

高等学校教材

结构力学

吴德伦 主编

重庆大学出版社

结 构 力 学

上 册

吴 德 伦 主 编
吴德伦 王金海 颜永弟 合 编
赵更新 文国治

重 庆 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书是根据 1987 年国家教育委员会批准试行的《结构力学教学基本要求》，结合近年来执行基本要求的经验和体会编写而成的。全书分上、下册、上册共 11 章，内容包括平面体系几何组成分析，静定梁与静定刚架，三铰拱与悬索结构，静定平面桁架，功能原理与结构位移计算，力结、位移法、力矩分配法与近似法，影响线与内力包络图，矩阵位移法的基本概念等。各章附有思考题和习题，书末附有习题参考答案。

本书可作为高等院校土建、水利、道路及桥梁等专业的教材，亦可作为工民建专业自学考试之用或供其他从事结构工程的技术人员参考。

结 构 力 学

吴德伦 主编

责任编辑 饶邦华

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

后勤工程学院印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 18 字数: 449 千

1994 年 6 月第 1 版 1994 年 6 月第 1 次印刷

印数: 1—3500

ISBN 7-5624-0822-X/O · 104 定价: 9.90 元

(川)新登字 020 号

前 言

自1987年国家教育委员会颁布试行《结构力学课程教学基本要求》以来,我们在土建专业的本科、专科和自学考试助学等多层次的教学采用了国内的几种主要教材,积累了一些经验。这本教材就是在此背景下写成的。

本书共分11章,包括结构力学教学中的基本内容。其中矩阵位移法已经是广泛运用的电算方法,本书专门从方法学的角度讲述其思路 and 理论线索,并介绍最常用的直接刚度法。通过结构力学基本部分的学习,可以解决工程中各种平面杆件结构内力分析和位移计算的静力问题。至于动力分析、稳定性计算和非线性计算等问题,则在本书下册中讲述。

结构力学的原理和方法,对于土木、水利、道路及桥梁等专业的教育是十分重要的。其原理虽不高深,真正理解和掌握都不是十分容易的事;其方法虽不复杂,真正熟练运用却非一日之功。因此,本书力求阐述概念简明易懂,提出问题思路明晰,推导公式去繁从简,使学生能抓住主要线索学习。同时,书中的例题典型,求解可资模仿,以求学以致用。各章的思考题、习题较丰富,可以满足本门课程考试中主客观试题的要求。

本书由吴德伦主编。参编有吴德伦(第一、六、十一章)、颜永弟(第二、三、四章)、王金海(第五、七章)、赵更新(第八、九章)、文国治(第十章)。

限于编者的水平与经验,不足之处敬请读者批评指正。

编 者

1994年元月于重庆建筑大学

FA056/1282

目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 结构力学的研究对象与任务	1
§ 1-2 结构的计算简图与分类	3
§ 1-3 结构的荷载及其分类	6
§ 1-4 结构的反应计算及其分类	7
第二章 平面体系的几何组成分析	9
§ 2-1 几何组成分析的基本概念	9
§ 2-2 几何不变体系的简单组成规则	15
§ 2-3 几何可变体系	16
§ 2-4 几何组成分析的方法	18
§ 2-5 几何组成与静力学特征	22
思考题	23
习题	23
第三章 静定梁和静定平面刚架	26
§ 3-1 静定单跨梁的受力分析	26
§ 3-2 多跨静定梁的计算	33
§ 3-3 静定平面刚架	37
思考题	47
习 题	48
第四章 三铰拱和悬索结构	55
§ 4-1 概述	55
§ 4-2 三铰拱的反力和内力	56
§ 4-3 三铰拱的压力线和合理拱轴	63
§ 4-4 悬索的内力计算	66
思考题	71
习题	73
第五章 静定平面桁架	75
§ 5-1 概述	75
§ 5-2 平面桁架的数解法	77
§ 5-3 桁架的外形与受力特点	86
§ 5-4 拱式桁架和组合结构的计算	89
§ 5-5 静定空间桁架的计算	92

思考题	97
习题	97
第六章 功能原理与结构位移计算	101
§ 6-1 概述	101
§ 6-2 功与变形能 弹性体系功能原理	102
§ 6-3 实功原理	106
§ 6-4 虚功原理	107
§ 6-5 结构位移计算的单位荷载法	110
§ 6-6 静定结构在荷载作用下的位移计算	112
§ 6-7 图乘法	116
§ 6-8 温度变化、支座移动和装配误差的位移计算	120
§ 6-9 互等定理	123
§ 6-10 势能原理	125
§ 6-11 余能原理	128
思考题	132
习题	132
第七章 力法	136
§ 7-1 概述	136
§ 7-2 超静定次数与力法基本结构	137
§ 7-3 力法基本原理与力法典型方程	139
§ 7-4 荷载作用下各种结构的力法计算	142
§ 7-5 温度变化时超静定结构的计算	151
§ 7-6 支座移动时超静定结构的计算	154
§ 7-7 弹性支座结构的计算	157
§ 7-8 超静定结构的位移计算	162
§ 7-9 超静定结构最后内力图的校核	163
§ 7-10 超静定拱的计算	165
§ 7-11 对称结构的简化计算	168
思考题	175
习题	175
第八章 位移法	180
§ 8-1 概述	180
§ 8-2 等截面直杆的转角位移方程	181
§ 8-3 位移法的基本概念	186
§ 8-4 位移法的典型方程	188
§ 8-5 位移法计算举例	190
§ 8-6 支座位移和温度变化时的计算	194
§ 8-7 直接利用平衡条件建立位移法方程	197
§ 8-8 混合法	198

