# 增建第二线平面测量及计算

铁道部第四勘测设计院线路处　编



中国铁道出版社

# 增建第二线平面测量及计算

铁道部第四勘测设计院线路处　编

中 国 铁 道 出 版 社

1 9 8 4 年・北京

## 内 容 简 介

本书介绍了矢距法或偏角法对既有曲线三个或三个以上均可连测，化用正矢拨距；复线间距第二线设计半径和缓和曲线的选择原则，计算屏弃角图法，采用平行半径法或投影法；以及各种情况不平行侧移拨转角的不同公式，且均有实例。

本书可供铁路勘测设计及工务工程部门工程技术人员和大专院校有关专业师生参考。


**增建第二线平面测量及计算**

铁道部第四勘测设计院线路处 编

中国铁道出版社出版

责任编辑 张善同 封面设计 王毓平

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{32}$ 印张：10.625 字数：244 千

1984年1月 第1版 1984年1月 第1次印刷

印数：0001—2,000册 定价 1.65 元

# 前　言

在改造铁路既有线、增建第二线工程中，线路平面测量和计算工作，是建设工程中的重要一环。五十年代初期，普遍采用角图法，六十年代以后，我国铁路勘测设计人员，在多年实践经验的基础上，不断地提出了各种新的计算方法。这些新方法，无论在理论上、精度上都满足了设计和施工要求，而且都优于角图法。但在此以前，许多同志所提出的各种新方法，大多处于零散或雏型状态，不够系统完善，有待加工、充实、提高，以期达到简便易懂、便于应用的目的，为此我处由徐洪亮工程师执笔，在总结有关资料的基础上，经过加工整理和改进，编写本书。在编写过程中，承长沙铁道学院赵方民教授提了许多宝贵意见，我院周恩同、赵淑敏等同志，作了不同程度的帮助，初稿写出后，又曾组织有关人员座谈讨论和个别征求意见，并由毛能武工程师作了校核。

由于编写水平所限，内容可能尚欠完善，谬误之处亦在所难免，请读者批评指正。

铁道部第四勘测设计院线路处

1982年3月于武昌

# 目　录

# 第一章　既有线路曲线测量及计算原理

## 第一节　渐伸线的理论

### 一、渐伸线含义及其特性

（一）含　　义

在曲线$AB$上张以一条坚韧无伸缩的“轨线”，使其一端固定在该曲线切点$A$上，拉紧$B$端使这条“轨线”逐渐向切线$AB'$方向伸直，则$B$点所移动的轨迹$B_1$，$B_2$，$B_3$，……，$B'$即为原曲线$AB$的渐伸线，如图1－1所示。

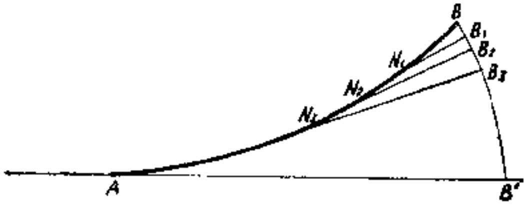


图　1－1

（二）渐伸线有两个基本特性

1．渐伸线的法线$B_1N_1$、$B_2N_2$和$B_3N_3$等，为原曲线上对应的切线；

2．渐伸线上任意两点的半径增量，等于原曲线对应点弧度的增量。

### 二、曲线校正计算的原理

曲线校正计算，迄今仍用渐伸线原理，并有下列两个假

定：

（一）曲线拨动前后，长度不变（实际上是有变化的，但一般不超过$\frac{1}{2000}$，可视为不变），所以两根渐伸线在初切线上有一个共同点，如图 1—2 $B'$点所示。

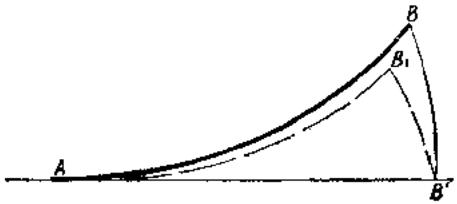


图 1—2

（二）曲线上的拨正点，沿渐伸线移动

既有曲线$B$点渐伸线长度$\omega_j$为$\overset{\frown}{BB'}$，设计线相应点$B_1$的渐伸线$\omega_s$为$\overset{\frown}{B_1B'}$，则$B$点的拨动量为$\Delta\omega=\omega_j-\omega_s$，所以校正曲线计算，就是计算既有曲线和设计曲线的渐伸线长度。

