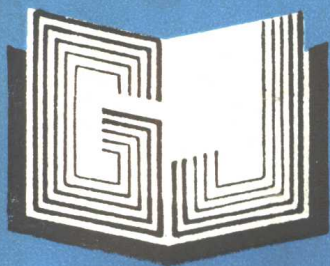


979495



高等学校教材



互联系统分析与运行

武汉水利电力大学 熊观佐 主编



高等学校教材

互联系统分析与运行

武汉水利电力大学 熊观佐 主编

水利电力出版社

(京) 新登字115号

内 容 提 要

本书分六章。全面介绍了互联系统稳态分析和运行的基本理论及计算方法。主要内容有：电力网络的分割与互联、互联系统的潮流计算、互联系统功率损耗计算和有功功率经济分配、互联系统的功率-频率控制以及无功优化与电压控制。

本书是高等学校电力系统及其自动化专业高年级学生、研究生的选修课教材，也可供相应专业的研究生选用。对于从事电力系统运行的工程技术人员也有参考价值。

高等学校教材 互联系统分析与运行

武汉水利电力大学 熊观佐 主编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

北京市京东印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 12印张 267千字
1995年5月第一版 1995年5月北京第一次印刷

印数 0001—1040 册

ISBN7-120-02300-4/TM·581

定价6.90元

前 言

互联系统是由若干个子系统(区域)相互连接而成的联合电力系统,其运行方式和分析方法与单区域系统有所不同。当前互联系统的调度方式大致有两种:一种是联合调度,各区域分别按自身系统特点进行调度,共同承担区域间交换功率(或净交换功率)的协议或合同,各区域之间实行各自的经济核算,其相互间只存在松散的联系;另一种是统一调度,各区域的主要发电厂和联络线由上一级调度中心进行调度,实行统一管理、分级核算,维持各区域间共同制订的交换功率或净交换功率协议,以达到整个互联系统的安全经济调度。由于互联系统具有错峰效益、水火电和直流输电系统的联合调度效益,还有减少系统备用容量、便于安装大型机组、故障时的功率支援以及节约能源等综合经济效益和社会效益。目前,我国已实现了四个跨省的大型互联系统,如东北电网、华北电网、华东电网和华中电网。南方四省(云南、贵州、广西、广东)的互联系统不久也将建成。全国统一电网的形成,已列入议事日程,指日可待。

我国从葛洲坝到上海第一条 $\pm 500\text{kV}$ 的两端双极直流输电线路,全长1000多千米,输送功率120万kW,经过1988~1989年的调试和验收,已于1990年正式投入运行,将华东与华中电网连接在一起,对解决两大电网功率需求和节约能源等方面,起着重要作用。不久的将来我国还将继续建设两端和多端的直流输电系统。

本书是根据1989年全国“电力系统及其自动化”专业教学指导委员会电力系统教学组审定通过的《互联系统分析与运行》课程编写大纲编写的。

全书分为六章,主要介绍互联系统稳态运行与分析方法,以及应用较为普遍的算法。第一章讲述网络的拓扑关系、网络的分割与互联。第二章讲述交流互联系统和交直流混合系统的基本运行方式,介绍一些潮流计算的基本算法,对潮流计算的并行处理也作了扼要说明。第三章讲述单区域系统和互联系统的功率损耗计算。第四章讲述互联系统经典的有功经济调度原理、方法和算法,以及多区域联营问题。第五章重点讲述两区域系统联络线偏移控制和互联系统功率-频率控制,讨论了自动发电控制和多计算机分层控制方式。第六章讲述互联系统无功优化与电压控制的基本原理和常用计算方法。

本书由武汉水利电力大学熊观佐、陈允平,电力工业部电力科学研究院王旭蕊编写。其中第一、二、三、六章由熊观佐编写,第四章由王旭蕊编写,第五章由陈允平编写,全书由熊观佐统稿。重庆大学徐国禹教授为本书主审。

本书为高等学校电力工程类电力系统及其自动化专业高年级学生、研究生的选修课教材,也可作为有关专业的研究生和从事电力系统方面工作的工程技术人员参考书。

由于编者水平有限,书中的不妥和错误之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

1993年10月

目 录

前 言

第一章 电力网络的分块	1
第一节 电力网络的拓扑关系	1
第二节 网络的道路理论	8
第三节 电力网络的分割	20
第四节 电力网络的互联	30
第五节 分块算法	36
第六节 网络的多层分割与互联	39
第二章 互联系统的潮流计算	44
第一节 交流潮流的基本方程	44
第二节 分解算法	52
第三节 分块算法	58
第四节 交直流混合系统的潮流计算	67
第五节 互联系统潮流计算的并行处理	85
第三章 互联系统功率损耗计算	87
第一节 概述	87
第二节 B 系数法	88
第三节 多区域的功率损耗	93
第四节 多区域功率损耗微增率	99
第五节 直流输电系统的功率损耗	107
第四章 互联系统有功功率经济分配	109
第一节 概述	109
第二节 单区域的有功功率经济分配	110
第三节 多区域有功功率经济分配的分块算法	111
第四节 大系统分解协调解法	117
第五节 电力联营问题	121
第六节 $N-1$ 安全经济运行	125
第五章 互联系统的功率-频率控制	130
第一节 概述	130
第二节 单区域自动频率控制	131
第三节 联络线功率控制	138
第四节 多区域系统功率-频率控制	143
第五节 多计算机结构及发电分配	152

