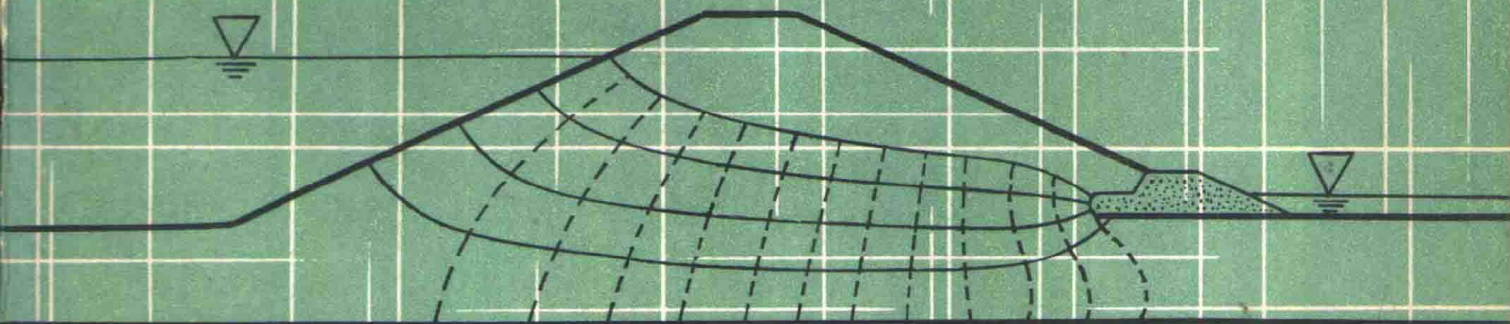


电模拟试验 与渗流研究

毛昶熙



水利出版社

电模拟试验与渗流研究

毛昶熙

水利出版社

内 容 简 介

本书分两篇，第一篇包括前六章，介绍水工渗流的电模拟试验原理和方法以及结合工程问题的主要研究成果，重点叙述了电解质模型、电网络模型(由二向平面模型到三向空间模型)和稳定渗流试验及非稳定渗流试验；第二篇包括后两章，介绍渗流基本知识和试验资料在渗流稳定和渗流控制方面的具体应用及其分析，介绍利用系统的试验资料寻求规律性或经验公式的方法和分析过程，并对若干工程实际问题提供了简便的计算公式。

本书可供从事水工渗流、水文地质、地下水资源开发利用、农田排灌地下水、矿床地下水疏干、石油开采、温度场等方面的科技人员使用参考，也可供从事水工设计、教学和渗流研究人员使用参考，还可供各专业试验研究人员分析观测资料的参阅。

电模拟试验与渗流研究

毛 昶 熙

*

水利出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 26印张 592千字

1981年5月第一版 1981年5月北京第一次印刷

印数 0001—2200册 定价 3.20元

书号 15047·4123

序

电模拟试验是研究渗流问题的一种重要手段。一般水工、土工建筑物及其地基的渗流，农田灌溉排水引起的地下水运动、土壤改良、水文地质勘探、地下水贮量估算和开发利用、矿床地下水疏干以及石油开采等，都与渗流有着紧密关系。建国以来水利水电建设蓬勃发展，兴建的水库数以万计，闸坝工程星罗棋布。这些工程的规划和运用管理，对渗流控制的要求尤为迫切；其中大型工程多通过电模拟试验研究解决生产上提出的渗流问题。

本书初稿是应出版社之约于1966年写成的，后因十年动乱未能付印出版。粉碎“四人帮”后，科学的春天来到了，笔者对原书稿重新作了全面的修改和补充，并引进一些近年来世界先进国家在这方面的研究经验。希望本书出版问世后，能在有关的科学领域中起到一定参考作用。

全书分两篇，共有八章。第一篇包括前六章，主要叙述和介绍电模拟试验的方法原理和结合工程问题的一些主要研究成果，以及由一般的二向平面模型到三向空间模型和网络模型。第二篇包括后两章，主要叙述如何应用电模拟试验资料的一些具体问题和分析方法，以及针对几个课题从比较系统的资料中寻求经验公式的分析过程。因此，本书的内容不仅是对电模拟试验发展的总结，也反映了建国三十年来原南京水利实验处和南京水利科学研究所地下水渗流方面的试验研究概况。书中所举实例，一方面说明电模拟试验的方法，同时，为了提供类似工程参考，也扼要介绍了渗流控制较好方案的试验成果。