思考题	200
习题	201
第九章 力矩分配法和近似法	205
§ 9-1 力矩分配法的基本概念	205
§ 9-2 用力矩分配法计算连续梁和无结点线位移的刚架	210
§ 9-3 无剪力分配法	214
§ 9-4 多层多跨刚架的近似计算	217
思考题	221
习题	221
第十章 影响线和内力包络图	225
§ 10-1 影响线的一般概念	225
§ 10-2 用静力法作简支梁的影响线	226
§ 10-3 机动法作静定梁的影响线	229
§ 10-4 间接荷载作用下梁的影响线	232
§ 10-5 用静力法作桁架的影响线	233
§ 10-6 影响线的应用	236
§ 10-7 简支梁的内力包络图和绝对最大弯矩	240
§ 10-8 绘制连续梁的影响线	243
§ 10-9 连续梁的内力包络图	245
习 题	249
第十一章 矩阵位移法的基本概念	252
§ 11-1 矩阵位移法的思路	252
§ 11-2 单元刚度矩阵	255
§ 11-3 坐标变换	257
§ 11-4 直接刚度法	260
§ 11-5 矩阵分析实例	266
§ 11-6 矩阵分析小结	272
思考题	272
习题参考答案	274

第一章 绪 论

§ 1-1 结构力学的研究对象与任务

建筑物是人类在利用自然和改造自然中为自身提供生存、生活和生产条件所进行的艺术和创造性的结晶。建筑物中维持形状和稳定性、支承荷载或传递荷载而起骨架作用的部分叫做结构。房屋中的梁、柱、框架、屋架,道路工程中的桥梁、涵洞、隧道、挡土墙,水工建筑物中的闸门、水坝等都是结构的例子。

结构是由若干相互联系的构件组成的一个整体。按其构件的几何性质可分为以下几大类:

(1) 杆状构件:其几何特征是横截面尺寸比长度小得多。例如直杆、曲杆、缆索等(图 1-1a)。其中,缆索是一种柔性构件,只能承受拉力。

(2) 薄壁构件:其几何特征是构件的三个尺度中厚度比长度和宽度都小得多。例如板、壳、膜等(图 1-1b)。其中,膜只能承受面内作用的拉力。

(3) 实体构件:其几何特征是构件的长度、宽度和高度的大小相差无几。例如实体块(图 1-1c)。

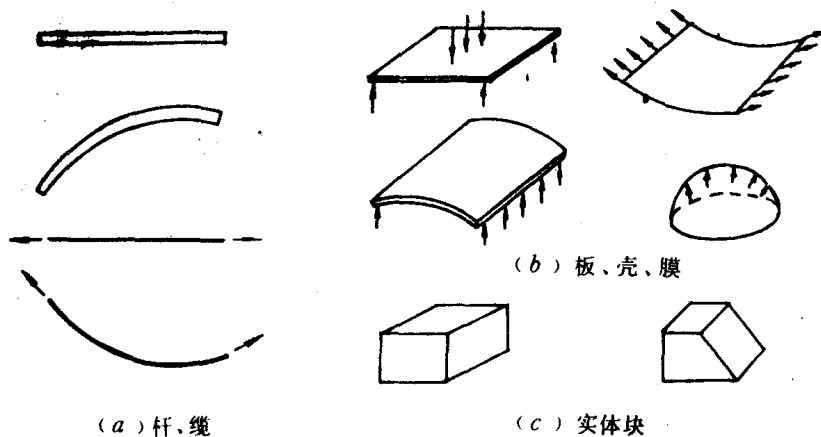


图 1-1 结构的构件

以上构件按照一定的组成方式可组成各种各样的结构。根据所用构件的类型,通常可把结构分为以下三类:

