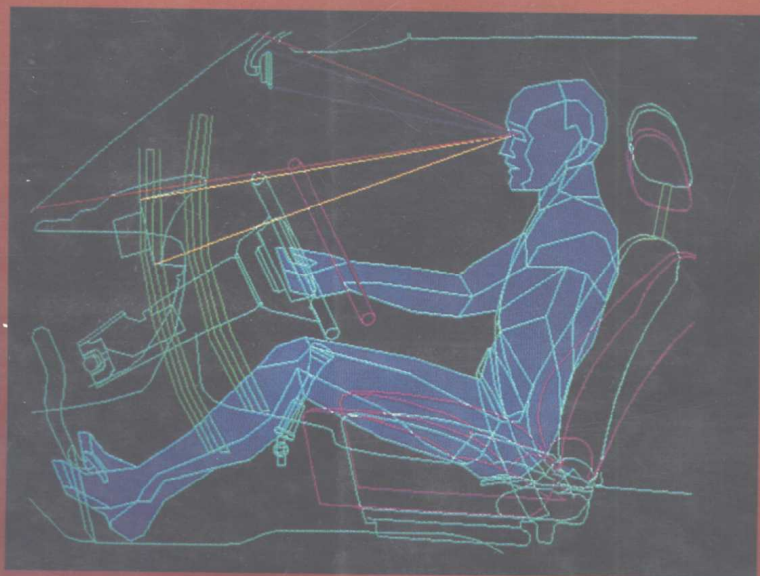
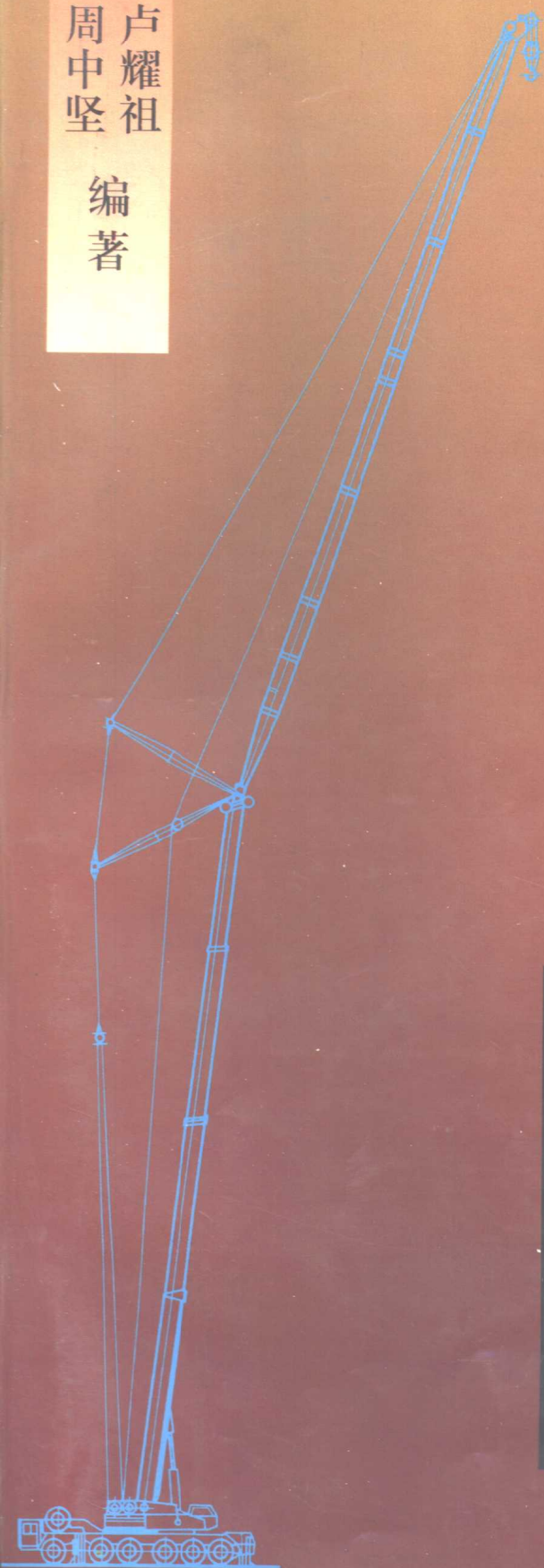