由于编写时间断续分散，编写内容受水平限制，且有些课题还有待继续研究，因此，错误或不当之处必然不少，切盼读者提出批评指正。

本书在编写过程中，曾得到南京水利科学研究所有关领导的支持和水工室渗流组及绘图组同志的协助，在此深表感谢。

毛 昶 熙

1980年10月

ABE54/06 03

目 录

序

第一篇 电模拟试验及测验结果

第一章 电模拟的发展概况和基本原理	1
§ 1-1 模拟相似与电模拟试验的发展概况	1
§ 1-2 电模拟试验的优点	3
§ 1-3 电模拟的基本概念	3
§ 1-4 研究渗流问题的电模拟试验	4
§ 1-5 渗流与电流的基本量对比方法	4
§ 1-6 水电比拟与拉普拉斯方程式	6
§ 1-7 电模型的装置条件	9
第二章 电模型材料	13
§ 2-1 电模型导电材料的种类与要求	13
§ 2-2 电解液及其优缺点	13
§ 2-3 电解液的误差及其防止	15
§ 2-4 固体导电材料	19
§ 2-5 导电纸	19
§ 2-6 导电胶体	21
§ 2-7 模型边界材料	21
第三章 测验装置与仪器设备	24
§ 3-1 测验的基本原理与装置	24
§ 3-2 控制模型边界条件的装置	26
§ 3-3 模型电阻与电压电流的测定	28
§ 3-4 模型电阻系数或电阻参数的测定	30
§ 3-5 模型电场强度的测定	32
§ 3-6 几种典型的测验装置线路图	34
§ 3-7 测验仪器分类	39
§ 3-8 试验设备简介	39
§ 3-9 测针尖与模型水槽边壁的影响问题	41
第四章 二向电模拟试验	43
§ 4-1 二向电模型的规划设计	43
§ 4-2 闸坝透水地基的有压渗流试验	45
§ 4-3 土坝无压渗流试验与浸润线的测定方法	49
§ 4-4 护坡岸堤渗流试验	51

§ 4-5	不同土层的模型布置与试验	54
§ 4-6	各向异性土的模型布置与试验	57
§ 4-7	非饱和区渗漏的模型布置与试验	61
§ 4-8	渗流量的测定方法	62
§ 4-9	测定流线的反转装置与试验方法	65
§ 4-10	水位骤降时的土坝渗流试验	69
§ 4-11	水位缓降时土坝不稳定渗流试验	72
§ 4-12	轴对称渗流的井孔抽水及注水试验(求渗透系数)	74
§ 4-13	明沟排水降低农田地下水位试验	78
§ 4-14	暗管排水降低农田地下水位试验(考虑毛管水层)	84
§ 4-15	截流沟拦截和降低地下水位试验(考虑毛管水层)	87
§ 4-16	水平面渗流电模拟试验	88
第五章	三向电模拟试验	94
§ 5-1	三向电模型的材料及制模与测验方法	94
§ 5-2	闸基和土坝的均质三向渗流试验	97
§ 5-3	分割模型法与土坝接头试验	109
§ 5-4	土坝和坝基不同透水性分割模型试验	115
§ 5-5	闸基不同透水性分割模型试验	126
§ 5-6	模拟灌浆帷幕和弱透水层的穿孔板	128
§ 5-7	模型边界面及分割面上的小极片布局问题	130
§ 5-8	不规则倾斜不透水层的模拟方法	133
§ 5-9	冒水孔及减压井的试验	136
§ 5-10	井点降低地下水位试验	141
§ 5-11	井孔涌水量试验与井径变态模型	147
§ 5-12	缓变渗流的简化三向模型试验	151
§ 5-13	缓变渗流的变态三向模型试验	155
第六章	电网络模型	159
§ 6-1	模拟计算机和电网络模拟概况	159
§ 6-2	稳定渗流电阻网的基本原理(拉普拉斯方程式)	160
§ 6-3	电阻网上的模型边界电阻	165
§ 6-4	均质模型的一般布置	169
§ 6-5	不同土层的模型布置	172
§ 6-6	网眼大小变化的过渡布置	177
§ 6-7	矩形网眼及其过渡布置	180
§ 6-8	各向异性场的网眼布置	182
§ 6-9	轴对称渗流的电阻网布置	184
§ 6-10	奇异点和井的挂电阻等模拟方法	187
§ 6-11	河流渠道的挂电阻模拟方法	197
§ 6-12	三向电阻网模型布置	200
§ 6-13	边界条件布置与测验换算方法	206

§ 6-14	稳定渗流场内有源补给的电阻网模型 (波松方程式)	211
§ 6-15	稳定渗流电阻网求解自由面变动的试验方法	213
§ 6-16	非稳定渗流电阻网的基本原理 (扩散方程式)	216
§ 6-17	非稳定渗流电阻网的测验方法和试验实例	220
§ 6-18	非稳定渗流的电阻电容网络 (扩散方程式)	226
§ 6-19	电阻网的精度问题	231