## 三、渐伸线长度

我们知道：曲线上某点的曲率$K$，为其长度$l$的某一函数；曲线长度$l$所对的中心角$\alpha$，为曲率$K$的定积分；该点渐伸线$\omega$又为角度$\alpha$的定积分，如图 1—3 所示。

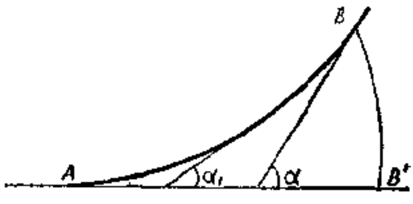


图 1—3

由此可得下列三个公式：

$$\left.\begin{aligned} K &= f(l) \\ \alpha &= \int_0^l K\,dl \\ \omega &= \int_0^l \alpha\,dl \end{aligned}\right\} \qquad (1-1)$$

式中　$K$——原曲线的曲率；

$l$——对应于某点$K$的原曲线长度；

$\alpha$——原曲线弧长 $l$ 所对的中心角（等于转角）。

根据上式得：

（一）圆曲线的渐伸线长度

$$\omega = \frac{\alpha}{2} l$$

$$\because \quad \alpha = K \cdot l \quad 而 K = \frac{1}{R}$$

$$\therefore \quad \omega = \frac{l^2}{2R} \qquad (1-2)$$

（二）缓和曲线的渐伸线长度

$$\omega = \frac{\alpha}{3} \cdot l$$

$$\because \quad \alpha = \frac{l}{2} \cdot K \quad 而 K = \frac{l}{c} \quad 即 \alpha = \frac{l^2}{2c}$$

$$\therefore \quad \omega = \frac{l^3}{6c} \qquad (1-3)$$

式中 $c$ 为半径变更率，等于$R \cdot l_0$（$l_0$为缓和曲线长度）。

（1—2）及（1—3）式还将在第三节中得到推证，即（1—5）及（1—8）式。

在以后问题的研究中，上述诸式可用二种坐标系。

1．$K-l$（或$\phi-s$、$f-s$）坐标；

2．$\alpha-l$ 坐标，即我们熟知的角度图。

## 第二节　曲线转角增量(或正矢)和渐伸线长度的关系

将渐伸线函数进行一次、二次差分：

设圆曲线上间距$\Delta L$的相邻三点$a$、$b$、$c$的渐伸线分别为$\omega_a$、$\omega_b$和$\omega_c$。

$$\because \qquad \omega_a=\frac{l^2}{2R} \quad \omega_b=\frac{(l+\Delta L)^2}{2R}$$

$$\omega_c=\frac{(l+2\Delta L)^2}{2R}$$

$\therefore$　一次差分$\Delta\omega$：

$$\Delta\omega_a=\omega_b-\omega_a=\frac{(l+\Delta L)^2}{2R}-\frac{l^2}{2R}$$

$$=\frac{2l\Delta L+\Delta L^2}{2R}=\frac{l+\frac{\Delta L}{2}}{R}\cdot\Delta L$$

$$\Delta\omega_b=\omega_c-\omega_b=\frac{(l+2\Delta L)^2}{2R}-\frac{(l+\Delta L)^2}{2R}$$