卢耀祖
周中坚
编著

机械与汽车 结构的 有限元分析



同济大学出版社

机械与汽车结构的有限元分析

卢耀祖 周中坚 编著

同济大学出版社

责任编辑 张智中
封面设计 李志云

机械与汽车结构的有限元分析

卢耀祖 周中坚 编著

同济大学出版社出版

(上海四平路1239号 邮编: 200092)

新华书店上海发行所发行

常熟市印刷七厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 16.75 字数 420 千字

1997年7月第1版 1997年7月第1次印刷

印数: 1-1200 定价: 32.00元

ISBN7-5608-1830-5/T·10

前 言

有限单元法自诞生至今三四十年来,已经有了极大的发展。它开始是作为应力分析的一个数值方法出现的,现在仍然最广泛地应用于这一方面。

随着我国社会主义经济建设的发展,机械与汽车的发展越来越快。在机械与汽车的设计与分析中,有限单元法已成为一种通用的重要分析手段,广泛应用于结构的静力分析、模态分析和动态分析中。可以毫不夸张地说,结构分析已离不开有限单元法。

作者结合多年的教学经验和科研实践,编写了此书。讲清基本理论、指导实际应用,这是本书所希望具有的特色。本书分两大部分共十一章。第一篇为有限单元法基本理论部分,力求讲清有限单元法的基本概念和计算步骤。第二篇为有限单元法在机械与汽车结构分析中的应用部分,介绍了近年来实际应用中一些较新的发展,着重阐述了构筑有限元计算模型中的一些问题,最后介绍机械与汽车结构有限元分析实例,大部分是结合近几年来的科研撰写的。

本书将有限单元法基本理论与实际应用相结合,又反映了有限单元法在机械与汽车结构分析中应用的一些较新的发展及一些科研成果,所以本书可作为机械与汽车领域中广大工程技术人员学习和应用有限单元法的指导参考书,也可作为高等院校机械类专业与汽车专业本专科学生的教学用书。当然希望能预先掌握矩阵运算、静力学、材料力学、矩阵结构分析等预备知识。

由于编写经验不足,水平有限,书中难免有错误与不妥之处,敬请给予批评指正,不胜感谢。

作 者

1996年10月

AAS14/14

内 容 提 要

本书系统地阐述了有限单元法及其在机械与汽车结构分析中的应用。第一篇阐述有限单元法基本理论,内容包括平面、轴对称、空间、等参数单元、薄板、动力学等问题的有限单元法。第二篇阐述有限单元法在机械与汽车结构分析中的应用,内容包括计算模型的建立、机械结构分析实例、汽车结构分析实例。

本书供高校有关专业用作教材,同时也适合工程技术人员参考。

目 录

第一篇 有限单元法基本理论

第一章 绪论	(3)
1.1 引言	(3)
1.2 有限单元法的基本方法	(4)
1.3 有限单元法的应用	(8)
第二章 平面问题的有限单元法	(10)
2.1 弹性力学平面问题基本理论	(10)
2.1.1 基本假设和基本物理量	(10)
2.1.2 两类平面问题	(13)
2.1.3 平衡微分方程	(16)
2.1.4 几何方程 刚体位移	(17)
2.1.5 物理方程	(19)
2.1.6 边界条件 圣维南原理	(21)
2.2 虚位移原理	(24)
2.2.1 一些基本概念	(24)
2.2.2 刚体的虚位移原理	(24)
2.2.3 弹性体的虚位移原理	(25)
2.3 平面问题的有限单元法	(30)
2.3.1 概述	(30)
2.3.2 连续体的网格划分	(30)
2.3.3 三角形单元分析	(32)
2.3.4 非节点载荷的移置	(44)
2.3.5 总刚度方程	(48)
2.3.6 边界条件的处理	(53)
2.3.7 计算结果整理及解题步骤	(56)
2.3.8 平面高次单元	(58)
第三章 轴对称空间问题的有限单元法	(69)
3.1 基本概念	(69)
3.1.1 概念及坐标	(69)
3.1.2 基本物理量和基本方程	(69)