第二篇 渗流分析及成果应用

第七章	渗流、流网与渗流稳定性	235
§ 7-1	达西定律与土的渗透性	235
§ 7-2	渗流基本方程式与贮存系数和给水度	241
§ 7-3	组成流网的势函数和流函数	248
§ 7-4	流网的性质和应用	251
§ 7-5	轴对称流网	254
§ 7-6	非均质和各向异性渗流场	255
§ 7-7	闸坝基底浮托力及护坦厚度的计算	262
§ 7-8	水在土中渗流的作用力	267
§ 7-9	孔隙水压力与有效应力	272
§ 7-10	向上渗流的出口临界坡降及其防护	278
§ 7-11	闸坝地下轮廓线的渗径长度和合理布局	282
§ 7-12	坡面出渗的破坏分析及其防护	293
§ 7-13	堤坝的破坏与渗流稳定性	299
§ 7-14	渗流作用下的滑坡稳定分析	302
§ 7-15	堤坝破坏的滑动面位置与复合滑动面	312
§ 7-16	滑坡计算中的危险水力条件及其措施	316
§ 7-17	管涌	325
§ 7-18	滤层	332
§ 7-19	渗流控制的基本内容与原则	340
第八章	试验资料的分析及经验公式的取得	343
§ 8-1	资料分析与试求经验公式的通则	343
§ 8-2	经验公式的类型与校正为直线的方法	345
§ 8-3	特殊曲线的方程式求法 (给水度的经验公式)	351
§ 8-4	三个变量以上的经验公式求法 (穿孔板模拟渗透系数的经验公式)	356
§ 8-5	承压不完全单井流量的试验资料分析	358
§ 8-6	一排减压井的排水减压效能分析	363
§ 8-7	冒水孔减压效能的试验资料分析	371
§ 8-8	排渗沟的排水减压试验资料分析	376
§ 8-9	河网地区明沟排水降低地下水位的试验资料分析	384
§ 8-10	闸坝两端三向绕渗影响的试验资料分析	392
主要参考文献		400

第一篇 电模拟试验及测验结果

第一章 电模拟的发展概况和基本原理

§ 1-1 模拟相似与电模拟试验的发展概况

人们进行科学实验，先是从对天然的具体现象作直接观察开始的。后来发展到利用现象本身的或物理性质相同的模型，根据相似原理进行试验。这种模型试验的研究方法，比依赖天然原型观测提高了一步，人们可更主动地将原型缩小和将过程的周期缩短，可将过程中为人们所关心的选定因素孤立和抽取出来，由人们控制和安排，以便于观察比较和易于发现因果关系。但是，一般说来这种相同材料的模型，其制造工作量和用费都较大，且复杂、费时，有时测量困难，甚至对某些物理现象的过程很难掌握，以致歪曲了被研究的现象。为了克服这些缺点，人们又进一步研究出了模拟的方法。所谓模拟方法，就是不利用现象本身的相似性，而是用类似的其他物理现象来重演所要研究的现象。换句话说，就是利用那些相同数学微分方程式所表示的物理现象来互相模拟。很自然，应该选用最轻便的、廉价的、简单而精确的工具来作比拟。人们发现用电器作比拟是最合适不过的了。这就是所谓发展得很快的电模拟试验，或称电拟法。实践表明，只要能根据相似原理把任何其他物理或技术问题和电学问题联系起来，这些问题就能比较容易地得到解答。

能用模型来研究的其他物理领域是很多的，例如：电与力学和机械系统间的对比，电与热学的对比，电与水力学的对比，电与声学以及其它一系列现象的对比等。其中电流与水流或与热流之间的物理现象有着明显的相似性，这比较容易理解。至于说电与结构应力或地基应力以及机械振动间的相似比拟，从表面上看似乎很难理解它们之间会有什么共同点。如果只从它们的数学表达式来看而不加文字说明时，就不可能辨别出到底要解决哪一个问题，因为那些现象的数学表达式是完全相同的。同时我们知道，只要现象是用数学方程式描述的，那就是最普遍的自然规律。因此，在数学类似的原则下，也就允许我们在电模型上用试验方法求出方程的解答。

电模拟试验应用较早的是电与水的对比，即用电流模拟地下水运动以研究渗流问题，我们称之为水电比拟。提到水电比拟法，就不能不想到苏联科学院院士巴甫洛夫斯基(Н. Н. Павловский)在1918年所证明和奠定的这一理论基础，并创用了水电比拟试验；在1920~1921年应用它研究地基和土堤渗流的安全问题，并于1922年正式发表。此后又经过10年左右的时间得到普遍重视和迅速推广。几十年来，苏联的许多重要水工建筑物几乎没有不用电模拟试验来进行研究的。

电模拟试验在水力学问题中的应用比较普遍，发展也较快，现在除了用于研究地下水

运动的渗流问题外，已逐渐推广用来研究地表水运动的问题。例如：河网及水管网的流量分配问题，水轮机的叶片形式问题，波浪问题，悬浮泥沙的扩散问题，溢洪道进口曲线型式问题以及结合磁场研究的环流问题等；还有与本学科密切相关的流体动力学问题，地震引起的动水压力问题，石油开发问题等，自然也把电模拟试验作为有力的研究工具。至于其他学科，如热的传导、地震力的传播、扩散理论和弹性理论等，也都成功地引用了电模拟试验。

电模拟试验技术的发展，已由解决单一介质中的流动问题推广到解决多层介质中的流动问题；已由解决均一介质问题推广到解决各向异性介质中的问题；已由解决二向或平面问题推广到解决三向或空间的问题；已由解决恒定流动的稳定流问题推广到解决随时间变化的不稳定流问题。在试验装置方面，已由一般的电解液、导电纸等连续介质模型发展到电阻网和各种电器元件组成的电网络模型。

