H·M·路多著

天平与秤

中国計量科学研究院
第一力学实验室 譯校

H·M·路多 著

天 平 与 秤

中国計量科学研究院第一力学实驗室 譯校

*

技术标准出版社出版(北京安定門外小黄庄)

(北京市书刊出版业营业許可証出字第114号)

天津市第一印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店經售

*

开本787×1092 1/16 印张15 字数320,000

1966年5月第一版 1966年5月第一次印刷

印数 1—6,100 定价(科六)1.90元

*

統一书号：15169·5-6

内容簡介

本书闡述了实驗室用天平、商用秤（可移动的和固定的）、字盘秤、自动秤和其他形式的秤，主要是各种专用秤等共40余种衡器的理論、結构、操作和检定方法。最后两章講述了关于砝碼和精密衡量法的知識。

本书适用于設計人員、工程技术和生产制造人員、計量器具监督管理机关的工作人員和国家检定員、試驗員、以及在商业、工业和交通运輸业中从事貨物和材料的統計、发付和驗收的人員等，也可供高等和中等技术学校的学生参考。

本书由中国計量科学研究院第一力学实驗室譯校。由于水平所限，謬誤在所难免，希讀者指正。

目　　录

原 序

在国民經济所有各部門，特别是在商业部門中，秤是用以进行貨物和材料的驗收、发付和統計的最重要、最常用的計量器具之一。长期以来，秤的結构是完全适用于以上目的的。但近期来，秤不再仅仅被看做是测定物体质量（重量）的器具了，它也被用来計量产品的制成数量。对秤的新要求越来越多地提出来了：秤做为工艺設备的一个組成部分而被应用在生产过程中；来自交通运输、工业和商业部門的对衡量快速和自动化的要求也越来越强烈。在不少情形中，秤是在执行一个严格的固定职能，甚至根本就不是衡量。例如：用于計算同类物体或零件的个数；用于快速确定制成品是否在规定的重量允差范围以内；用于测定部分产品的含量百分比；用于测定弹簧的弹力等等。目前，生产单位、研究机关和工厂實驗室对衡量結果的精确度和加速衡量过程提出越来越高的要求。

由于設計、工业和商业部門以及教育和科学研究机关的工作人員，經常向作者提出請求，希望指出摆在他們面前的与物体质量（重量）测定有关問題的解决办法，并且为高等和中等技术学校提供重量方面的教材。因此写出本书。

书中除去簡要的理論闡述外，还描述了大量的作者認为是具有代表意义的秤，其中多数是国产的。介紹秤的結构和操作方法，为的是帮助有关单位或个人为达到其目的而选择适用的秤，或者設計新型的，供在相似使用条件下应用的衡器。

衡量精确度的提高，不能单靠以現代化的衡器取代已經过时的旧式衡器，还必须采用專門制定的衡量方法，因此有必要在本书中列入一章对这种方法的叙述。

在實际生活当中，衡量結果通常被称为物体的重量，尽管在这里使用质量这一术語会更正确一些，如同在物理学中那样。

人們对质量和重量这两个概念混淆不清，常常把它們等同起来。为了承認既定的事實，我們广义地用重量这一名詞表示质量。在列出平衡方程式时，运用这一名詞是合理的，因为在这种情形下，重量被理解为力；而在談到衡量結果时，它应当被理解为质量。

本书資料的叙述順序服从于“由簡到繁”的原则。因此，既然講述杠杆秤，自然就会分为单杠杆、双杠杆、三杠杆和多杠杆的秤。这种分类法已經很完备了，但似乎觉得把字盘秤和自动秤分出来各成一組更适宜一些，尽管这两种秤也可以分为单杠杆的和多杠杆的。

作　者

第一章 天 平 理 論

1. 天平的一般特性

天平是一种計量器具，还在远古时代它就已經聞名于世了。是誰創造了天平已无从查考。在荷馬史詩里有关于天平的記載，而它的图像是在巴比伦和埃及的紀念碑中发現的。几世紀前，在許多精密仪器中，天平是最早为人們所熟知的。

天平的改进成为可能只是在1738年彼得堡科学院院士Л.埃勒第一次提出天平理論之后①。天平的主要改进就是：在保証具有足够的坚固性和强度之下减輕横梁本身的重量以及减少各轉动軸的摩擦。起初，为了减輕横梁重量，人們把它做成由二个圓錐体組成的空心結构，后来改成短臂横梁。装在横梁上并使横梁产生摆动的軸，最初是圓柱形，它的两端放在环形的孔眼里。后来改为軸的两端支承在半径比軸大的凹形面上，最后用刀子来代替圓柱形軸，这些刀子被支承在凹面上，而在精密衡量用的天平上，則刀子被支承在平面上。为了防止磨損，而采用瑪瑙来制造刀子和刀承。