3.2	三角形截面环形单元分析	(72)
3.2.1	轴对称问题的有限元网格划分	(72)
3.2.2	单元位移模式	(72)
3.2.3	单元的应变和应力	(73)
3.2.4	单元刚度矩阵	(74)
3.3	非节点载荷的移置	(76)
3.3.1	一般公式	(76)
3.3.2	体积力	(76)
3.3.3	分布的面力	(78)
3.4	整体分析	(78)
3.5	精确刚度矩阵的计算	(79)
第四章	空间问题的有限单元法	(84)
4.1	基本概念	(84)
4.2	四面体常应变单元	(86)
4.3	刚度矩阵和等效节点力	(88)
4.4	八节点六面体单元	(89)
第五章	等参数单元	(93)
5.1	等参数单元的概念	(93)
5.2	插值位移函数	(96)
5.2.1	平面等参数单元的插值位移函数	(96)
5.2.2	空间等参数单元的插值位移函数	(100)
5.3	单元特性分析	(103)
5.3.1	等参数单元的应变矩阵	(103)
5.3.2	等参数单元的应力矩阵	(105)
5.3.3	等参数单元的单元刚度矩阵	(105)
5.4	等效节点力的计算	(106)
5.4.1	集中力的移置	(106)
5.4.2	体积力的移置	(106)
5.4.3	表面力的移置	(107)
5.5	高斯积分法	(107)
5.5.1	一维高斯求积公式	(108)
5.5.2	二维高斯求积公式	(110)
5.5.3	三维高斯求积公式	(111)
5.6	等参数单元的病态问题	(113)
5.7	附录 局部坐标系中的微分体积和微分面积	(115)
5.7.1	空间单元的微分体积	(115)
5.7.2	平面单元的微分面积	(116)

5.7.3	空间单元在局部坐标面上的微分面积	(116)
5.7.4	平面单元在局部坐标上的微分线段	(116)
第六章	薄板弯曲问题的有限单元法	(117)
6.1	薄板弯曲	(117)
6.1.1	薄板弯曲的基本概念和假定	(117)
6.1.2	薄板弯曲的应力和内力	(117)
6.1.3	薄板弯曲的微分方程	(121)
6.1.4	边界条件	(122)
6.1.5	四边简支矩形薄板的重三角级数解	(124)
6.1.6	正弦曲线载荷作用下的简支矩形薄板的计算	(126)
6.2	薄板弯曲的有限单元法	(127)
6.2.1	矩形薄板单元	(127)
6.2.2	整体分析及简例计算	(133)
6.2.3	三角形薄板单元	(137)
第七章	动力学问题的有限单元法	(140)
7.1	振动基本方程的建立	(140)
7.2	质量矩阵	(143)
7.3	特征值问题	(144)
7.4	特征值问题的解法	(145)
7.4.1	广义雅可比法	(145)
7.4.2	逆迭代法	(147)
7.4.3	子空间迭代法	(150)
7.5	动力响应问题	(151)
7.5.1	振型叠加法	(151)
7.5.2	逐步积分法	(152)