既然现象能用方程式或方程组来描述，且现象间的对比也是按照方程式建立起来的，那我们就可以方程式作为研究现象的数学模型，进一步制成适合于数学物理基本方程式的通用电模型。这些模型是以描述现象过程的微分方程式的种类来标志的，例如求解拉普拉斯方程，波松方程，扩散方程，波动方程等的电模型。现在，所有用线性微分方程描述的物理现象都可用电模型解答。由于这些电模型能对微分方程求积分，因此可以归入计算机一类，有时称它为电力积分仪，电力解析仪或电力（动）数学机器等。这种模拟的计算机与本书未加讨论的更精确的数字计算机相比，有计算简便、直接迅速、用费省与使用容易等优点；因此，当一般工程问题的精度允许有1%的误差时可采用模拟计算。在第二次世界大战后，电模拟计算仪器和电动数字计算仪器这两类计算机开始得到了迅速的发展（参看§6-1）。

电模拟试验的应用和发展，尤其在水电比拟方面，苏联的科学家们作了大量的研究工作。例如阿拉文（В.И.Аравин），德鲁任宁（Н.И.Дружинин），古金马赫（Л.И.Гутенмахер），谢斯塔可夫（В.М.Шестаков）等人分别在电模拟试验的模拟理论及试验方法，造型技术，模型材料，仪器设备等方面不断加以研究和改进，使电模拟试验得到了进一步发展。在英美和西欧国家，正式开展电模拟试验的研究是在本世纪三十年代。比较著名的学者有马拉瓦（L.Malavard），魏可夫（R.D.Wyckoff），莫斯卡特（M.Muskat），齐尔兹（E.C.Childs），马尔（P.H.Marre），卡普拉斯（W.J.Karplus），李普曼（G.Liebmann），雷德夏（S.C.Redshaw），路希顿（K.R.Rushton）等。

在我国，电模拟试验直到解放后才正式在南京水利实验处（即今南京水利科学研究所）开始试验研究。三十年来，电模拟试验在我国已得到了普遍的应用和推广。迄今，各大型水利工程的渗流问题，大区的地下水运动、农田排水等问题差不多都是借助电模拟试验来进行研究的。

注 §1-1的参考文献为：中[8, 13]，俄[4]，英[21, 48, 53]，日[2]。

§ 1-2 电模拟试验的优点

电模拟法比较其它模拟方法具有更大的优越性。例如在研究渗流时若采用砂模型这种水力模型,不但工作量大,且砂模内部的情况也很难精确测定。又如采用粘性液体模型作层流模拟,不仅为控制其粘度不变需要很多的设备,而且当模型的边界条件稍一复杂就会使制模困难或者测验精度不易提高。当然我们也不能否定那些试验方法在研究某些问题时仍有它们的特长。电模拟试验的优点概括起来大致有以下几点:

- 1) 装置简单,利用电学仪器进行测量比较方便。
- 2) 迅速准确,试验技术容易掌握。
- 3) 可以制造适宜于我们观测操作的大小适中的模型,而不致损伤模拟的相似性。
- 4) 应用范围广,可以模拟和解决很多问题。

§ 1-3 电模拟的基本概念

在讨论数学方程式的对比相似以前,我们先就物理含义说明互相模拟的统一性,这就是最基本的能量守恒原理和连续性原理。一般说来,能量守恒的原理包含着连续性原理,而连续性原理也含蓄着能量守恒原理。兹以连续性最简单的形式来说明,如关于描述电流场的克希贺夫(Kirchhoff)定律 $\sum I = 0$,表明了电流进入某一结点的代数 和等于零,即电荷既没有失掉也没有得到的守恒原则。同样,在流体力学中,不可压缩流体运动的流量连续性表现为 $\sum Q = 0$; 在静力学中,作用在某一点上的力表现为 $\sum F = 0$; 在动力学中,以牛顿定律表现为 $\sum F - ma = 0$ 等。这里可以看出,它们都是相似的,因此是完全能用电场来对比模拟的。在很多物理学问题中的模拟相似,都是根据克希贺夫定律建立起来的数学方程和根据牛顿定律建立起来的数学方程作对比关系的。

能量守恒原理的模拟相似,严格说来应包括势能、动能、损失能的交换,如果在研究段或区域内有能源的激发或吸收时,也应予以计入。这可由牛顿定律引导的普遍能量方程式并参考流体动力学来解决。在物理概念上,可与电能相对比,如:电容相当于势能,电感相当于动能,电阻相当于能量损失。电容和电感都是贮藏能量的,只是形式不同(电感是磁场能量的形式,而电容是电场能量的形式);任何导电体都具有电阻、电感和相对它周围的其它物体的电容。电容、电感和电阻是组成电网模型中的三个基本无源元件。

在电模型中,其变量是电压和电流,它们均为场的位置和时间的函数。而与电压和电流相联系着的电容、电感或电阻称为参数,组成电场的模型区域。在很多工程问题的模拟相似中,就是研究电压,电流和这些参数。电压和电流均可沿边界补给能源作为研究场的发生原因,若电压为激发原因,则参数就决定了电流的效果,反之亦然。至于构造电场模型区域的参数的选择,也可以依照它所代表能量的类型而定。例如在流体力学中,电阻可