第六章 互联系统无功优化与电压控制	160
第一节 概述	160
第二节 单区域的无功功率经济分配	160
第三节 互联系统无功优化与电压控制计算	171
第四节 交直流系统无功优化与电压控制问题	180
参考文献	183

第一章 电力网络的分块

互联电力系统是由各区域系统互相连接成的统一或联合经营的大型电力系统,或者将一个大型电力系统分割为若干个子系统(区域)。为此,需要研究电力网络的分割和互联的问题。网络的分割和互联与网络拓扑有密切关系。在这章里,对网络的拓扑关系只作简单介绍。

第一节 电力网络的拓扑关系

网络拓扑是关于网络结构或图形所具有的全部特性的总称。电网络如果不考虑支路元件的支路特性,则可用一条边(或支路)来代表一条支路元件,这样便得到与电网络相对应的图 G (Graph),如图1-1所示。图1-1(a)是一个电网络,图1-1(b)是与其相对应的图,用 G 表示。

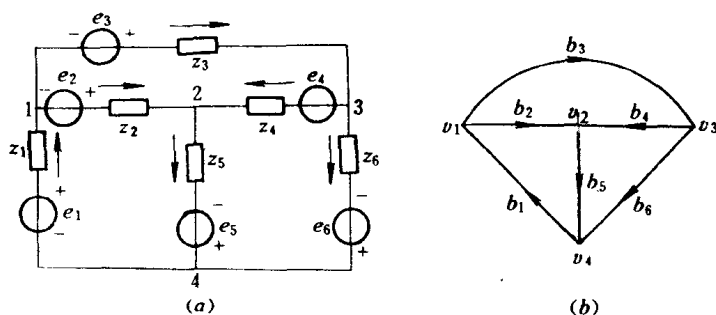


图 1-1 电网络及其相对应的图

(a) 电网络; (b) 与图(a)对应的图

一、图的基本概念

图 $G = (V, B)$, 是由两个集合组成: 节点集合 V 和支路集合 B , 每一条支路与一对节点相对应。若用符号 $v_1, v_2, v_3 \dots$ 代表图的节点, 用 $b_1, b_2, b_3 \dots$ 代表图的支路, 例如图1-1(b)中图的节点集合为 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, 支路集合为 $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6\}$, 支路与节点对的对应关系为 $b_1 = (v_1, v_4)$, $b_2 = (v_1, v_2)$, $b_3 = (v_1, v_3)$, $b_4 = (v_2, v_3)$, $b_5 = (v_2, v_4)$, $b_6 = (v_3, v_4)$ 。如果图 G 的支路与有序的节点对相对应, 即 $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$, 则图 G 称为有向图; 如果图 G 的支路与无序的节点对相对应, 即 $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$, 则图 G 称为无向图。如果图 $G_1 = (V_1, B_1)$ 有 $V_1 \subseteq V, B_1 \subseteq B$, 则图 G_1 称为图 G 的子图。节点和支路都严格地少于图 G 的子图, 叫做真子图。

图 G 中节点和支路相继交错出现的一个有限序列 $W = v_0 b_1 v_1 b_2 v_2 \dots b_k v_k$, 若其中支路 b_i 的端点是 v_{i-1} 和 v_i ($1 \leq i \leq k$), 且其中节点和支路各不相同, 则称它为从 v_0 到 v_k 的一

条路径。首尾两个节点 v_0 、 v_k 分别称为路径 W 的始端和终端，其余节点称为内节点。当 W 的始端和终端重合时，称为闭路径 (Closed path)，又称回路，否则称为开路径 (Open path)。在图1-1 (b) 中 $v_1 b_1 v_4 b_6 v_3$ 是开路径，而 $v_1 b_2 v_2 b_4 v_3 b_3 v_1$ 是闭路径。

若图 G 中任意两节点之间至少存在一条路径时，则图 G 称为连通图，否则是不连通的。图1-1 (b)是连通图。

树 T (Tree) 是连通图 G 的一个连通子图，它包含图的全部节点，但不包含任何回路。属于树 T 的支路称为树支，不属于树 T 的支路称为链支。从图 G 中去掉树 T 后的子图称为余树。图1-2 (a)是图1-1 (b)的一棵树，它由支路 b_2 、 b_4 和 b_5 构成，链支为 b_1 、 b_3 和 b_6 。图1-2 (b)为图1-2 (a)的余树。假设图 G 的节点数为 n ，支路数为 b ，则树支数等于 $n - 1$ ，余树的支路数等于 $b - n + 1$ 。余树支路所对应的回路称为基本回路。可见基本回路数 $m = b - n + 1$ 。基本回路是独立回路。对于图1-1 (b)的图 G ，节点数为4，支路数为6，一棵树的树支数等于3，独立回路数 m 等于3。独立回路又称为闭道路。