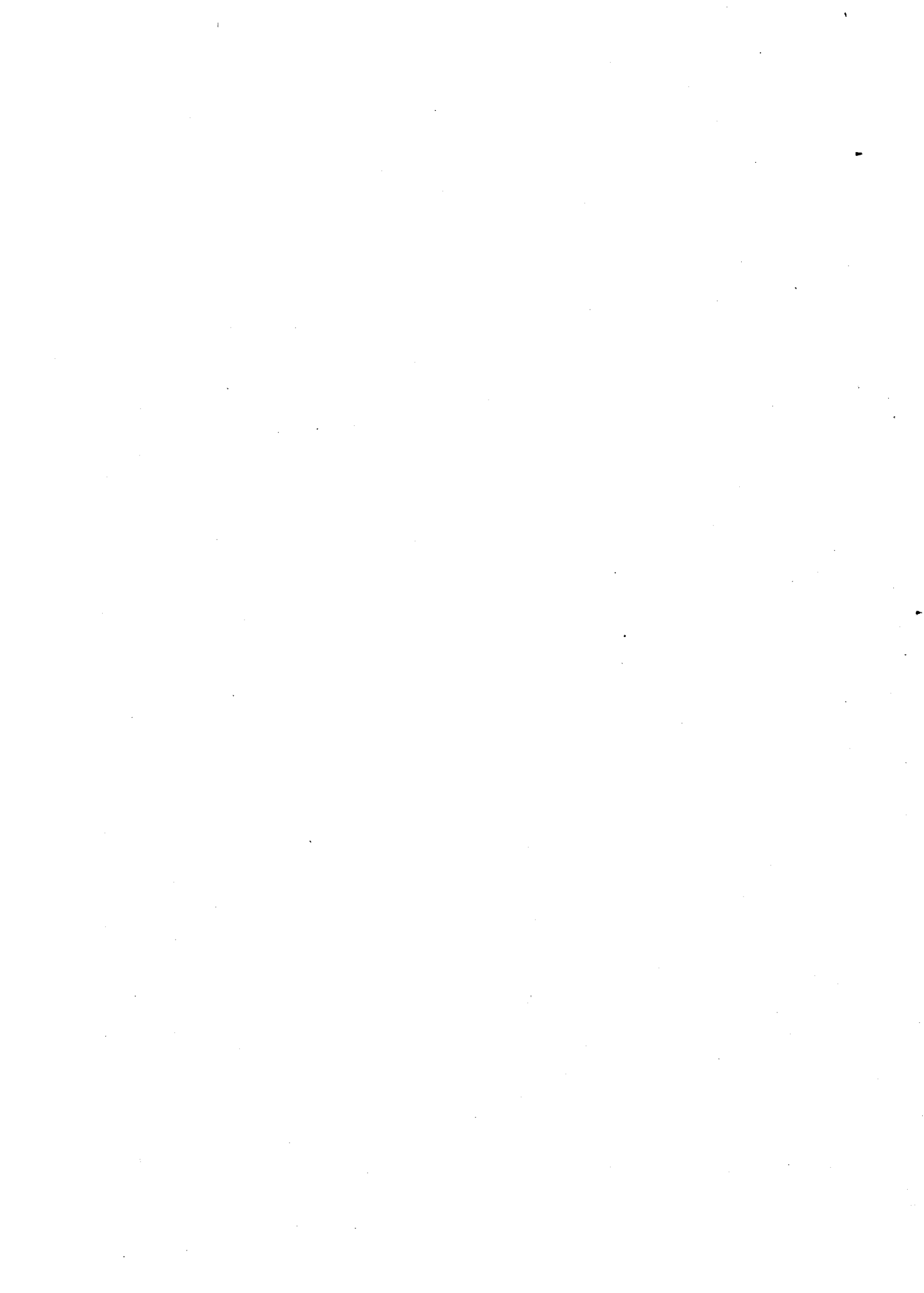
第二篇 有限单元法在机械与汽车结构分析中的应用

第八章	概述	(155)
8.1	前言	(155)
8.2	有限元程序	(158)
8.3	前处理	(161)
8.4	后处理	(162)
8.5	误差分析	(163)
第九章	机械与汽车结构的有限元计算模型	(167)
9.1	对计算模型的要求	(167)

9.2	机械与汽车结构的计算模型	(167)
9.2.1	机械与汽车结构的分类	(167)
9.2.2	常用单元	(168)
9.2.3	计算模型的分类和选择原则	(169)
9.3	支承与载荷	(171)
9.3.1	支承与约束	(171)
9.3.2	载荷	(175)
9.4	一些特殊结构的处理	(176)
9.4.1	斜支座与弹性支座的处理	(176)
9.4.2	利用间隙元处理非线性弹性支承	(178)
9.4.3	对称性的利用	(180)
9.4.4	作用力相等的双联液压油缸的处理	(181)
9.4.5	钢丝绳滑轮的处理	(182)
第十章	机械结构有限元分析实例	(187)
10.1	挖掘机回转平台的有限元分析	(187)
10.2	大型推土机工作装置的有限元强度分析	(189)
10.2.1	计算模型	(189)
10.2.2	应力分析	(191)
10.3	大型汽车起重机臂架系统的有限元动态分析	(194)
10.3.1	计算模型	(194)
10.3.2	固有特性分析	(196)
10.3.3	起升工况的动态响应分析	(199)
10.3.4	回转工况的动态响应分析	(203)
10.3.5	变幅工况的动态响应非线性分析	(207)
10.3.6	动力稳定分析	(211)
10.4	塔式起重机双吊点水平臂架的有限元分析	(221)
10.4.1	计算模型	(221)
10.4.2	内力计算	(222)
第十一章	汽车结构有限元分析实例	(226)
11.1	大型矿用自卸汽车车架有限元强度分析	(226)
11.1.1	计算模型	(226)
11.1.2	计算结果	(228)
11.1.3	计算结果的验证	(235)
11.2	半挂牵引车车架的有限元分析	(235)
11.2.1	计算模型	(235)
11.2.2	有限元静态分析	(236)
11.2.3	有限元模态分析	(238)