$$=\frac{2l\Delta L+3\Delta L^2}{2R}$$　　则

二次差分$\Delta^2\omega=\Delta\omega_b-\Delta\omega_a$显然为$\frac{\Delta L^2}{R}$。

同理可求出在缓和曲线上时的一次差分和二次差分，如表1—1中所示。

可知，不论圆曲线或缓和曲线都具有以下特点：

一、相邻两点渐伸线长度的增量，为该两点短弦对初切线转角的$\Delta L$倍；

二、相邻三点渐伸线长度的二次差分为该相邻短弦的转角增量的$\Delta L$倍。

渐伸线函数一、二次差分表　　　　表1－1

| 项　　目 | 圆曲线 | 缓和曲线 | 备　　考 |
| --- | --- | --- | --- |
| $\omega$ | $\frac{l^2}{2R}$ | $\frac{l^3}{6c}$ | $\Delta L$为计长单位 |
| $\Delta\omega=\omega_n-\omega_{n-1}=(\alpha_{n-\frac{1}{2}})\Delta L$ | $\frac{l+\frac{\Delta L}{2}}{R}\cdot\Delta L$ | $\frac{l^2+l\Delta L+\frac{\Delta L^2}{3}}{2c}\cdot\Delta L$ | 一般均用20米 |
| $\Delta^2\omega=\Delta\alpha\cdot\Delta L=(\alpha_{n+\frac{1}{2}}-\alpha_{n-\frac{1}{2}})\cdot\Delta L$ | $\frac{\Delta L^2}{R}$ | $\frac{l+\Delta L}{c}\cdot\Delta L^2$ | |

因此渐伸线长度，可用转角增量来计算。

如把正矢和转角增量的关系找出来，则渐伸线长度还可用正矢来计算。

由几何学原理，可得转角增量和$2\Delta L$弧长正矢的关系：

（一）圆曲线

$$\frac{\Delta L^2}{R}=2\cdot\frac{(2\Delta L)^2}{8R}=2f$$

（二）缓和曲线

$$\because\quad K=\frac{1}{\rho}=\frac{l}{c}\qquad\therefore\quad\frac{\Delta L^2}{R}\cdot\frac{l}{l_c}=2f$$

显然，不论圆曲线或缓和曲线某点转角增量的$\Delta L$倍，等于该点两倍弧长正矢的2倍，则渐伸线长度当可用正矢$2f$的两次累计计算。

$$\omega=\Sigma\Sigma 2f\qquad\qquad(1-4)$$

## 第三节　曲线偏角和渐伸线长度的关系

### 一、单　曲　线

为了导出单曲线的缓和曲线和圆曲线在各种组合情况下

偏角和渐伸线长度的关系，首先要明确缓和曲线渐伸线的一个特性。

对圆曲线而言，缓和曲线距缓圆点距离为$l'$的$A$点，其曲率、转角和渐伸线长度同以初切线为准的缓和曲线距直缓点距离$l'$相应点，有相同的曲率、转角和渐伸线长度。