(1) 杆系结构:由杆状构件组成。例如高层建筑中的框架,厂房的屋架,交叉梁楼盖,拱,悬链结构等(图 1-2)。

(2) 薄壁结构:由薄壁构件组成。如楼板、圆柱壳屋面、双曲壳屋面、拱坝、薄膜结构等(图 1-3)。

(3) 实体结构:结构本身可看作是一个实体构件或由若干实体构件组成。例如挡土墙、墩台、重力坝等(图 1-4)。

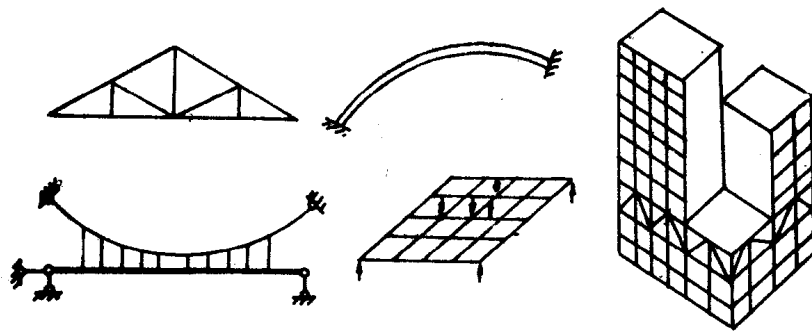


图 1-2 杆系结构

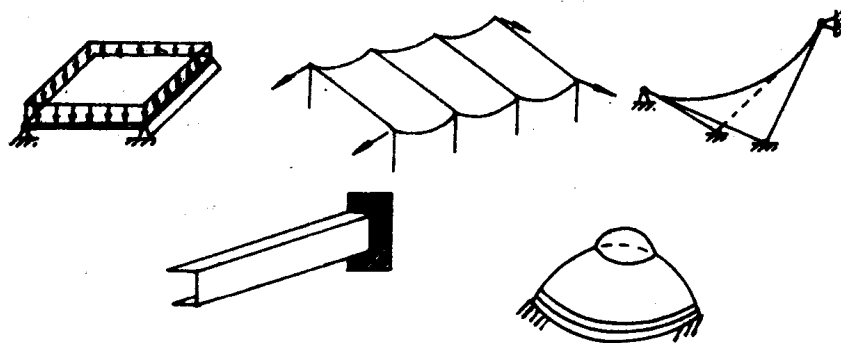


图 1-3 薄壁结构

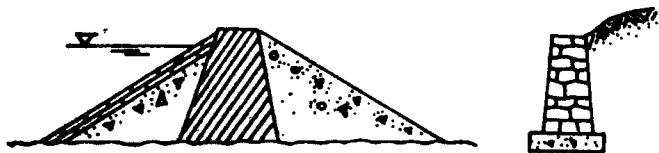


图 1-4 实体结构

结构力学的研究对象主要是杆件结构。广义的结构力学也包括薄壁结构的内容。实体结构则是弹性力学的主要研究对象。

结构力学的任务是研究结构的组成规律和合理形式,以及结构强度、刚度和稳定性的计算原理和计算方法。研究组成规律是为了找出单一构件组合为结构的原理与方法,以保证结构的几何稳定性,即几何不变性;研究结构的合理形式是为了有效地利用材料的力学性能,做到用材合理经济;研究强度和稳定性是为了保证结构的安全性;计算刚度的目的是为了为了保证结构在使用过程中不发生过大的位移而影响结构的正常使用。结构的强度、刚度和稳定性的计算十分重要,一方面为寻求结构的合理形式提供理论指导,同时也为验算结构的安全度和经济性提供理论基础和实用计算方法。由于结构的强度、刚度和稳定性的计算都离不开结构的内力和变形计算,因此,结构的内力计算和变形计算构成了结构力学的主要内容。

结构力学是以理论力学和材料力学为理论基础而建立起来的。理论力学中关于物体机械运动的基本规律,材料力学中关于单杆的强度、刚度和稳定性的计算原理和计算方法,在

结构力学中都可直接运用。例如,运用理论力学中的平衡原理研究结构的平衡问题;运用材料力学中的杆件变形理论计算结构的位移等。

结构力学在土建、水利、道路及桥梁等专业或专业方向的培养中占有重要的地位。一方面它与高等数学、理论力学、材料力学等先修课程有着密切的联系,另一方面,它又为进一步学习更高级的力学课程(如弹性力学、塑性力学、板壳理论、有限元法等)和相关的结构工程课程(例如钢筋混凝土及砖石结构、钢结构、木结构等)提供力学计算的理论基础和实用方法。

§ 1-2 结构的计算简图与分类

任何一个建筑物的结构都是很复杂的。完全按照实际情况进行力学分析,既不经济,也无必要,有时甚至是不可能的。因此,对实际结构进行力学计算之前,必须仔细分析结构的功能和组成,构件之间的相互联系,各结构体系之间的相互关系,然后,略去一些次要因素,突出所分析结构的主要特点和与其相联的结构之间的相互关系,进行科学的概括和合理的取舍,并用一简化的图形来代替实际结构。与此同时,对于结构上的荷载也简化为矢量。这种用来代替荷载和实际结构的简化图形叫做结构的计算简图。合理选择一个实际结构的计算简图是个较难的问题。实践中应多观察、多思考、多总结,不断积累计算实例和计算数据,遇到复杂的问题,有条件时还须采用实验方法,这样,得出的计算简图才能合于实际。一般地,从实际结构抽象出计算简图的原则是:

(1) 必须反映实际结构的主要性能,特别注意不要改变结构构件的受力性质。

(2) 应与计算的目的相适应。根据初步设计、施工图设计、结构验算等不同要求,可选取精细程度不同的计算简图。

(3) 要与计算工具相适应,便于计算。手算宜粗略些,电算可细致些。

要得到一个合理的计算简图,首先要对结构的材料性质、构件之间的联结、结构之间的联结以及荷载进行简化。简化的主要途径是:

1. 材料性质的简化

建筑工程中常用的构件材料有钢、混凝土、砖、石、木材、塑料等。在结构计算中,都假设它们为连续均匀、各向同性的材料。同时,在正常情况下,认为这些材料的应力-应变关系为线性关系,只在一些特殊情况下才考虑材料的非连续性和应力-应变关系的非线性性能。

2. 杆件的简化

杆系结构可看作是若干单一杆件相互联结而成。每根杆可以用其轴线表示。杆间的联结处用结点表示,结点位于各杆轴线的交点处,各杆长为结点间的距离。杆上的荷载可以直接用矢量表示在杆件的轴线上。只要杆件截面尺寸不大于长度的 $1/5$,这样简化不会引起较大的误差。

3. 结点的简化

结构杆件之间的相互联结区叫结点区。实际结构结点区的构造和受力性能都是比较复杂的,很难进行精确分析,因此,通常可将结点简化为两种理想化的情况。

(1) 铰结点:认为各杆件在结点处相互理想铰结。各杆件在结点区不能相对移动,但可以相对转动。因此,铰结点只传递轴力和剪力,不传递力矩(图 1-5a)。

(2) 刚结点:认为各杆件在结点处相互刚性联结,各杆件在结点处既不能相对移动,也不能相对转动。因此刚结点既可传递轴力和剪力,也可传递力矩(图 1-5b)。

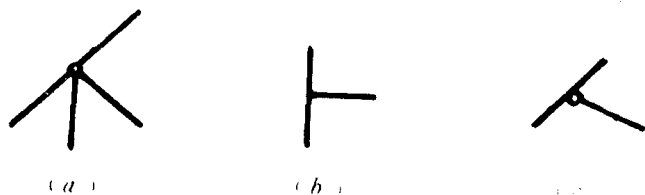


图 1-5

某些情况下,结构的结点既有铰结点又有刚结点,这要根据结点处各杆件之间的相对刚度而定。如图 1-5(c)所示的三杆结点,其中一杆相对于另外两杆而言,在结点受到的转动约束很小,因此可以忽略不计,形成一种半铰结点。实际上,它是一种刚结点和

铰结点的组合结点。

4. 支座的简化

结构与基础或其他支承结构之间的联结装置叫做支座。结构支座可以理想化为以下 4 种类型:

(1) 活动铰支座:又叫滚轴支座。它只在一个方向上限制结构的运动,对结构产生一个支反力。计算简图用一链杆表示(图 1-6a)。

(2) 固定铰支座:完全限制结构的移动,但可以转动,对结构产生两个支反力。计算简图用两根链杆表示(图 1-6b)。

(3) 定向支座(滑动支座):完全限制结构的转动,但允许在一个方向移动,对结构产生两个支反力。计算简图用两平行的链杆表示(图 1-6d)。

(4) 固定支座:完全限制结构的运动,对结构产生 3 个反力。计算简图用一固定端表示(图 1-6c)。

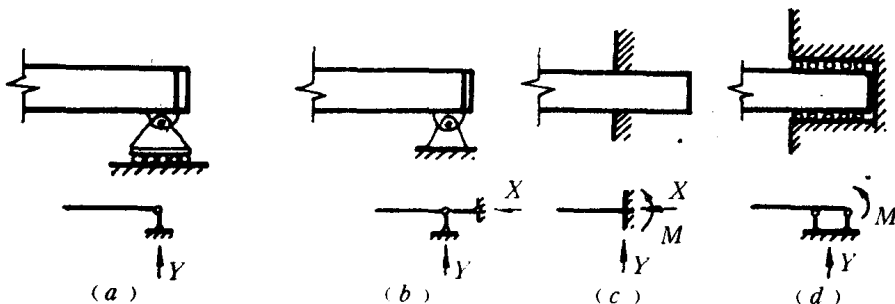


图 1-6 平面结构的支座

上述 4 种支座是针对平面结构简化而得的,如为空间结构,还可简化为可动球形支座(图 1-7a)、可动圆柱形支座(图 1-7b)和固定球形铰支座(图 1-7c),各支座提供的反力如图中所示。空间结构的固定支座应有 6 个反力(图 1-7d)。