11.2.4 制动工况的动态分析	(240)
11.3 轿车复合式悬架结构动特性的有限元分析	(242)
11.3.1 有限元计算模型	(242)
11.3.2 模态分析	(242)
11.3.3 频率响应分析	(244)
11.4 桑塔纳 2000 型轿车白车身扭转刚度的有限元分析	(246)
11.4.1 计算模型的建立	(247)
11.4.2 计算模型的验证	(247)
11.4.3 抗扭加固分析	(247)
11.5 有限单元法在汽车分析中的广泛应用	(249)
参考文献	(256)

第一篇 有限单元法基本理论



第一章 绪 论

1.1 引 言

在当前的工程技术领域中,有越来越多的复杂结构,包括其复杂的几何形状、复杂的载荷作用、复杂的支承约束等,需要去分析、去研究。例如在机械结构中,大型推土机工作装置中的推土刀板,它是一种封闭多室箱型结构,筋板纵横交叉,背面又有诸多杆件支撑。它在设计过程中势必要进行静动态分析;又如汽车结构中,近年来发展起来的轿车复合式悬架,组成车桥的摆臂和加强筋,形状非常复杂,如摆臂外形是弯曲圆管过渡到近方形管,加强筋却似空间马鞍形,对此也要进行力学性能分析;再如在一些基本构件的研究中,要求出具有一些加强筋和奇特形状孔的板的承载能力;等等。对这些问题,有些可以很方便地写出它们的基本方程和边界条件,但是却往往不可能求出它们的解析解。这是因为大量的工程实际问题是复杂的,包括物体的几何形状以及某些其他特征的不规则即随意性太大。有一些结构,如上面提到的复合式悬架车桥的摆臂,它的形状甚至不可能用简单的数学式表达出来,更谈不上求解析解了。

这些工程实际问题,虽然复杂以至很少甚至没有解析解,但是仍然需要去分析去研究去解决。克服这些困难可以有多种途径,一般可归结为两类:一种是对复杂的问题作种种简化,提出许多假设,回避一些难点,最终简化为一个能够处理的问题。这种方法有时是可行的,但是由于太多的简化和假设,通常将导致极不准确甚至是错误的解答。另一种可供选择的方法是尽可能保留问题的各种实际状况,尝试寻求近似的数值解,放弃封闭形式的解析解。这是因为近似数值解也可以满足工程实际需要。在计算机和计算技术飞速发展并广泛应用的今天,这已经成为较为现实又非常有效的选择。

在众多的近似分析方法中,有限单元法是运用最为成功、最为广泛的方法。有限单元法是近三四十年随着计算机的发展而发展起来的用于各种结构分析的数值计算方法。它运用离散概念,把弹性连续体划分为一个由若干有限单元组成的集合体,通过单元分析和组合,得到一组联立代数方程组,最后求解得数值解。

有限单元法的基本思想——离散化概念早在40年代就已经提出来了。由于当时的条件,计算机刚出现,离散化的观念没有引起重视。过了十年,英国航空教授阿吉里斯(Argyris)和他的同事运用网格思想成功地进行了结构分析。