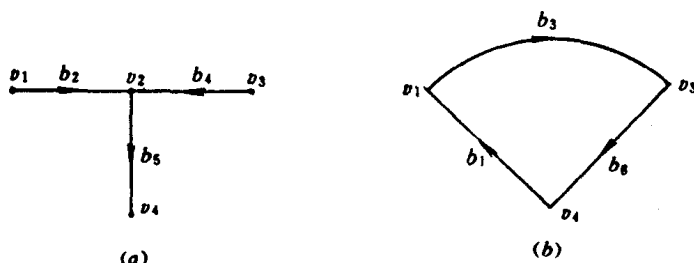


图 1-2 树和余树
(a) 树；(b) 余树

节偶是指处在同一个独立子网络的两个节点。例如图1-1 (b)的图所示的网络，有三个独立子网络：如 $b_1 b_2 b_3$ ， $b_2 b_3 b_4$ ， $b_4 b_5 b_6$ 。每个子网络有三个节偶，但是整个网络只有三个独立节偶，如 (v_1, v_2) 、 (v_2, v_3) 、 (v_2, v_4) 。这4节点网络的独立节偶数正好是节点数减1。对于 n 个节点的网络，其独立节偶数 $p = n - 1$ 。

开道路是指从一节偶的始端通过网络到节偶终端的任意一条开路径。开道路是在有关节偶上进入和离开的，在数目上等于网络的节偶数。

对于图1-1 (b)，将支路 b_1 、 b_2 、 b_3 移去，便变成不连通的两个连通子图，如图1-3 (a)所示。一个孤立节点可看成是一个连通子图。割集是这两个连通子图之间的支路集合，并约定这个集合的任一真子集移去，图 G 仍是连通的。图1-3 (a)的两个连通子集间的支路集合 $\{b_1, b_2, b_3\}$ 是一个割集，支路集合 $\{b_1, b_3, b_4, b_5\}$ 也是一个割集，如图1-3 (b)所示。但是支路集合 $\{b_1, b_2, b_3, b_6\}$ 不是割集，尽管图 G 是被分割成不连通的两个连通子图，但它的真子集 $\{b_1, b_2, b_3\}$ 移去后，图 G 不再是保持连通的。

图 G 的一棵树 T [图1-3 (c)中粗线所示]， b_i 是树 T 的任一条树支，如果移去树支 b_i ，树 T 便分为不连通的两部分。从这个不连通的树 T 的一部分到另一部分的所有链支，与 b_i 一起，构成一个割集，这个割集称为基本割集。这样，树 T 的每一条树支都将对应一个基本割集。对于一个含 n 个节点的图 G ，其基本割集数为 $n - 1$ 。图1-3 (c)的图 G 有4个节

点, 基本割集有 a 、 b 、 c 3 个。

二、网络的矩阵关系

我们定义一种原始电路支路, 它既包含与支路阻抗串联的电压源, 也包含与支路并联的电流源, 如图 1-4 所示。图 1-4 中, I_{bk} 、 I'_{bk} 和 i_{bk} 分别表示支路 bk 的电流源、阻抗电流和支路电流; e_{bk} 、 U_{bk} 和 U'_{bk} 分别表示支路 bk 的电压源、阻抗电压和支路电压; z_{bk-bk}

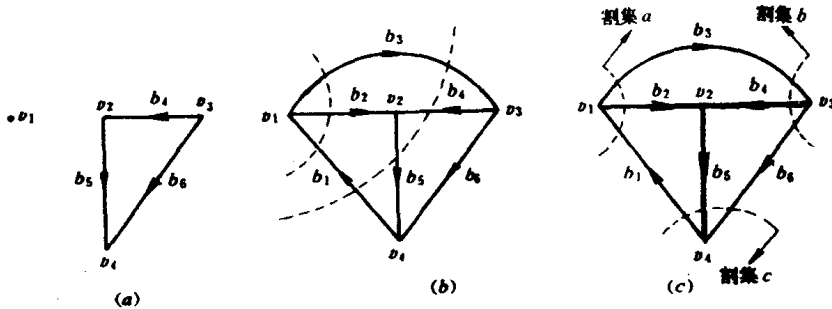


图 1-3 割集

(a) 割集被移去后; (b) 任意两个割集; (c) 基本割集

和 Y_{bk-bk} 分别表示支路 bk 的自阻抗和自导纳。显然, $I'_{bk} = -I_{bk} + i_{bk}$, $U_{bk} = U'_{bk} + e_{bk}$ 。由基尔霍夫电压定律 (KVL) 知道, 支路电压方程为 $U_{bk} = z_{bk-bk} I'_{bk}$, 支路电流方程为 $I'_{bk} = Y_{bk-bk} U_{bk}$ 。由一系列互不相连的原始支路组成的网络, 称为原始网络, 用下标 b 表示。它代表尚未确定联接方式的互连网络的分割网络, 一旦确定了联接方式, 原始网络就作为基本网络而变换到所要求的网络。原始网络的支路可以是真正的支路, 也可以是等效的支路。如图 1-1 (a) 的网络是由图 1-4 的 6 条真正支路的原始网络所构成。

原始网络的电压方程为

$$U_b = Z_{bb} I'_b \quad (1-1)$$

其中

$$U_b = [U_{b1} \ U_{b2} \ \cdots]^T, \quad I'_b = [I'_{b1} \ I'_{b2} \ \cdots]^T$$

$$Z_{bb} = \begin{bmatrix} Z_{b1-b1} & & & \\ & Z_{b2-b2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

矩阵上标 t 表示转置。

原始网络的电流方程为

$$I'_b = Y_{bb} U_b \quad (1-2)$$

其中

$$Y_{bb} = \begin{bmatrix} Y_{b1-b1} & & & \\ & Y_{b2-b2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} = Z_{bb}^{-1}$$