注 § 1-2的参考文献为:中[6],英[37]。

与粘滞阻力相对比, 电感与惯性力相对比(渗流中是不计的), 电容与压缩性相对比; 作为变量待定的电压和电流则依次与流速势和流量相对比。与电压对比的量为无尺度的标量, 而与电流对比的量则为向量。在许多场合, 研究的基本任务就是确定这些标量场和向量场。

当在研究区域的内部存在有能源时, 或者对于能量由一种形式转换为另一种形式的过程, 可以用变压器和电子放大器复制电模型。因为变压器是无源四端网络的能量转换者, 电子放大器为有源四端网络的能量调节者。它们与无源二端网络的电阻、电容和电感合称为电模型的五大元件。不过这些电器元件都是用于较复杂的电网络模型。本书内容只限于有关渗流方面的电模型(包括一般连续导体模型和电网络模型)。

§ 1-4 研究渗流问题的电模拟试验

在渗流问题中, 如闸坝等水工建筑物的透水地基, 土坝、岸堤本身的渗流, 向水井或施工基坑流动的地下水运动; 在大面积农田排水灌溉影响下的地下水问题等, 均可借助电模拟试验确定它们的流场, 据以进一步研究分析水工建筑物的安全或区域的水文地质条件。至于石油开采, 如确定油井的布局, 石油开采量, 油田边界的驱动, 油井的互相干扰等, 同样可以用电模拟试验来求得解答。总之, 凡是能符合达西定律的渗流, 不管是单一的或多种的流体在各种多孔介质中流动, 一般均可应用此法研究。

电模拟试验对比现象的测定多半是采用无尺度的相对比值, 而不是用物理量的绝对值。换句话说, 在装置模型或进行测验时, 必须脱离开模拟对比现象的特性, 由名数转变为抽象的无名数, 待测得结果以后再重新转变为名数。例如在研究稳定渗流的一套水电比拟关系中, 水头对比于电压, 我们就把最高的水头或电压作为1或100%, 最低的作为零。根据电模型中测得的相对百分数再转换为水头的绝对数值。因此, 电模拟试验的目的, 对于稳定流来说, 一般在平面渗流问题中即测定等电位线或等势线, 也就是等水头线, 然后绘制流网。在空间渗流问题中则为测定等势面或等水头面。若为无压渗流, 当然还要利用测定这种相对电位的比值关系先确定自由水面的边界(浸润线或浸润面)。有了等值线或流网就确定了渗流区域的流场, 场内的各项因素即可求得, 如浮托力、孔隙水压力、渗流速度、渗流坡降、渗流量等, 并可进一步分析管涌现象、流沙现象、坍塌现象等工程的安全问题。应当说明, 在试验过程中, 必要时也可直接测定渗流量或其他相比拟的量。

§ 1-5 渗流与电流的基本量对比方法

利用数学方程形式的相似建立现象间的对比模拟关系是比较可靠的, 也就是我们作为根据的数学模型。兹以渗流中最基本的达西(Darcy)定律和电学中的欧姆(Ohm)定律

注 § 1-3的参考文献为: 中[13], 英[37], 俄[3]。

注 § 1-4的参考文献为: 中[3], 俄[6, 19]。

为例说明如下

$$\text{达西定律} \quad v = -k \frac{\partial h}{\partial s} \quad (1-5-1)$$

$$\text{欧姆定律} \quad i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial s'} \quad (1-5-2)$$

式中的负号表示流动方向是沿着水头或电位的降低方向。比较以上二式可发现，渗流各物理量间的关系与电学各量间的关系是相同的，它们之间的对比量为：渗流速度与电流密度，水头与电位，渗透系数与电导系数（电阻系数的倒数），沿流向的长度 s 也是对应的。因此，按照一定的比例关系将电模型中测得的各量换算成天然的各个量就是电模拟试验的目的。按一般水工模型试验的习惯，以天然与电模型各量的比值定为模型比尺，用符号表示为：

$$\lambda = \frac{s}{s'}, \quad \lambda_k = \frac{k}{1/\rho}, \quad \lambda_h = \frac{h}{u}, \quad \lambda_v = \frac{v}{i} \quad (1-5-3)$$

代入式 (1-5-2) 得

$$v = - \left[\frac{\lambda \lambda_v}{\lambda_k \lambda_h} \right] k \frac{\partial h}{\partial s} \quad (1-5-4)$$

式中括号内的无尺度纯数组合可以称为模拟相似的一个判据或准数。很明显，欲使式 (1-5-4) 和式 (1-5-1) 相等，就必须

$$\frac{\lambda \lambda_v}{\lambda_k \lambda_h} = 1 \quad (1-5-5)$$

这就是确定现象间模拟相似关系，选择对比量间比尺的准则。也可直接由式 (1-5-1) 和式 (1-5-2) 相比得出式 (1-5-5) 的各量比尺间的关系，且更为简单。