与此同时,美国克劳夫(R. W. Clough)教授运用三角形单元对飞机结构进行了计算,并在1960年首次提出了“有限单元法”这名称。在以后十年中有限单元法在国际上蓬勃发展起来。60年代中、后期,国外数学家开始介入对有限单元法的研究,促使有限单元法有了坚实的数学基础。我国著名数学教授冯康早在1956年就发表了研究论文,这比美国数学家从事有限单元法研究还要早。1965年津基威茨(O. C. Zienkiewicz)和同事 Y. K. Ceung 宣布,有限单元法适用于所有能按变分形式进行计算的场问题,使有限单元法获得了一个更为广泛的解释,有限单元法的应用也推广到更广阔的范围。

有限单元法最先应用于航空工程,现已迅速推广到机械与汽车、造船、建筑等各种工程技术领域,并从固体力学领域拓展到流体、电磁声、振动等各学科。近些年来随着计算机工业的迅速掘起,计算机及计算技术的迅猛发展,有限单元法几乎在所有工程问题上得到发展和应用。有限单元法已成为一个基础稳固并为大家所接受的工程分析工具。

1.2 有限单元法的基本方法

有限单元法分析问题的思路是从结构矩阵分析推广而来的。起源于50年代的杆系结构矩阵分析,是把每一杆件作为一个单元,整个结构就看作是由有限单元(杆件)连接而成的集合体,分析每个单元的力学特性后,再组集起来就能建立整体结构的力学方程式,然后利用计算机求解。

在工程技术领域研究弹性连续体在载荷和其他因素作用下产生的应力、应变和位移时,由于应力、应变和位移都是位置的函数,也就是说物体中各个点的应力、应变和位移一般是不相同的。因此,可以把弹性连续体看作由无限多个微元体所组成。这是一个具有无限多自由度的问题。为了能够进行数值分析,有限单元法在处理这类问题时,首先应用离散的思想,把问题简化为具有有限个自由度的问题,然后借用结构矩阵分析的方法处理。

有限元离散化是假想把弹性连续体分割成数目有限的单元,并认为相邻单元之间仅在节点处相连(图1.1)。根据物体的几何形状特征、载荷特征、边界约束特征等,单元有各种类型。节点一般都在单元边界上。节点的位移分量是作为结构的基本未知量。这样组成的有限单元集合体,并引进等效节点力及节点约束条件,由于节点数目有限,就成为具有有限自由度的有限元计算模型,它替代了原来具有无限多自由度的连续体。

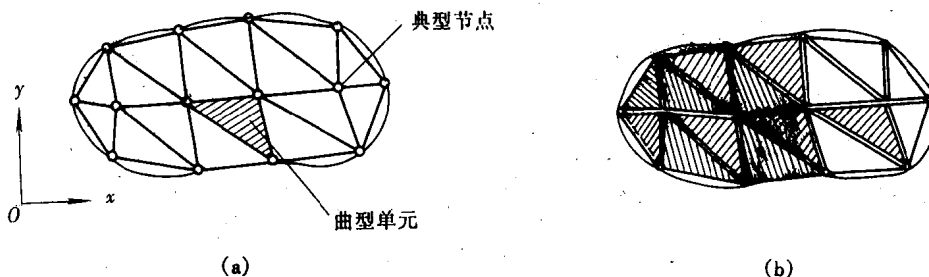


图 1.1

在此基础上,对每一单元根据分块近似的思想,假设一个简单的函数来近似模拟其位移分量的分布规律,即选择位移模式,再通过虚功原理(或变分原理或其他方法)求得每个单元的平衡方程,就是建立单元节点力与节点位移之间的关系。

最后,把所有单元的这种特性关系,按照保持节点位移连续和节点力平衡的方式集合起来,就可以得到整个物体的平衡方程组。引入边界约束条件后解此方程就求得节点位移,并计算出各单元应力。

从以上论述可以看到,有限单元法的实质是把具有无限多个自由度的弹性连续体,理想化为只有有限个自由度的单元集合体,使问题简化为适合于数值解法的结构型问题。因此,只要研究并确定有限大小的单元力学特性,就可根据结构分析的方法求解,使问题得到简化。