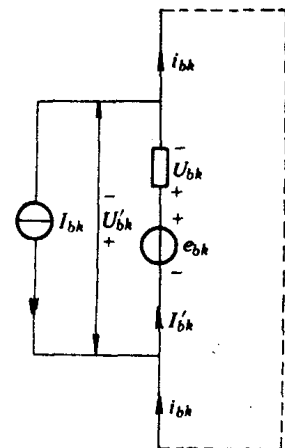


图 1-4 原始支路

原始网络的支路阻抗电流和电压为

$$\mathbf{I}'_b = \mathbf{I}_b + \mathbf{i}_b \quad (1-3)$$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{U}'_b + \mathbf{e}_b \quad (1-4)$$

其中

$$\mathbf{U}'_b = [U'_{b1} \ U'_{b2} \ \cdots]^T, \quad \mathbf{e}_b = [e_{b1} \ e_{b2} \ \cdots]^T$$

$$\mathbf{I}_b = [I_{b1} \ I_{b2} \ \cdots]^T, \quad \mathbf{i}_b = [i_{b1} \ i_{b2} \ \cdots]^T$$

将式 (1-3)、式 (1-4) 代入式 (1-1) 得

$$(\mathbf{U}'_b + \mathbf{e}_b) = \mathbf{Z}_{bb}(\mathbf{I}_b + \mathbf{i}_b) \quad (1-5)$$

重新排列, 得到电流源处理为电压源的电压方程

$$(\mathbf{e}_b - \mathbf{Z}_{bb}\mathbf{i}_b) + \mathbf{U}'_b = \mathbf{Z}_{bb}\mathbf{I}_b$$

将式 (1-3)、式 (1-4) 代入式 (1-2) 得

$$(\mathbf{I}_b + \mathbf{i}_b) = \mathbf{Y}_{bb}(\mathbf{U}'_b + \mathbf{e}_b) \quad (1-6)$$

重新排列, 得到电压源处理为电流源的电流方程

$$(\mathbf{I}_b - \mathbf{Y}_{bb}\mathbf{e}_b) = \mathbf{Y}_{bb}\mathbf{U}'_b$$

1. 关联矩阵

关联矩阵是描述网络有向图的支路与节点之间的关联性的, 它反映了实际网络的拓扑关系, 可应用KCL于网络各节点而求得。

对图1-1 (b) 的有向图, 有

$$-i_{b1} + i_{b2} + i_{b3} = 0$$

$$-i_{b2} - i_{b4} + i_{b5} = 0$$

$$-i_{b3} + i_{b4} + i_{b6} = 0$$

$$i_{b1} - i_{b5} - i_{b6} = 0$$

或写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{b1} \\ i_{b2} \\ i_{b3} \\ i_{b4} \\ i_{b5} \\ i_{b6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

简记为

$$\mathbf{A}_a' \mathbf{i}_b = 0 \quad (1-7)$$

式中, $\mathbf{A}_a = \{a_{ij}\}$ 称为完全 (节点) 关联矩阵, 是 $b \times n$ 阶矩阵, 下标 a 表示对所有节点, 其元素值:

- 1) $a_{ij} = 1$ 时, 支路 j 与节点 i 相关联, 其方向离开节点 i ;
- 2) $a_{ij} = -1$ 时, 支路 j 与节点 i 相关联, 其方向指向节点 i ;
- 3) $a_{ij} = 0$ 时, 支路 j 与节点 i 不关联。

完全关联矩阵 $\mathbf{A}_0$ 的各列按行相加都为零, 表示各列是线性相关的。如果删除 $\mathbf{A}_0$ 矩阵中的一列, 例如第 4 列, 并用 $\mathbf{A}$ 表示, 则 $\mathbf{A}$ 矩阵称为关联矩阵, 其各列便是线性独立的。 $\mathbf{A}$ 矩阵的秩为 $n-1$ 。被删除的那一列的节点作为参考节点。因此, 式 (1-7) 便为

$$\mathbf{A}' \mathbf{I}_b = 0 \quad (1-8)$$

其中

$$\mathbf{A}' = \begin{array}{c} \text{节点} \\ \downarrow \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \text{支路} \rightarrow \\ \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \end{array} \left[\begin{array}{cccccc} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

定义节点电压 $\mathbf{U}''$ 为网络各节点对参考节点的电压, 即

$$\mathbf{U}'' = \begin{bmatrix} U_1'' - U_4'' \\ U_2'' - U_4'' \\ U_3'' - U_4'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1'' \\ U_2'' \\ U_3'' \end{bmatrix}$$

在这里假设参考节点接地, $U_4'' = 0$ 。对图 1-1 (b) 的网络图, 有

$$\mathbf{A}\mathbf{U}'' = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1'' \\ U_2'' \\ U_3'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_1'' \\ U_1'' - U_2'' \\ U_1'' - U_3'' \\ -U_2'' + U_3'' \\ U_2'' \\ U_3'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \\ U_3' \\ U_4' \\ U_5' \\ U_6' \end{bmatrix} = \mathbf{U}_b' \quad (1-9)$$

显然, $\mathbf{A}\mathbf{U}''$ 表示支路电压用节点电压各项来表达。由式 (1-6) 左乘 $\mathbf{A}'$ 和式 (1-8)、式 (1-9) 的关系, 可求出节点电压

$$\mathbf{U}'' = (\mathbf{A}' \mathbf{Y}_{bb} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}' (\mathbf{I}_b - \mathbf{Y}_{bb} \mathbf{e}_b) \quad (1-10)$$

