，它们满足 $a\cdot b^b\cdot c+a=2000$，则 a、b、c 的值是 ________.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook

2 解答题

1. 设 $P>3$，且 P 与 2^n+P 均为质数，求证：$2^{n+1}+P$ 为合数.

2. 在已知锐角 $\triangle ABC$ 的外面作正方形 $ABDE$ 和正方形 $ACFG$，EC 和 BG 相交于点 P. 求证：AP 平分 $\angle EPG$.

3. 三角形内有一点 P，已知点 P 到三边的距离与三边的长成反比，过 P 作平行于任一边的直线，将该三角形分为两部分. 求证：这两部分的面积之差的绝对值是原三角形面积的 $\frac{1}{9}$.

答案与提示

1 填空题

题号	1	2	3	4
答案	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	2082	$\frac{1}{4}$	$\underbrace{333\cdots3}_{n\text{个}3}$
题号	5	6	7	8
答案	1	$\frac{2}{3}$	$>$	2,3,37

2 解答题

1. 证明：当 $2^n=3m+1$ 时，由于 2^n+P 为质数，所以 P 只能为 $3m_1+1$ 型. 此时，$2^{n+1}+P=2\cdot 2^n+P=2(3m+1)+3m_1+1=3m_2+3$ 为合数，当 $2^n=3m+2$ 时，由于 2^n+P 为质数，所以 P 只能为 $3m_1+2$ 型. 此时，$2^{n+1}+P=2^n\cdot 2+P=2(3m+2)+3m_1+2=3m_2+3$ 为合数，故无论 P，n 取何值，$2^{n+1}+P$ 均为合数.

2. 如图 2-2，作 $AM\perp EC$，$AN\perp BG$，垂足分别为 M、N.

易证 $\triangle AEC\cong\triangle ABG$，$\therefore$ $S_{\triangle AEC}=S_{\triangle ABG}$，

即 $\frac{1}{2}EC\cdot MA=\frac{1}{2}BG\cdot AN$，

$\because$ $EC=BG$，$\therefore$ $AM=AN$，$\therefore AP$ 平分 $\angle EPG$.

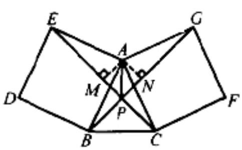

图 2-2

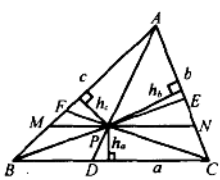

图 2-3

3. 如图 2-3，设 P 到 a，b，c 三边的距离分别为 h_a，h_b，h_c，

$\because \quad \dfrac{h_a}{h_b}=\dfrac{b}{a},\ \dfrac{h_a}{h_c}=\dfrac{c}{a},\quad \therefore \quad ah_a=bh_b=ch_c,$

$\therefore \quad S_{\triangle PBC}=S_{\triangle PCA}=S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC},$

设 a，b，c 三边的高分别为 H_a，H_b，H_c，则$\dfrac{h_a}{H_a}=\dfrac{h_b}{H_b}=\dfrac{h_c}{H_c}=\dfrac{1}{3}$.

连 AP、BP、CP 延长交对边于 D、E、F，则$\dfrac{AP}{PD}=\dfrac{BP}{PE}=\dfrac{CP}{PF}=\dfrac{2}{1}$，

$\therefore$ P 为$\triangle ABC$ 重心.

过 P 作 $MN \parallel BC$,则 $\dfrac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{AP}{AD}\right)^2=\dfrac{4}{9}$，

$$\frac{S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{9-4}{9}\Rightarrow\frac{S_{MNCB}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{5}{9}\Rightarrow\frac{S_{MNCB}-S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{1}{9},$$

$\therefore \quad S_{MNCB}-S_{\triangle AMN}=\dfrac{1}{9}S_{\triangle ABC}$.

过 P 引另外两边平行直线时，也同理可得题设结论.