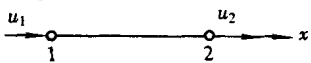
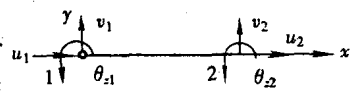
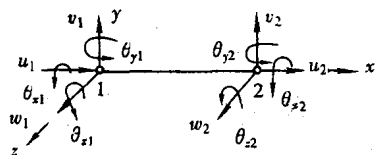
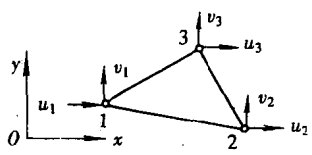
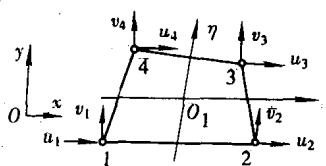
应用有限单元法求解各种问题总是遵循一定的步骤。为了对有限单元法有一粗略的概貌,以利阅读和理解以后各章内容,现将有限单元法分析过程概述于下。

(1) 弹性连续体的离散化

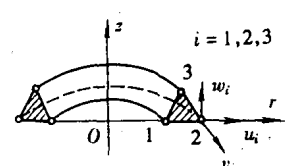
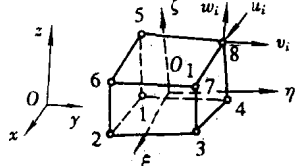
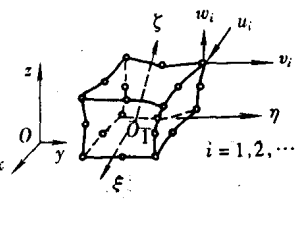
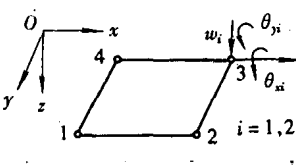
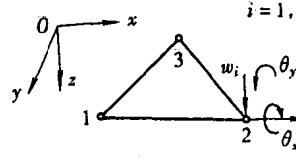
这是有限单元法的基础。所谓离散化,就是假想把被分析的弹性连续体分割成由有限个单元组成的集合体。这些单元仅仅在节点处连接,单元之间的载荷也仅由节点传递。连续体的离散化又称为网格划分。离散而成的有限单元集合体将替代原来的弹性连续体,所有的计算分析都将在这个计算模型上进行。因此,网格划分将关系到有限元分析的速度和精度,以至计算的成败。

有限元离散过程中有一重要环节是单元类型的选择。这应根据被分析结构的几何形状特点,综合载荷、约束等全面考虑。表 1.1 给出了一些常用单元的情况。

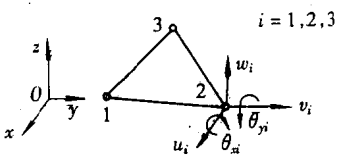
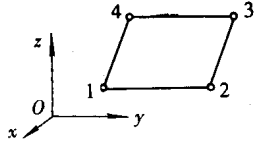
表 1.1 几种典型单元及位移模式

单元名称及适用情况	单元图形	每个结点的自由度数	位移模式	
桁架元 桁架		2	1	$u = a_1 + a_2 x$
平面梁元 平面刚架		2	3	$u = a_1 + a_2 x$ $v = a_3 + a_4 x + a_5 x^2 + a_6 x^3$
空间梁元 空间刚架		2	6	xy 平面梁元、xz 平面纯弯曲梁元和绕 x 轴纯扭转的位移模式组合
平面三角形元 平面应力或 平面应变问题		3	2	$u = a_1 + a_2 x + a_3 y$ $v = a_4 + a_5 x + a_6 y$
平面四边形元 平面应力或 平面应变问题		4	2	$u = a_1 + a_2 \xi + a_3 \eta + a_4 \xi \eta$ $v = a_5 + a_6 \xi + a_7 \eta + a_8 \xi \eta$