式中, $\mathbf{A}' \mathbf{Y}_{bb} \mathbf{A}$ 为实际网络的导纳矩阵; $(\mathbf{A}' \mathbf{Y}_{bb} \mathbf{A})^{-1}$ 为实际网络的阻抗矩阵。

因此, 网络的支路电流和电压, 便可由式 (1-6) 和式 (1-7) 求得; 支路元件的电流和电压, 由式 (1-3) 和式 (1-4) 求得。

2. 回路矩阵

将图 1-1 (b) 的有向图重画于图 1-5。网络的回路数 $l = 7$, 每个回路选取回路方向, 如图 1-5 的曲线上箭头所示。这 7 个回路是: ① = (b_2, b_3, b_4) , ② = (b_1, b_2, b_5) , ③ = (b_4, b_5, b_6) , ④ = (b_1, b_3, b_6) , ⑤ = (b_1, b_2, b_4, b_6) , ⑥ = (b_2, b_3, b_5, b_6) , ⑦ = (b_1, b_3, b_4, b_5) 。对各回路应用 KVL 即可得到以下方程式

$$\begin{aligned} -U_{b_2}' + U_{b_3}' + U_{b_4}' &= 0; & U_{b_1}' + U_{b_2}' + U_{b_5}' &= 0 \\ -U_{b_4}' - U_{b_5}' + U_{b_6}' &= 0; & U_{b_1}' + U_{b_3}' + U_{b_6}' &= 0 \end{aligned}$$

$$U'_{b1} + U'_{b2} - U'_{b4} + U'_{b6} = 0; \quad U'_{b2} - U'_{b3} + U'_{b5} - U'_{b6} = 0$$

$$U'_{b1} + U'_{b3} + U'_{b4} + U'_{b5} = 0$$

或写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U'_{b1} \\ U'_{b2} \\ U'_{b3} \\ U'_{b4} \\ U'_{b5} \\ U'_{b6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

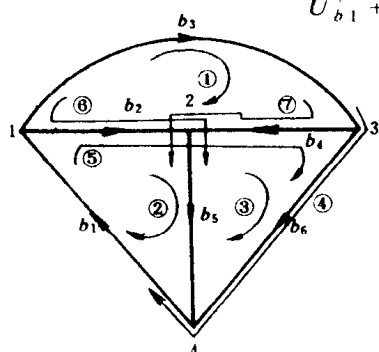


图 1-5 回路方向

简记为

$$\mathbf{B}_a' \mathbf{U}'_b = 0$$

其中 $\mathbf{B}_a = \{b_{ij}\}$ 称为完全回路矩阵, 是 $b \times l$ 阶矩阵; 下标 a 表示对所有回路, 其元素值为:

- 1) $b_{ij} = 1$ 时, 支路 j 在回路 i 中, 它们的方向一致;
- 2) $b_{ij} = -1$ 时, 支路 j 在回路 i 中, 它们的方向相反;
- 3) $b_{ij} = 0$ 时, 支路 j 不在回路 i 中。

在上述回路中, 我们感兴趣的是基本回路。如果选择支路 b_2 、 b_4 、 b_5 为树支 (图1-5 中粗线所示), 其余支路 b_1 、 b_3 、 b_6 为链支, 每个回路只包含一条链支, 且回路方向取链支的支路方向, 如图1-5 中的回路①、②、③, 则基本回路方程可用矩阵表示为

$$\mathbf{B}_f' \mathbf{U}'_b = 0 \quad (1-11)$$

其中

回路	↓	1	2	3	4	5	6
支路 →							

$$\mathbf{B}_f' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

式中 $\mathbf{B}_f$ 称为基本回路矩阵 ($b \times m$ 阶), 下标 f 表示基本回路。

将 $\mathbf{B}_f'$ 的各列按树支 T 、链支 L 顺序排列, 得

$$\mathbf{B}_f'^t = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} T & L \end{array} \\ \begin{array}{cc} \overbrace{2 \quad 4 \quad 5} & \overbrace{3 \quad 1 \quad 6} \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

式中对应于链支的最后三列为单位矩阵, 所以 $\mathbf{B}_f'$ 矩阵的秩为 $b - n + 1 = 3$, 等于链支数。

定义基本回路电流为 $\mathbf{i}_L$, $\mathbf{i}_L = [i_{L1} \ i_{L2} \ i_{L3}]^t$, 支路电流 $\mathbf{i}_b$ 与回路电流 $\mathbf{i}_L$ 的关系式为

$$\mathbf{B}_f \mathbf{I}_L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{L2} \\ i_{L1} + i_{L2} \\ i_{L1} \\ i_{L1} - i_{L3} \\ i_{L2} - i_{L3} \\ i_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{b1} \\ i_{b2} \\ i_{b3} \\ i_{b4} \\ i_{b5} \\ i_{b6} \end{bmatrix} = \mathbf{I}_b \quad (1-12)$$

由式 (1-5) 左乘 $\mathbf{B}_f'$ 后和式 (1-11)、(1-12) 的关系, 可求出回路电流, 即链支电流

$$\mathbf{I}_L = (\mathbf{B}_f' \mathbf{Z}_{bb} \mathbf{B}_f)^{-1} \mathbf{B}_f' (\mathbf{e}_b - \mathbf{Z}_{bb} \mathbf{I}_b) \quad (1-13)$$