实际上,结构的支承既非完全自由移动或自由转动,也不是完全不能移动或转动。上述各种理想化作法只不过是实际支承条件的一种近似而已。为了更好地反映实际支承的性能,可将支座简化为弹性支座,其支座的弹性常数可由实验确定(图 1-8)。若支座在荷载 P 的作用下测得下沉量为 Δ ,则支座垂直方向的弹簧常数为

$$k = \frac{P}{\Delta}$$

k 表示使支座产生单位下沉时所需施加的力。同理,可得到其他弹性支承常数(例如转动弹性常数)。

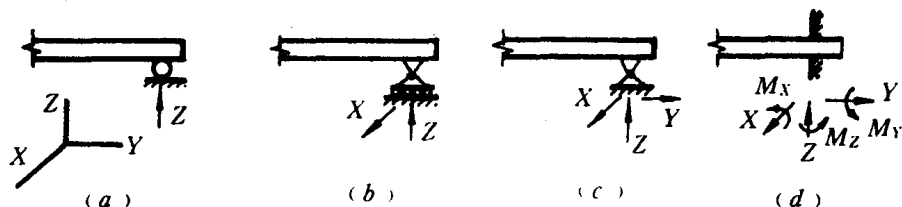


图 1-7 空间结构的支座

在下述各章中讲到各种具体的结构时,将学习如何按照以上简化方法得出结构的计算简图。

图 1-9 表示各种常见杆系结构的计算简图。根据它们的受力和变形特点,工程上常将计算简图分为如下几种类型:

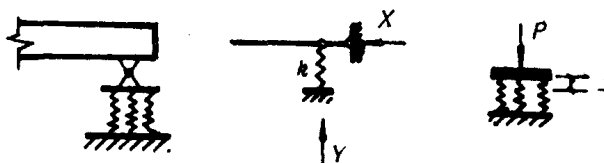


图 1-8 弹性支座

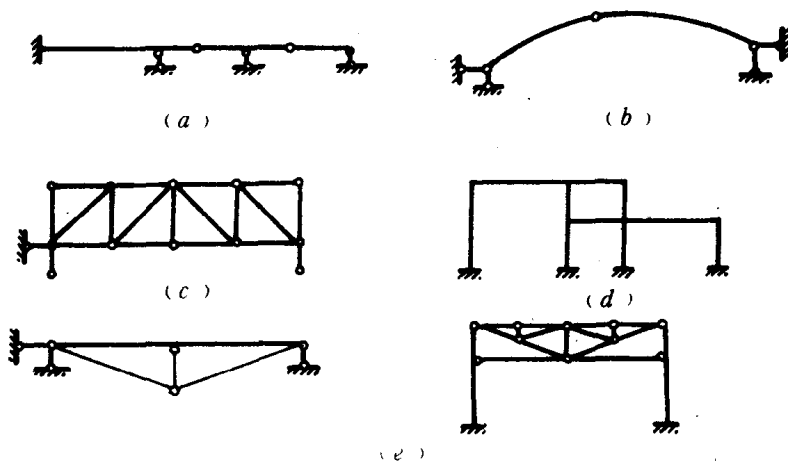


图 1-9

(1) 梁:梁是一种以弯曲变形为主的结构,其轴线常为直线。梁又可以分为单跨梁和多跨梁(图 1-9a)。

(2) 拱:拱是一种以压缩变形和弯曲变形为主的结构,轴线常为曲线。受力特点是在竖向荷载作用下产生水平推力(图 1-9b)。

(3) 刚架:刚架是一种由直杆组成的具有刚结点的结构(图 1-9d),刚结点可以传递轴力、剪力和弯矩,杆件变形比较复杂,一般说来弯曲变形是主要的。

(4) 桁架:桁架是一种由直杆相互理想铰接形成的结构(图 1-9c)。如果结构只受结点集中荷载,则各杆只产生轴力。

(5) 组合结构:由桁架与梁或桁架与刚架组合而成的结构(图 1-9e)。组合结构中的桁架杆件只承受轴力,而刚架或梁的杆件则承受弯矩和剪力。

还可以按照其他方法对结构进行分类。按照结构各杆轴线和外力的空间位置可将结构分为平面结构和空间结构。若结构的各杆轴线和外力、反力都位于一个平面内,则称为平面结构,否则就是空间结构。图 1-9 的各种结构都是平面结构的例子。厂房、桥梁、房屋等结构常常可以近似分解为几个平面结构来计算。但是,塔架、空间刚架等则必须按空间结构来计算(图 1-10)。