续表

单元名称及适用情况	单元图形	结点数	每个结点的自由度数	位移模式
三角形截面 环元 轴对称实体 或厚壳		3	2~3	$u = (a_1 + a_2 r + a_3 z) \cos n\theta$ $+ (a'_1 + a'_2 r + a'_3 z) \sin n\theta$ $w = (a_4 + a_5 r + a_6 z) \cos n\theta$ $+ (a'_4 + a'_5 r + a'_6 z) \sin n\theta$ $v = (a_7 + a_8 r + a_9 z) \sin n\theta$ $+ (a'_7 + a'_8 r + a'_9 z) \cos n\theta$
六面体等参元 三维应力		8	3	$u = a_1 + a_2 \xi + a_3 \eta + a_4 \zeta + a_5 \xi \eta + a_6 \eta \zeta$ $+ a_7 \zeta \xi + a_8 \xi \eta \zeta$ $v = a_9 + a_{10} \xi + \dots + a_{16} \xi \eta \zeta$ $w = a_{17} + a_{18} \xi + \dots + a_{24} \xi \eta \zeta$
20, 8-21 结点空 间等参元 三维应力		20	3	$u = a_1 + a_2 \xi + a_3 \eta + a_4 \zeta + a_5 \xi^2 + a_6 \eta^2$ $+ a_7 \zeta^2 + a_8 \xi \eta + a_9 \eta \zeta + a_{10} \zeta \xi$ $+ a_{11} \xi^2 \eta + a_{12} \xi^2 \zeta$ $+ a_{13} \eta^2 \xi + a_{14} \eta^2 \zeta$ $+ a_{15} \zeta^2 \xi + a_{16} \zeta^2 \eta + a_{17} \xi \eta \zeta + a_{18} \xi^2 \eta \zeta$ $+ a_{19} \xi \eta^2 \zeta + a_{20} \xi \eta \zeta^2$ $v = a_{21} + \dots + a_{40} \xi \eta \zeta^2$ $w = a_{41} + \dots + a_{60} \xi \eta \zeta^2$
矩形板元 薄板弯曲问题		4	3	$w = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2$ $+ a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3$ $+ a_{11} x^3 y + a_{12} xy^3$
三角形板元 薄板弯曲问题		3	3	$w = a_1 L_1 + a_2 L_2 + a_3 L_3 + a_4 L_2 L_3$ $+ a_5 L_3 L_1 + a_6 L_1 L_2 + a_7 (L_2 L_3^2 - L_3 L_2^2)$ $+ a_8 (L_3 L_1^2 - L_1 L_3^2)$ $+ a_9 (L_1 L_2^2 - L_2 L_1^2)$ <p>L_1, L_2, L_3 为面积坐标</p>

续表

单元名称及 适用情况	单元图形	结点 数	每个结 点的自 由度 数	位 移 模 式
三角形壳元 薄壳问题		3	5~6	平面应力三角形元位移模式和三角形薄板元位移模式组合
矩形壳元 圆柱薄壳		4	5~6	平面应力矩形元位移模式和矩形板元位移模式组合

在同一个被分析结构中,具有不同类型的部件(如板与梁时),可以而且必须应用不同类型的单元。

(2) 选择单元位移模式

这是单元特性分析的第一步。假设一个简单的函数来模拟单元内位移的分布规律,这个简单的函数,通常是选择多项式,称为位移模式或位移函数。多项式的项数及阶数将取决于单元的自由度数和有关解的收敛性要求。单元位移模式又要转换成用节点位移来表示,所以它也决定了相应的位移插值函数。

从这里也可看到,选择合适的位移函数是有限元分析的关键,它将决定有限元解答的性质与近似程度,所以它的选择应遵循一定的准则。一些典型单元的位移模式见表 1.1 所示。

(3) 单元力学特性分析

在选择了单元类型和相应的位移模式后,即可按几何方程、物理方程导出单元应变与应力的表达式。然后应用虚功原理或变分法或其他方法建立各单元的刚度矩阵,即单元节点力与节点位移之间的关系。

单元分析的另一内容是将作用在单元上的非节点载荷移置到节点上,形成等效节点载荷矩阵。因为有限单元法假设载荷是作用在节点上,并由节点传递的。

(4) 整体分析,组集结构总刚度方程

整体分析的基础是依据所有相邻单元在公共节点上的位移相同和每个节点上的节点力与节点载荷保持平衡这两个原则。它包括两方面内容:一是由各单元的刚度矩阵集成整体结构的总刚度矩阵 $[K]$;二是将作用于各单元的等效节点力集成结构总的载阵矩阵 $\{R\}$ 。这两项就组成了整体结构的总刚度方程:

$$[K]\{\Delta\} = \{R\}$$

(5) 约束处理并求解总刚度方程

引进边界约束条件,修正总刚度方程后,就可求得节点位移。求解大型联立代数方程组