不难理解，这一模拟相似判据或准数等于 1 的必要条件，正如在水工模型相似律中模型与原型的佛劳德数比值或雷诺数比值等于 1 的条件一样。

由式 (1-5-5) 可知，在确定模型电阻参数以后，只能再选取电压或电流密度，这两比例常数中的一个，一旦选定，另一个比例常数也就被固定了。这就如设计水工模型一样，当确定水体为模型流体后只能选取一个长度比尺，而其余的比尺关系也就随之被固定了，不能再任选其他量的比尺了。

这里所说的电流密度 i 系指通过导体单位截面积的电流，它与所述的通过多孔介质单位截面积的流量（即速度 v ）正好相应。通过电模型某一截面的电流 I 等于电流密度乘截面积（ $i\omega$ ），这与渗流场通过某一截面的渗流量 Q 相应。设这个比尺为：

$$\lambda_Q = \frac{Q}{I} \quad (1-5-6)$$

也可直接由比尺间的关系来确定流量比尺与其它比尺间的关系，因为

$$\lambda_Q = \lambda^2 \lambda_v$$

代入式 (1-5-5) 则得

$$\lambda_Q = \lambda \lambda_k \lambda_h \quad (1-5-7)$$

上式为电模拟试验选取水电比拟量所必须遵循的比尺关系，它比式(1-5-5)更为常用。

若将上式中的比尺关系代换原来的量，即 $\frac{Q}{I} = \frac{\lambda \rho k h}{u}$ ，当用上下游水位差 H （总水头）和总电压 U 代换任意测点的水头 h 和电位 u 时，则得一般的渗流量公式

$$Q = \frac{\lambda \rho k H I}{U} = \frac{\lambda \rho k H}{R} \quad (1-5-8)$$

式中的 R 为上下游二极板间的模型电阻。计算时必须注意各量的单位一致。

其实，式(1-5-8)和式(1-5-7)是完全相同的，都包含四个比尺关系，因此选定各物理量间的比尺关系具有相同的含义。只要选定了比值 h/u 和 $k/\frac{1}{\rho}$ 就确定了 Q/I （或算出 Q ）；但是，有时需要从已知的 Q 来确定 h 或 k 。

上述二定律间的模拟相似是最基本的对比关系，它贯串着全部渗流问题的电模拟试验研究。

§ 1-6 水电比拟与拉普拉斯方程式

模拟相似的前提是：必须知道所研究问题中描述现象的微分方程式以及在电模型中描述这些现象的微分方程式，据此确定模拟相似判据或准数，并以此作为决定模型参数、设计电模型和进行试验的原则。我们知道，许多物理过程是用偏微分方程式描述的，现在来研究一个最基本的方程——拉普拉斯方程，它是拉普拉斯(P.S.Laplace)在1782年给出的，这个方程是描述场的稳态现象的，在物理学的不同领域中应用十分普遍。

电场中的拉普拉斯方程式，兹证明如下。

根据欧姆定律，电流密度 i 在坐标轴 x, y, z 上的投影为：

$$i_x = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x}, \quad i_y = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad i_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1-6-1)$$

式中 u 为电位势（或电压）， ρ 为电阻系数， $\frac{1}{\rho}$ 称为电导系数。将上式代入克希贺夫电流连续性定律的微分方程式

$$\frac{\partial i_x}{\partial x} + \frac{\partial i_y}{\partial y} + \frac{\partial i_z}{\partial z} = 0 \quad (1-6-2)$$

则得拉普拉斯方程式：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (1-6-3)$$

式中 x, y, z 代表电模型上各点的坐标； $u(x, y, z)$ 为这些点的电位，是电场的待定函数。若不考虑是几度空间（一向、二向或三向），可用一个拉普拉斯运算符号 ∇^2 表示为

$$\nabla^2 u = 0 \quad (1-6-4)$$

现在讨论渗流场。表示渗流速度向量 v 的达西定律为

注 § 1-5的参考文献为：中[12]，俄[6, 11]，英[37]，法[1]。

$$v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v_y = -k \frac{\partial h}{\partial y}, \quad v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} \quad (1-6-5)$$

式中 h 为水头, k 为渗透系数。将上式代入不可压缩流体的连续性微分方程式

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1-6-6)$$

则得水头函数的拉普拉斯方程式

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (1-6-7)$$

因测压管水头或势能水头 h 与压力水头 p/γ 及位置高程的关系为

$$h = \frac{p}{\gamma} + z \quad (1-6-8)$$

故代入式 (1-6-7) 可得函数为压力 p 的拉普拉斯方程式

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (1-6-9)$$

如果不考虑是几度空间, 可以写成一般形式

$$\nabla^2 h = 0 \quad (1-6-10)$$

及

$$\nabla^2 p = 0 \quad (1-6-11)$$

从式 (1-6-3) 与式 (1-6-7) 或 (1-6-9) 作比较可知, 当它们场的几何形状和边界条件相似时, 其电位或电压分布也将与渗流水头或压力的分布相同。

拉普拉斯方程式所描述的相似现象并不限于任何相似判据。例如, 我们假设水头和电位间模拟相似的比尺为 λ_h , 并进一步考虑电模型有一定的缩尺, 且设渗流场与电场间的坐标比例常数 (或几何比尺) 为 λ , 则方程式 (1-6-3) 与 (1-6-7) 间对比量的关系为

$$h = \lambda_h u, \quad x = \lambda x', \quad y = \lambda y', \quad z = \lambda z' \quad (1-6-12)$$