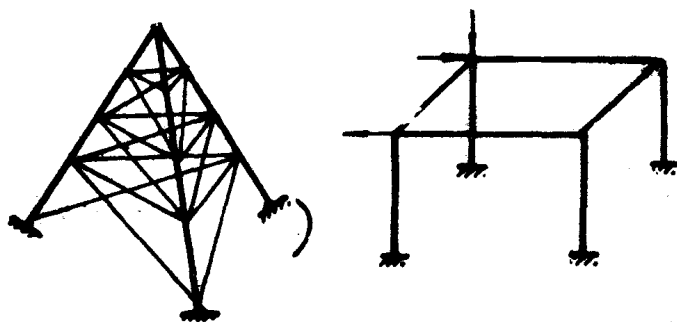


图 1-10

按照内力的静定性,结构又可分为静定结构和超静定结构。如果结构的所有反力和内力只由平衡条件确定,则称为静定结构。否则,称为超静定结构。超静定结构的求解,除了平衡条件外,还必须利用材料的物理力学性质和结构的变形条件建立补充方程式,以便完全确定结构的反力和内力。

§ 1-3 结构的荷载及其分类

进行结构计算时,必须首先分析使结构产生内力或变形的各种因素,并确定它们的大小和性质。所谓荷载,是指使结构发生内力或变形的各种外部因素的总称。荷载是多种多样的,不同的建筑物有自己的主要荷载形式。对于房屋建筑而言,作用在结构上的重力、风力、地震力、冲击力等是主要荷载形式,而温度改变、基础沉陷、材料收缩等在设计中应尽量避免。但是,对于核电站的设计而言,结构中的热效应则是主要荷载,必须慎重考虑。总之,正确认识结构上的荷载,合理确定它们的大小和性质,是保证结构设计是否安全经济的前提,过高则造成浪费,过低则结构的安全度不足,甚至在正常使用期内遭致破坏。合理确定结构上的荷载是一项较为困难的工作。我国在总结设计经验、进行大量观察记录和科学实验的基础上,运用数理统计方法得出了大量研究成果,并以荷载规范颁布执行。结构设计时应参照荷载规范取值。但在荷载规范未包含的某些特殊情况下,设计者只有结合实际情况进行调查,才能合理确定荷载。

为了使用方便,可根据不同的特征对荷载进行分类:

按荷载作用时间的久暂分为恒载和活载。恒载是指长期作用于结构上的不变荷载,如结构自重、固定设备重量。活载是指暂时作用于结构的可变动的荷载,如楼面使用荷载、人群、风载、雪载、吊车荷载等。

按荷载作用的位置是否变化分为固定荷载和移动荷载。恒载、雪载、风载等的作用位置可认为是不变的；列车、汽车、吊车等的作用位置是移动的。由于移动荷载作用下的结构分析问题有其自身的特点，在结构力学中专门用影响线进行研究。

按荷载对结构产生动力效应的程度分为静力荷载和动力荷载。静力荷载对结构产生的动力效应很小，不使结构产生明显的加速度，其惯性力的影响可以略去不计。因此，静力荷载是一种大小、方向和位置不随时间变化或变化很缓慢的荷载，或者说，静力荷载是与时间无关的一种荷载。反之，动力荷载是指大小、方向随时间迅速变化的荷载，可以引起结构振动，产生显著的加速度，分析时必须考虑惯性力的影响。例如动力机械的振动荷载、风震荷载、地震荷载、爆炸荷载等。虽然在结构分析中常将动力荷载简化为等效的静力荷载来考虑，但在研究结构的非线性动力响应时，则必须按动力荷载分析。

以上荷载分类方法是针对作用在结构上的主动作用力而言的。对于温度变化、基础沉降、材料收缩等特殊荷载形式则是很不方便的。因此，也可采用其它分类方法。例如，为了突出重力作用而把荷载分为重力荷载和非重力荷载两大类；为了突出热效应，分为热荷载和机械荷载两大类；为了突出作用的位置而分为集中荷载与分布荷载，等等。

作用在结构上的荷载经过简化后，常以集中力、分布线荷载、分布面荷载、集中力偶、分布力偶等的矢量形式表示在结构的计算简图上。无论何种荷载，最终都要通过结构传递到基础上。图 1-11 表示一简单的梁、板、框架结构的荷载传递情况。