日积月累

____

____

____

精神快餐

数学，科学的女皇；数论，数学的女皇。

1 填空题

1. 计算 $a(a+b+c)(b-c)+b(a+b+c)(c-a)+c(a+b+c)(a-b)=$ ________.
2. 若 a、b、c、d 都是自然数，且 $a^5=b^4$，$c^3=d^2$，$c-a=19$，则 $a-b=$ ________.
3. 如果时钟由九点走到十点，那么时针与分针共直线的时间是________分.
4. 若 $a>0$，$b<0$，则方程 $|x-a|+|x-b|=a-b$ 的解集是________.
5. 在$\triangle ABC$的 BC 边上取 $BD=\frac{2}{3}BC$，AD 的中点是 E，连结 BE，并延长交 AC 于 F. 设$\triangle ABC$ 的面积为 S，则$\triangle ABE$ 的面积是________S，$\triangle AEF$ 的面积是________S.
6. 当$\sqrt{x}-1>(\sqrt{x}-1)^2>(\sqrt{x}-1)^3>(\sqrt{x}-1)^4>\cdots$时，$x$ 的取值范围是________.
7. 如图 3-1，四边形 $ABCD$ 中，E、F 是 DC 边的三等分点，G、H 是 A、B 的三等分点. 则 $S_{GHFE}=$ ________S_{ABCD}.

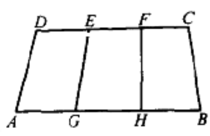

图 3-1

8. 化简根式 $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}=$ ________.

2 解答题

1. 三角形三边的长 a、b、c 满足 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a-b+c}$，判断三角形的形状.

2. 如图 3-2，已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，D 是 BC 边上一点，E 是线段 AD 上一点，且 $\angle BED=2\angle CED=\angle BAC$.
求证：$BD=2CD$.

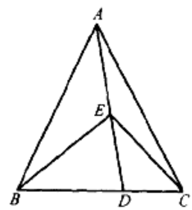

图 3-2

3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a^2+2bc=12$，$b^2+2ac=12$，$c^2+2ab=12$，试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

答案与提示

1 填空题

题号	1	2	3	4
答案	0	162	$16\frac{4}{11}$ 和 $49\frac{1}{11}$	$b\leqslant x\leqslant a$
题号	5	6	7	8
答案	$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{15}$	$1<x<4$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$

2 解答题

1. ∵ $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a-b+c}$

∴ $\frac{bc-ac+ab}{abc}=\frac{1}{a-b+c}$

∴ $(b-c)a^2-(b-c)^2a^2+bc(c-b)=0$

∴ $(b-c)[a^2+(c-b)a-bc]=0$

∴ $(b-c)(a+c)(a-b)=0$

∴ $b-c=0$ 或 $a-b=0$

∴ 三角形是以 a 为底边或 c 为底边的等腰三角形.

2. 如图 3-3，∵ $\angle BED=\angle BAC$ ∴$\angle 1=\angle 2$，又∵ $AB=AC$，∴ 在 BE 上取一点 G，使 $BG=AE$. 连结 AG，则$\triangle ABG\cong\triangle CAE$，得$\angle 3=\angle 4$. 由结论看，要证 $BD=2CD$，可证 $S_{\triangle ABD}=2S_{\triangle ADC}$，需证 $S_{\triangle AEB}=2S_{\triangle AEC}$. 由于$\triangle ABG\cong\triangle CAE$， ∴ $S_{\triangle ABG}=S_{\triangle CAE}$. 进而推得只要证 $S_{\triangle AGE}=S_{\triangle ABG}$，只要证 $BG=GE$. 因所作 $BG=AE$，故只要证 $EG=EA$ 即只要证$\angle 3=\angle 5$，又∵ $\angle BED=2\angle DEC=2\angle 4$，

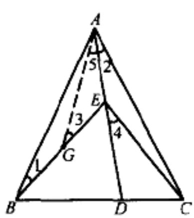

图 3-3

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com