式中坐标 x' , y' , z' 暂且是代表电模型的。将上列各量代入式 (1-6-3) 则得

$$\left[\frac{\lambda^2}{\lambda_h} \right] \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (1-6-13)$$

式中方括号中的模拟相似判据, 可用它同除两端而消去, 结果完全与式 (1-6-7) 相同, 因此这项判据或准数可为任意值。也就是说电压和几何比尺均可随意选择而不受限制。这正如在水工模型试验中只考虑惯性力相似的牛顿普遍相似律一样。这种不受相似判据的限制, 说明只要遵守几何上的形状相似, 就可使拉普拉斯方程式所描述的现象自然彼此相似, 故有时称之为自动的模拟相似。在具体工作中, 我们习惯上只测定电位或电压的相对比值或百分数, 并直接认为这就是渗流场的水头百分数。

在物理学中所研究的那些重要向量场的势能或位势都是适合拉普拉斯方程式的调和函数, 而任何一个调和函数也都能代表一个向量场的势能。因此在一般情况下, 调和函数通常称为位势函数。拉普拉斯方程式的普遍形式常写为

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (1-6-14)$$

在流体力学中, 拉普拉斯方程式中的调和函数 φ 称为流速势, 并定义为

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -v_x, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -v_y, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = v_z \quad (1-6-15)$$

由式(1-6-5)可知,在渗流场中的流速势为

$$\varphi = kh \quad (1-6-16)$$

这里 $h = \frac{p}{\gamma} + z$, 对于水平面承压流动, z 项即被消掉, 上式可变为 $\varphi = k\left(\frac{p}{\gamma}\right)$ 。

现在我们讨论拉普拉斯方程式的边界条件。依照式中的唯一变数的位势函数, 在边界上应标定电位(势)或电压的激发能源。因此可把边界条件分为两类。

第一类为狄里希来(Dirichlet)问题, 就是在边界上给出位势函数的分布, 即标定电位为

$$u = f_1(x, y, z) \quad (1-6-17)$$

例如在渗流区域中的浸润面与自由渗出面等边界上, 电位只需与一个垂直坐标 z 成直线比例的简单关系, 上式便变为特殊情况

$$u = Az \quad (1-6-18)$$

式中 A 为一比例常数。在另一些渗流边界上, 如在同一势能水头下的渗入面和渗出面, 标定电位只需为一常数 C_1 , 即为一等势面, 则上式又变为特殊情况

$$u = C_1 \quad (1-6-19)$$

第二类边界条件为诺依曼(Neumann)问题, 就是在边界上给出位势函数的法向导数, 即

$$\frac{\partial u}{\partial n} = f_2(x, y, z) \quad (1-6-20)$$

因电压坡降与电流密度成正比, 或

$$i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial n} \quad (1-6-21)$$

故第二类边界条件的实现, 实际上需要标定电流。我们可以沿边界分成许多小段, 各接上小极片并再串连电阻以控制电流的输入。如研究渗流区域某一边界有流量补给的情况(地面降雨的下渗问题), 就需要布置这一类边界条件。

同样, 标定电压坡降或电流也可为一常数, 则上式便变为特殊情况

$$\frac{\partial u}{\partial n} = C_2 \quad (1-6-22)$$

若常数 $C_2 = 0$, 就是电模型的绝缘边界, 相当于渗流区域的不透水层面。

若根据电场的激发能源来考虑, 也可把条件分为标定电压, 标定电流以及没有能源(即 $C_1 = 0$, $C_2 = 0$) 这样三种边界类型; 此外还可能有混合边界条件的类型(参看 § 3-2)。

在实际问题中, 边界条件和几何形状有时是很复杂的, 往往不可能用数学式表示出来, 这时最好用作图法表示比较方便。

在模型区域内, 同样也常用图示表明电场的分布, 如用等值线图示。显然, 电模型中的等电势线与渗流场中的势能等值线(等水头线或等势线)是完全对应的。这些等值线的测定也是一般电模拟试验的主要目的。图 1-6-1 所示即为根据二向平面问题渗流场的几何形状制造电模型测得的等势线。

将上述拉普拉斯方程式在电场和渗流场的对比关系（包括边界和区域内部）列于表1-6-1，这是水电模拟最基本对比系统之一，可用来解决多种的稳定渗流问题。根据这一套对比模拟关系可以很成功地将渗流问题转移到电模型中，用简易的测验装置找出结果，然后再变换为渗流区域。应当指出，由于边界条件的复杂性，上述这些问题若用纯数学理论来解答是很困难或不可能的。

拉普拉斯方程式的模拟相似性质，可概括如下。

首先应注意到拉普拉斯方程式是描述稳态现象的，它与时间没有关系。在电路模型中的三个基本电器元件（电容、电感、电阻），只要全部是三种基本元件中任一种元件的场，时间都不是独立变数。因此，拉普拉斯方程式可用电学中三个基本参数的任一个来实现。但是，实际上得到纯电感或纯电容比较困难，因为它们总多少带有电阻，而电阻却可不计电抗的误差。因此多采用具有适宜电阻的导体进行电模拟试验。