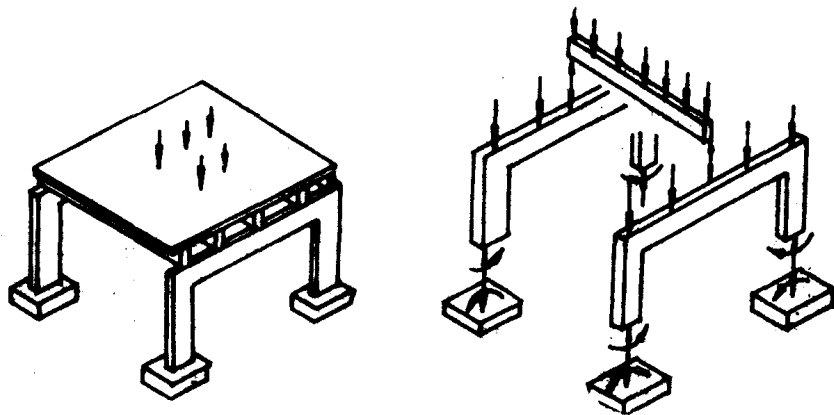


图 1-11

§ 1-4 结构的反应计算及其分类

结构的内力和变形随荷载变化的关系叫做结构对于荷载的反应(或响应)。结构的反应计算是指结构在已知荷载作用下求结构的内力和变形，它是结构力学的最重要内容。根据荷载的性质和反应计算本身的特点，可以分类如下：

按照荷载的静力和动力性质分为静力反应和动力反应。结构在静力荷载或移动荷载作用下的反应叫做静力反应。结构静力学研究结构的静力反应。静力反应计算是结构力学的最基本部分，是其他反应计算的出发点。结构在动力荷载作用下的反应叫做动力反应。动力反应分析是结构动力学的内容。

按照结构分析时所取的平衡位置不同分为一阶分析和二阶分析。一阶分析是以结构未变形的几何位置和几何尺寸建立结构的平衡方程式。此时,荷载与结构反应之间存在线性关系,叠加原理有效。一般工程结构的变形,与外力作用点的位置与方向改变相比很小,以结构未变形的几何位置建立平衡方程式进行分析的结果可以满足工程要求。因此,一阶分析常用于工程分析。但是,当结构的变形较大时,就会明显影响外力作用点的位置和方向,或者变形虽然不大,但外力对结构作用的性质却发生显著改变,这时结构的平衡位置必须选取结构变形后的位置,荷载与反应之间呈非线性关系,叠加原理不再适用。这种以变形后的位置建立平衡方程的分析方法叫做二阶分析,又叫几何非线性分析。

按照结构材料对于荷载的反应分为材料线性反应和材料非线性反应。对于线性反应,结构材料的应力与荷载呈线性关系。对于大多数建筑材料,如钢、铝、木、混凝土、岩、土等,在一定的荷载范围内,与线性关系十分近似,用以计算结构反应也不会引起过大的误差。为了充分发挥材料的潜力或预示结构在特殊情况下的性能,还必须对结构材料与荷载之间的非线性反应进行研究。

几何非线性和材料非线性反应分析是结构非线性分析中的两类基本问题,须用计算机进行求解。

结构力学的主要内容是研究结构线性反应计算的原理和方法。

本书的物理力学量采用国际单位制(SI制)。常用的基本量如下:

质量 千克(kg)或吨(t)

长度 米(m)、厘米(cm)或毫米(mm)

力 牛顿(N)或千牛顿(kN)

应力 帕(Pa)、千帕(kPa)或兆帕(MPa)

时间 秒(s)

温度 摄氏度(°C)

结构反应计算应该保证一定的精度。由于内力、反力和位移计算是在结构的几何尺寸、材料的力学性质和荷载作用已知的条件下进行的,因此,反应计算的精确程度首先取决于结构几何尺寸、材料力学性质和荷载等的精度。其次,反应计算的精度与采用的计算简图有关。计算简图越精细,计算结果的精度越高。本书中结构反应的计算是在结构性质、荷载条件和计算简图已知的情况下进行的。因此,分析的精确程度实际上是由以上因素控制的。不顾这些前提条件,盲目地追求计算上的精确度,实际上是没有意义的。为此,笔者对于常用的几何物理量提出以下计算精度水平:

长度:结构杆件长度应精确到1dm,截面尺寸应精确到1cm。这样,位移计算应精确到1mm。

力、力矩、应力:应分别精确到0.1kN,1kN·m和1kPa。

转角精确到度,温度精确到1°C。

第二章 平面体系的几何组成分析

几何组成分析,也称为几何构造分析或机动分析,是以体系的自由度计算和几何组成规则为根据,确定体系的几何形状和空间位置是否稳定的一种分析方法。在建筑工程中,不稳定的体系是不能用以承受和传递荷载的。几何形状和空间位置稳定,就是几何不变。本章讲述体系几何组成分析的基本概念、原理和方法,其目的是判定平面体系的几何不变性,并为后面分析各种结构的组成特点打下基础。

§ 2-1 几何组成分析的基本概念

一、几何不变体系与几何可变体系

这里研究几何形状的变化不考虑材料的应变,因为结构由材料应变引起的形变一般是很小的。图 2-1a 所示体系,若忽略材料应变,则成为一刚性杆的铰结体系。显然,在很小的水平干扰力作用下,体系将发生刚体运动,原有的几何形状不能维持。虚线表示可能发生的刚体位移。如图 2-1b 所示,若在体系中增设一链杆,则体系的形状再也不会改变。施加荷载后,将立即受到弹性抵抗,不能引起刚体位移。如图 2-1c 所示,虽增设链杆,但增设的位置不适当,其几何形状仍是可变的。于是,将杆件体系的几何稳定性分为两类:

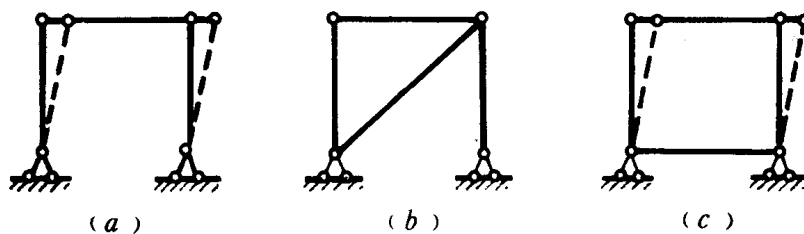


图 2-1

(1) 在不考虑材料应变的条件下,几何形状和空间位置维持不变的体系称为几何不变体系或简称为不变体系。

(2) 在不考虑材料应变的条件下,几何形状或空间位置可以改变的体系称为几何可变体系或简称为可变体系。

由于不考虑材料的应变,一个几何不变体系,无论大小,也无论是局部或整体,分析中均可视为一刚片。所谓刚片,就是指几何不变的平面刚体。

二、自由度

体系的自由度,就是体系运动时可以独立改变的几何参数的数目,也就是确定体系位置所需的独立坐标的数目。

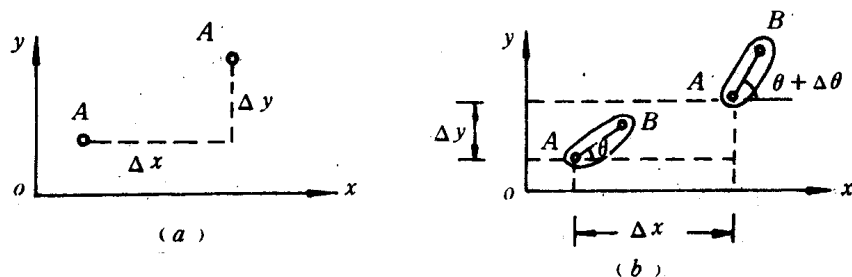


图 2-2

平面上一个点由 A 移动到 A' , 有两个独立坐标 x 和 y 可以改变(图 2-2a), 即有两种独立的运动方式, 所以说, 平面上一个点有两个自由度。

如图 2-2b 所示, 平面内一刚片有左右、上下、转动 3 种独立的运动方式, 所以说平面上—刚片有 3 个自由度。

刚片在平面上的位置, 可由刚片上任一条直线(如 AB)的位置来确定。直线的位置又可由其上任一点 A 的两个坐标 x, y 及直线的转角 θ 来确定。当 x, y 及 θ 一定时, 直线的位置确定, 刚片的位置也得以确定。可见, 平面上—刚片和一刚杆具有相同的运动方式, 在作几何构造分析时, 可相互等效替换。

一般工程结构都是几何不变体系, 其自由度等于零。自由度大于零, 几何可变。

三、约束

减少体系自由度的装置称为约束或联系。各种支座、杆件间的各种联结都是约束装置。

1. 滚动铰支座或链杆的约束作用

如图 2-3a 所示, 平面上—自由刚片 AB , 本应有 3 个自由度, 但由于滚动支座的约束, 只能左右移动和绕 A 点转动, 上下移动的自由度被限制了。所以, 一个滚动铰支座(即一个支杆)等于一个约束。

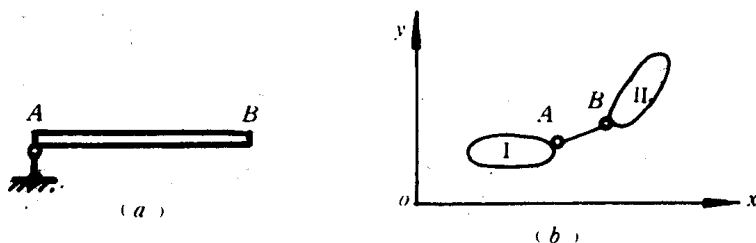


图 2-3

如图 2-3b 所示, 平面上两个自由刚片(刚片 I 和刚片 II), 本应共有 6 个自由度, 但用链杆 AB 联结后, 只有 5 个自由度了。这 5 个自由度是: 两刚片视为整体在平面上有 3 个自由度, 两刚片之间相对运动有 2 个自由度。显然, 链杆 AB 限制了一个自由度。

由上可知, 一根支杆或一根链杆限制一个自由度, 相当于一个约束。

2. 固定铰支座或单铰的约束作用

图 2-4a 所示平面上—刚片, 自由状态时有 3 个自由度, 但由于固定铰支座的作用, 只有