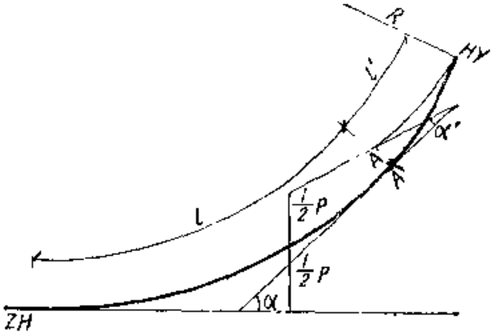


图 1—4

论证如下：

缓和曲线上$A$点距$HY$点距离为$l'$，其在圆曲线上相应点为$A'$，$l+l'=l_0$（缓和曲线全长），

$A'$和$A$点曲率差：

$$\Delta K=K'-K=\frac{1}{R}-\frac{l}{c}=\frac{l_0-l}{c}=\frac{l'}{c}$$

根据第一节所述缓和曲线渐伸线长度可得：

$A$和$A'$点切线夹角 $\alpha'=\frac{l'^2}{2c}$；

$A$点对$A'$点渐伸线长度 $\omega'=\frac{l'^3}{6c}$；

当$l=l'$时，则 $\omega=\omega'=\frac{1}{2}P$

由此可得在缓和曲线中点处，内移距和缓和曲线相互平分的结论。

在缓和曲线范围内增加的拨距：

$$ZH \sim ZY \qquad P - \frac{l^3}{6c}$$

$$ZY \sim HY \qquad P_i = P_1 - \frac{(l_0 - l)^3}{6c}$$

（一）偏角和渐伸线长度的关系

由于偏角$\beta$一般在测量学中均有推导，故从略，现将渐伸线长度$\omega$推求如下：

1． 置镜于圆曲线上任一点观测圆曲线上另一任意点

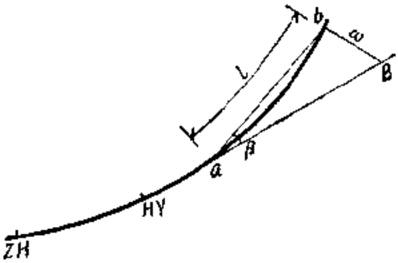


图 1－5

$$\omega = \beta \cdot l = \frac{l}{2R} \cdot l$$

$$\therefore \qquad \omega - \frac{l^2}{2R} \qquad （1－5）$$

$\frac{1}{2R}$为曲度系数

$\frac{l}{2R}$为该角的弧度值

2． 置镜于缓和曲线上任一点，观测缓和曲线上另一点

图 1－6 中：

$\omega_b$—— $b$ 点对于 $a$ 点切线的渐伸线长度；

$\omega_a$—— $a$ 点对于 $b$ 点切线的渐伸线长度；

偏角$\beta_a$和$\beta_b$见图

分两种情况：

（1） 向前观测

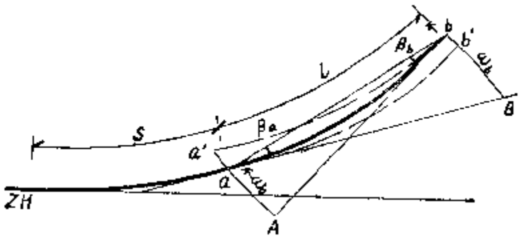


图 1—6

$$\omega_b = \frac{l^2}{2R_a} + \frac{l^3}{6c}$$

以$\frac{1}{R_a} = \frac{s}{c}$代入并简化得：

$$\omega_b = (3sl^2 + l^3) \cdot \frac{1}{6c}。 \qquad (1—6)$$

（2）向后观测

$$\omega_a = \frac{l^2}{2R_b} - \frac{l^3}{6c}$$

以$\frac{1}{R_b} = \frac{l+s}{c}$代入并简化得：

$$\omega_a = (3sl^2 + 2l^3) \cdot \frac{1}{6c} \qquad (1—7)$$

3．置镜于$ZH$点观测缓和曲线上任一点，就是图1—6向前观测时 $s=0$，则

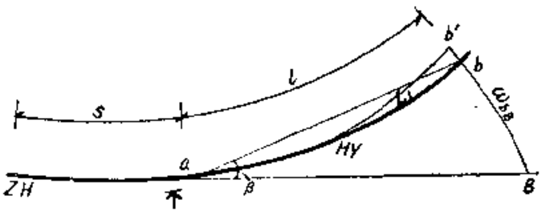


图 1—7

$$\omega=\frac{l^3}{6c} \qquad (1-8)$$

4. 置镜于缓和曲线上任一点，观测圆曲线上任一点：从$HY$延伸缓和曲线至$b'$，$\widehat{HYb}=\widehat{HYb'}$、令$\widehat{HYb'}$为$L_1$，则

$$\omega_{bB}=\omega_{b'bB}-\omega_{b'b}=(3sl^2+l^3)\cdot\frac{1}{6c}-\frac{L_1^3}{6c}$$