其次应注意到在拉普拉斯方程式中没有电阻的参数，电模型中电位或电压的分布与场的电阻大小无关。这一点对于具体的造型工作是很有利的。如一根电阻丝，不问其电阻多大，只要是均匀的，则在其中点的电压总是两端电压差的一半。若模型为两种不同电阻的导体所组成，则可认为从分界面分开的两个区域，只要它们各自是均匀和各向同性的，则就能各自满足拉普拉斯方程式。

此外，该方程式所描述场的特性是线性的，如果电压增加一倍，各点的电流也就相应增加一倍。

还有，电场内部没有电位或电流的能源，不包含源点或汇点（参看§6-14），激发的能源都在研究区域的边界。这样，按照能量守恒原则，出去或进来的电流都必定是由外界能源所致的，并据连续性原理，所有的流线必须终止于边界。

§1-7 电模型的装置条件

由上述模拟原理可知，只要遵守各物理现象间的相似关系，渗流发生的现象就可以借助电模型重演。电模型装置的最基本条件包括模型区域和模型边界的全部模型。这些条件都是以拉普拉斯方程式作为基础的，适用于稳定渗流问题；它们都是服从于最基本渗流的

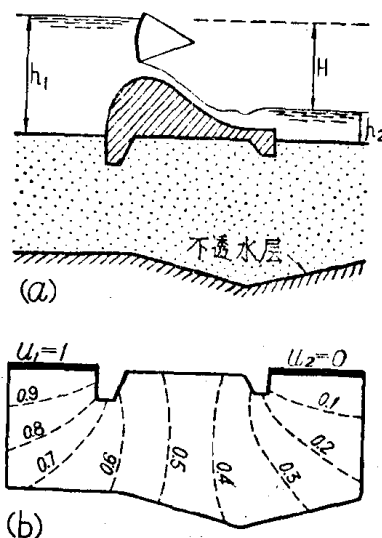


图 1-6-1 电场和渗流场的等值线分布
(a) 闸坝地基；(b) 电模型

注 §1-6的参考文献为：中[6, 12]，俄[3, 6, 19]，英[37]，法[4]。

表 1-6-1

渗流与电的模拟对比系统

渗 流 场	电 场
水 头 h	电位(势) u
渗透系数 k	电导系数 $\frac{1}{\rho}$, (ρ 为电阻系数)
渗流坡降 $J = \frac{\partial h}{\partial s}$	电压坡降 $E = -\frac{\partial u}{\partial s}$
渗流速度 v	电流密度 i
达西定律 $v = -k \frac{\partial h}{\partial s}$	欧姆定律 $i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial s}$
$\text{渗流量 } Q = k \frac{h_1 - h_2}{s} \cdot \omega$ $= (h_1 - h_2) / \frac{s}{k\omega} = H / \frac{s}{k\omega}$	$\text{电流强度 } I = \frac{1}{\rho} \frac{u_1 - u_2}{s} \cdot \omega$ $= (u_1 - u_2) / \frac{\rho s}{\omega} = \frac{U}{R}$
拉普拉斯方程式 $\nabla^2 h = 0$	拉普拉斯方程式 $\nabla^2 u = 0$
不透水层面	绝 缘 面
透水面(入渗和出渗面)	电导体面(铜极板或汇流板)
等水头线 $h = \text{常数}$	等(位)势线 $u = \text{常数}$
流线 $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$	流线 $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$

达西定律与电学欧姆定律间的模拟相似, 故对不稳定渗流问题仍然是适用的。只是需要另加一些补充条件。

1) 电流场与渗流场的几何形状必须相似。在所取模型范围内的区域边界, 如建筑物与土壤的接触面、上下游河床、滤水层、排水井孔等, 以及不同土层的区界, 均须按照土壤边界形状依比例缩制为电模型的边界。至于与渗流区无关的部分, 如建筑物地下轮廓线以上的部分(参看图1-6-1(a))或在浸润线以上的土坝部分(参看图1-7-1)都不必制模。

2) 除边界形状相似外, 电模型与渗流场的边界条件也必须相似。渗流区的不透水层面、板桩截墙等防渗层面, 其边界面上的流速只有沿层面的分量, 而垂直该层面的分量为零, 即 $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$, 或 $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$, 此种不透水边界实即为一等流线, 如图1-7-1中的边界6-7所示必须用绝缘体模造以求符合下式的不导电条件

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad (1-7-1)$$

淹没于同一自由水体中的土壤入渗面或出渗面上各点的势能或测压管水头相同, 即 $h = \frac{p}{\gamma} + z = \text{常数}$, 是等水头面, 故如闸坝上下游在水面下的透水河床、排水井孔及滤层排水设备等均应用良导体铜料(或镀银)依边界形状模制使成为一等势面。此铜极板也称为汇流板, 如图1-7-1中的边界1-2及4-5所示, 必须符合下式