因此, 网络的支路电流和电压便可由式 (1-5)、式 (1-12) 求得。

3. 割集矩阵

将图1-1 (b) 重画于图1-6。网络的割集数 $q = 7$, 每个割集选取割集方向, 如图1-6 虚线端上的箭头所示。这7个割集是: ① = (b_1, b_2, b_3) , ② = (b_3, b_4, b_6) , ③ = (b_1, b_5, b_6) , ④ = (b_2, b_4, b_5) , ⑤ = (b_1, b_3, b_4, b_5) , ⑥ = (b_2, b_3, b_5, b_6) , ⑦ = (b_1, b_2, b_4, b_6) 。应用KCL于各割集, 得到网络的割集方程式

$$\begin{aligned} -i_{b1} + i_{b2} + i_{b3} &= 0 \\ -i_{b3} + i_{b4} + i_{b6} &= 0 \\ -i_{b1} + i_{b5} + i_{b6} &= 0 \\ -i_{b2} - i_{b4} + i_{b5} &= 0 \\ i_{b1} - i_{b3} + i_{b4} - i_{b5} &= 0 \\ i_{b2} + i_{b3} - i_{b5} - i_{b6} &= 0 \\ -i_{b1} + i_{b2} + i_{b4} + i_{b6} &= 0 \end{aligned}$$

写成矩阵形式, 为

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{b1} \\ i_{b2} \\ i_{b3} \\ i_{b4} \\ i_{b5} \\ i_{b6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

简记为

$$\mathbf{Q}_a' \mathbf{I}_b = 0$$

其中 $\mathbf{Q}_a = \{q_{ij}\}$ 称为完全割集矩阵, 是 $b \times q$ 阶矩阵; 下标 a 表示对所有割集, 其元素值为:

- 1) $q_{ij} = 1$ 时, 支路 j 在割集 i 内, 且方向一致;
- 2) $q_{ij} = -1$ 时, 支路 j 在割集 i 内, 且方向相反;
- 3) $q_{ij} = 0$ 时, 支路 j 不在割集 i 内。

图1-6中的粗线表示树支, 含每条树支的割集是基本割集, 且基本割集的方向选取树

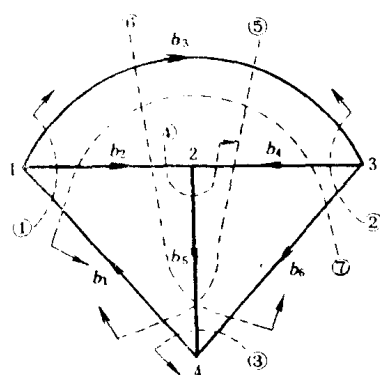


图 1-6 割集方向

支的支路方向，如图1-6中的①、②、③割集所示。基本割集方程用矩阵表示为

$$\mathbf{Q}'_f \mathbf{I}_b = 0 \quad (1-14)$$

其中 割集 支路→

$$\mathbf{Q}'_f = \begin{matrix} \downarrow & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

称为基本割集矩阵。

将上式按树支、链支顺序排列，则上式变为

$$\mathbf{Q}'_f = \begin{matrix} & \overbrace{\begin{matrix} T \\ 2 & 4 & 5 \end{matrix}} & \overbrace{\begin{matrix} L \\ 3 & 1 & 6 \end{matrix}} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

式中对应于树支的前三列为单位矩阵，说明基本割集矩阵的秩为 $n-1=3$ 。

定义树支电压 $\mathbf{U}'_T = [U'_{T1} \ U'_{T2} \ U'_{T3}]'$ ，则 $\mathbf{Q}'_f \mathbf{U}'_T$ 表达式为

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U'_{T1} \\ U'_{T2} \\ U'_{T3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U'_{T1} - U'_{T3} \\ U'_{T1} \\ U'_{T1} - U'_{T2} \\ U'_{T2} \\ U'_{T3} \\ U'_{T2} + U'_{T3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U'_1 \\ U'_2 \\ U'_3 \\ U'_4 \\ U'_5 \\ U'_6 \end{bmatrix} = \mathbf{U}'_b$$

即

$$\mathbf{Q}'_f \mathbf{U}'_T = \mathbf{U}'_b \quad (1-15)$$

由式 (1-6) 左乘 $\mathbf{Q}'_f$ 后和式 (1-14)、式 (1-15) 的关系式，求出树支电压

$$\mathbf{U}'_T = (\mathbf{Q}'_f \mathbf{Y}_{bb} \mathbf{Q}'_f)^{-1} \mathbf{Q}'_f (\mathbf{I}_b - \mathbf{Y}_{bb} \mathbf{e}_b) \quad (1-16)$$

网络的支路电流和电压，可由式 (1-6) 和式 (1-15) 求得。

第二节 网络的道路理论

从50年代后期起，克朗 (Kron) 逐步发展了网络的道路理论。这一理论采用了开道路和闭道路及与道路结构相适应的电流和电压的方程式。闭道路是人们所熟知的网目回路，而开道路是网目回路的对偶，它不在网络内闭合，它的终端构成节偶，如同回路一样，每一对节偶从其中的一个节偶节点走出网络之外而又从另一个节偶节点返回网络。道路理论