$$=(3sl^2+l^3-L_1^3)\cdot\frac{1}{6c}。\qquad (1-9)$$

5. 置镜于$ZH$点观测圆曲线上任一点

即图1—7中当$s=0$时，则

$$\omega=(l^3-L_1^3)\cdot\frac{1}{6c}。\qquad (1-10)$$

6. 置镜于圆曲线上任一点观测缓和曲线上任一点

从$HY$延伸圆曲线至$b'$、$\widehat{HYb}=\widehat{HYb'}$、令$\widehat{HYb'}$为$L_1$，则：

$$\omega_{bB}=\omega_{b'bB}-\omega_{b'b}=\frac{l^2}{2R}-\frac{L_1^3}{6c}$$

$$=(3l_0l^2-L_1^3)\cdot\frac{1}{6c}。\qquad (1-11)$$

7. 置镜于圆曲线上任一点观测$ZH$点

即图1—8中当$L_1=l_0$时，则

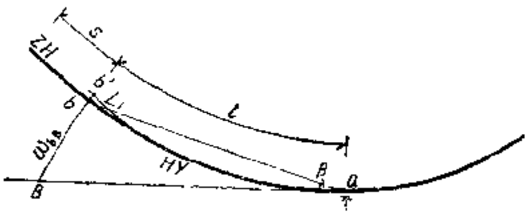


图 1—8

$$\omega=(3l_0l^2-l_0^3)\cdot\frac{1}{6c}。\qquad(1—12)$$

8. 置镜于缓和曲线上任一点观测他端缓和曲线上任一点：

从$HY$引伸缓和曲线至$b'$、$\widehat{HYb}=\widehat{HYb'}$、令$\widehat{HYb'}$为$L_1$。

从$YH$引伸圆曲线至$b''$、$\widehat{YHb}=\widehat{YHb''}$、令$\widehat{YHb''}$为$L_2$，则

$$\begin{aligned}\omega_{bB}&=\omega_{b'b''bB}-\omega_{b'b''}-\omega_{b''b}\\&=(3sl^2+l^3)\cdot\frac{1}{6c}-\frac{L_1^3}{6c}-\frac{L_2^3}{6c}\\&=(3sl^2+l^3-L_1^3-L_2^3)\cdot\frac{1}{6c}\qquad(1—13)\end{aligned}$$

9. 置镜于$ZH$点观测他端缓和曲线上任一点

图1—9中当$s=0$，即$L_1=l-l_0$时，则

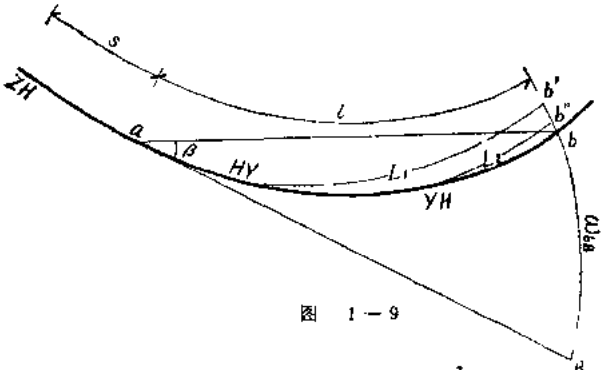


图 1—9

$$\omega=(l^3-L_1^3-L_2^3)\cdot\frac{1}{6c}。\qquad(1—14)$$

在各种组合下，曲线上某点对另一点切线的渐伸线长度$\omega$，等于切线偏角$\beta$（切线和该两点连线夹角）、同该两点间曲线长$l$的乘积。

现将$\omega=\beta\cdot l$表列于次：

至于表中的偏角$\beta$，参见示意图。

由于$\omega=\beta\cdot l$的关系，不难证明在各种组合情况下，曲线上两点至第三点切线渐伸线长度之差，等于该两点连线与该切线夹角和该两点曲线长的乘积。

如图1—10所示：

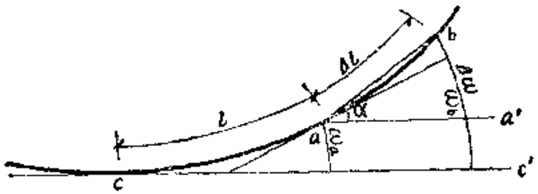


图 1—10

$$\Delta\omega=\omega_b-\omega_a=\alpha\cdot\Delta L \qquad (1-15)$$

## 二、复 曲 线

复曲线在各种组合情况下，同单曲线一样，曲线上某点对另一点切线渐伸线，同样为曲线偏角和该两点曲线长$l$的乘积。

在各种情况下，复曲线偏角和渐伸线的关系：

设首尾缓和曲线长度分别为$l_1$和$l_2$，中间缓和曲线长度为$l_n$：

当$R_1>R_2$时：

$$l_2R_2=c_2=l_n\frac{R_1R_2}{R_1-R_2}$$

令 $l_2-l_n=l'$则

$$l_2R_2=c_2=l'R_1$$

当$R_1<R_2$时：

$$l_1R_1=c_1=l_n\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$$