在互联系统分析中有重要意义。

一、道路的联络矩阵

联络矩阵是支路与道路的关系矩阵，它反映网络的拓扑关系，记为 $\mathbf{C}_{bp}$ ，下标 p 表示道路。通过联络矩阵可将支路量变换为道路量，或反之。联络矩阵可能是非奇异的，也可以是奇异的，关键是如何选择开道路和闭道路。下面以图1-7为例，说明正确选择开道路和闭道路的方法，使联络矩阵为非奇异矩阵。

图1-7是图1-1 (b)的再现，它有三个独立节偶和三条独立回路。闭道路选择的方法是使每一支路至少被其中一条闭道路通过一次，如图1-7中标以 c_1 、 c_2 、 c_3 的虚线所示。独立节偶选择的方法是使每一个节点至少被其中一个节偶选入一次，如图1-7中标以 I'_{p1} 、 I'_{p2} 、 I'_{p3} 的节点对所示。三个独立节偶相对应的三条开道路用标以01、02、03的虚线表示。这些特定的开道路通过网络是任意的。开道路和闭道路的方向是任意给定的，如果道路方向与支路的方向一致，则认为正的，否则是负的。

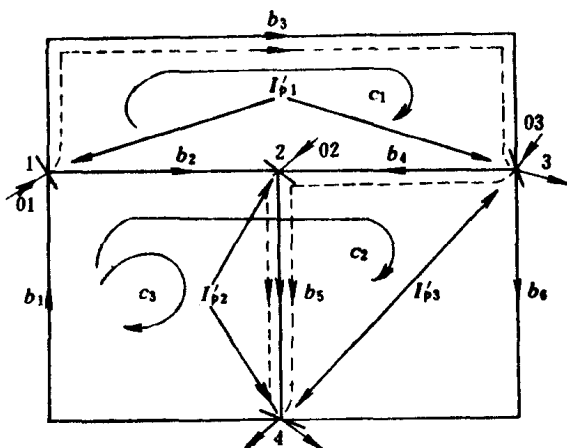


图 1-7 开道路和闭道路

开道路终端的电流和电压称为节偶电流和电压，分别用 i_o 和 U_o 表示（下标 o 表示开道路）。对于图1-7， $i_o = [i_{o1} \ i_{o2} \ i_{o3}]^T$ ， $U_o = [U'_{o1} \ U'_{o2} \ U'_{o3}]^T$ 。通过闭道路的电流和闭道路的总电压称为闭道路电流和电压，分别用 i_c 和 U_c 表示（下标 c 表示闭道路）。对于图1-7， $i_c = [i_{c1} \ i_{c2} \ i_{c3}]^T$ ， $U_c = [U'_{c1} \ U'_{c2} \ U'_{c3}]^T$ 。道路电流和电压分别由开道路与闭道路的电流和电压所组成，即 $i_p = [i_o \ i_c]^T$ ， $U'_p = [U'_o \ U'_c]^T$ 。

根据支路电流应该与通过支路的开道路电流和闭道路电流之和相等的原则，对图1-7有

$$\begin{aligned} i_{b1} &= i_{c2} + i_{c3} \\ i_{b2} &= -i_{c1} + i_{c2} + i_{c3} \\ i_{b3} &= i_{o1} + i_{c1} \\ i_{b4} &= i_{o3} + i_{c1} - i_{c2} \\ i_{b5} &= i_{o2} + i_{o3} + i_{c3} \\ i_{b6} &= i_{c2} \end{aligned}$$

用矩阵形式表示为

$$\mathbf{i}_b = \mathbf{C}_{bp} \mathbf{i}_p \quad (1-17)$$

其中

$$A_{bp} = [C_{bo} \quad C_{bc}] = \begin{array}{c} \text{支路} \\ \downarrow \\ \begin{matrix} b1 \\ b2 \\ b3 \\ b4 \\ b5 \\ b6 \end{matrix} \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} \text{道路} \rightarrow & o1 & o2 & o3 & c1 & c2 & c3 \\ \hline & & & & & 1 & 1 \\ & & & & -1 & 1 & 1 \\ & 1 & & & 1 & & \\ & & & 1 & 1 & -1 & \\ & & 1 & 1 & & & 1 \\ & & & & & 1 & \end{array} \right]$$

式中, C_{bo} 为联络矩阵的开道路子矩阵, 阶数为 $b \times o$; C_{bc} 为联络矩阵的闭道路子矩阵, 阶数为 $b \times c$; C_{bp} 为矩阵的逆阵 $A_{pb} = C_{bp}^{-1}$, 电流 i_b 的逆变换为

$$I_p = A_p I_b \quad (1-18)$$

以图1-7为例, 式中

$$A_{pb} = \begin{bmatrix} A_{ob} \\ A_{cb} \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \text{道路} \\ \downarrow \\ \begin{matrix} o1 \\ o2 \\ o3 \\ c1 \\ c2 \\ c3 \end{matrix} \end{array} \left[\begin{array}{ccccc|c} \text{支路} \rightarrow & b1 & b2 & b3 & b4 & b5 & b6 \\ \hline & -1 & 1 & 1 & & & \\ & & -1 & & -1 & 1 & \\ & -1 & & & & & \\ \hline & 1 & -1 & & & & \\ & & & & & 1 & \\ & 1 & & & & & -1 \end{array} \right]$$

对图1-7应用KVL, 可得到支路电压与道路的电压关系式

$$\begin{aligned} U'_{o1} &= U'_{b3} \\ U'_{o2} &= U'_{b5} \\ U'_{o3} &= U'_{b4} + U'_{b5} \\ U'_{c1} &= -U'_{b2} + U'_{b3} + U'_{b4} \\ U'_{c2} &= U'_{b1} + U'_{b2} - U'_{b4} + U'_{b6} \\ U'_{c3} &= U'_{b1} + U'_{b2} + U'_{b5} \end{aligned}$$

写成矩阵形式为

$$U'_p = C_{pb} U'_b \quad (1-19)$$

其中 $C_{pb} = C'_{bpo}$

逆变换关系为

$$U'_b = A_{bp} U'_p \quad (1-20)$$

其中 $A_{bp} = A'_{pbo}$

网络的其它电压和电流的变换关系为

$$e_b = A_{bp} e_p, \quad e_p = C_{pb} e_b \quad (1-21a)$$

$$U_b = A_{bp} U_p, \quad U_p = C_{pb} U_b \quad (1-21b)$$

$$I_b = C_{bp} I_p, \quad I_p = A_{bp} I_b \quad (1-21c)$$

$$I'_b = C_{bp} I'_p, \quad I'_p = A_{pb} I'_b \quad (1-21d)$$

其中

$$\begin{aligned} e_p &= [e_o e_c]' = [e_{o1} e_{o2} e_{o3} \mid e_{c1} e_{c2} e_{c3}]' \\ U_p &= [U_o U_c]' = [U_{o1} U_{o2} U_{o3} \mid U_{c1} U_{c2} U_{c3}]' \\ I_p &= [I_o I_c]' = [I_{o1} I_{o2} I_{o3} \mid I_{c1} I_{c2} I_{c3}]' \\ I'_p &= [I'_o I'_c]' = [I'_{o1} I'_{o2} I'_{o3} \mid I'_{c1} I'_{c2} I'_{c3}]' \end{aligned}$$

所有电压和电流的开道路和闭道路与支路量之间的变换关系，列于表1-1。

表 1-1 道路量与支路量之间的变换关系

	支路量变换为道路量	道路量变换为支路量
开道路	$U_o = C_{ob} U_b, \quad U'_o = C_{ob} U'_b, \quad e_o = C_{ob} e_b$ $I'_o = A_{ob} I'_b, \quad I_o = A_{ob} I_b, \quad I_o = A_{ob} I_b$	$U_b = A_{bo} U_o, \quad U'_b = A_{bo} U'_o, \quad e_b = A_{bo} e_o$ $I'_b = C_{bo} I'_o, \quad I_b = C_{bo} I_o, \quad I_b = C_{bo} I_o$
闭道路	$U_c = C_{cb} U_b, \quad U'_c = C_{cb} U'_b, \quad e_c = C_{cb} e_b$ $I'_c = A_{cb} I'_b, \quad I_c = A_{cb} I_b, \quad I_c = A_{cb} I_b$	$U_b = A_{bc} U_c, \quad U'_b = A_{bc} U'_c, \quad e_b = A_{bc} e_c$ $I'_b = C_{bc} I'_c, \quad I_b = C_{bc} I_c, \quad I_b = C_{bc} I_c$
备 注	$U_o = U'_o + e_o, \quad U_c = U'_c + e_c, \quad I'_o = I_o + I'_o, \quad I'_c = I_c + I'_c$	

二、正交网络方程

C_{bp} 矩阵与 A_{pb} 是互逆关系，它们的子矩阵之间存在下列关系，由 A_{pb} 左乘 C_{bp} ，得

$$\begin{bmatrix} A_{ob} \\ \vdots \\ A_{cb} \end{bmatrix} [C_{bo} \mid C_{bc}] = \begin{bmatrix} 1_{oo} & 0_{oc} \\ \vdots & \vdots \\ 0_{co} & 1_{cc} \end{bmatrix}$$

展开上式，有

$$A_{ob} C_{bo} = 1_{oo}, \quad A_{cb} C_{bc} = 1_{cc}, \quad A_{ob} C_{bc} = 0_{oc}, \quad A_{cb} C_{bo} = 0_{co}$$

C'_{pb} 左乘 A'_{pb} ，得

$$\begin{bmatrix} C_{ob} \\ \vdots \\ C_{cb} \end{bmatrix} [A_{bo} \mid A_{bc}] = \begin{bmatrix} 1_{oo} & 0_{oc} \\ \vdots & \vdots \\ 0_{co} & 1_{cc} \end{bmatrix}$$

展开上式，有

$$C_{ob} A_{bo} = 1_{oo}, \quad C_{cb} A_{bc} = 1_{cc}, \quad C_{ob} A_{bc} = 0_{oc}, \quad C_{cb} A_{bo} = 0_{co}$$

式中，1、0分别表示单位矩阵和零矩阵，下标为其维数。

从以上子矩阵间的关系可以看出， C_{bo} 和 A_{cb} 是正交矩阵， C_{bc} 和 A_{ob} 是正交矩阵。根据这种网络拓扑的正交关系，说明开路径道路组成的开道路网络与闭路径道路组成的闭道路网络是相互正交的。包含这两种网络的互联网络称为正交网络。原始网络可通过联络矩阵变换成正交网络，或反之。

正交网络的电压方程由式(1-1)左乘 C'_{bp} ，得到

$$U_p = C_{pb} Z_{bb} C'_{bp} I'_p = Z_{pp} I'_p \quad (1-22)$$