在十八世紀末和十九世紀初人們曾經研究了精密衡量的方法，除了成功的解决天平結构之外，用成千次在十八世紀初所能达到的精确比較的方法来提高衡量精度。

結构十分簡单，但是非常精密的天平只具有一个杠杆——横梁；在它的两端吊挂着用以放置被衡量的重物和砝碼的秤盘。固着在天平横梁上的指針对准某种記号或标牌的一定位置，这就是等臂天平。更复杂的秤則具有二个或若干个杠杆的組合，其中一个主要杠杆——叫作横梁，其余都作为承受被秤物体的作用力和传递經过改变后的这种作用力（一般变小）到秤的横梁上去之用。

横梁和杠杆由固紧在杠杆上用淬火鋼或瑪瑙制成的具有銳利刃口的刀子而产生摆动。同时在刀刃上吊挂（借助吊耳和悬杆）或者由它們承托秤盘、斗槽、台板和鉄道台板等，以便放置被秤物体和平衡这些物体用的砝碼。

天平的正确結构和調整的結果具有稳定性，正确性，灵敏性和不变性。

天平的稳定性 天平的稳定性被理解为在天平受到扰动后能够自动回到它們的初始平衡位置的能力。現在来研究天平稳定性的条件。

为了推导一般結論，取横梁为任意形式的杠杆MN 。令它的支点位于O 点。杠杆的重量R作用于它的重心C点（图 1）

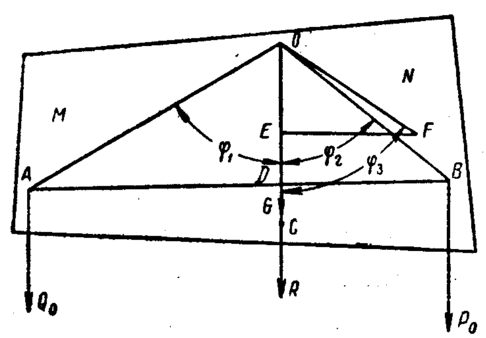

图 1 天平稳定性条件示意图

① Disquisitio de balancibus auctore. Записки С.-Петербургской Академии Наук, Т. X, 1738.

令在A和B点的作用力Q_0和P_0代表吊挂在横梁上的两秤盘的重量，进一步假設，横梁附有重量为G的可沿刻度标尺EF移动的游碼，此砝碼正处在支点以上的标尺的开始点E上。

使A，B和F点同O点以及使A和B点之間相互联結。由支点O引一垂綫与AB直交于D点。

用下列符号表示图1中的角和綫：

$$\varphi_1=\angle AOD \qquad a=AO$$
$$\varphi_2=\angle BOD \qquad b=BO$$
$$s=CO$$
$$\varphi_3=\angle EOF \qquad m=DO$$
$$l_1=OF$$
$$n=OE$$
$$l=EF$$

現在假設秤盘Q_0和P_0从横梁上摘去，那么，从力学知道，杠杆MN类似一个固定在軸上的任意自由物体，經过一系列摆动之后使自己达到靜止状态，这时它处于这样的位置，即它的重心C位于通过支点的垂直綫上，也就是在OD的延长綫上。既然力G作用于通过支点的垂直綫上，因而它对杠杆的影响，正如杠杆本身的重量一样，是紧压在支点上，而不会使杠杆产生轉动，因为它的力矩等于零。

現在假設重新加力Q_0和P_0于A和B点。

为使横梁停留在原来的平衡位置，必須使Q_0和P_0力的力矩总和为零，亦即必須：

$$Q_0 a\sin\varphi_1-P_0 b\sin\varphi_2=0 \qquad (1.1)$$

这种可能性只有当下列条件得到滿足时才能成立

$$Q_0:P_0=b\sin\varphi_2:\ a\sin\varphi_1 \qquad (1.2)$$

假設由于两臂的$b\sin\varphi_2$和$a\sin\varphi_1$不相适应，而使这个条件得不到滿足，那么，横梁将相对于原来位置偏轉一个角度α，亦即到达A_1OB_1位置，如图2虛綫所表示的。

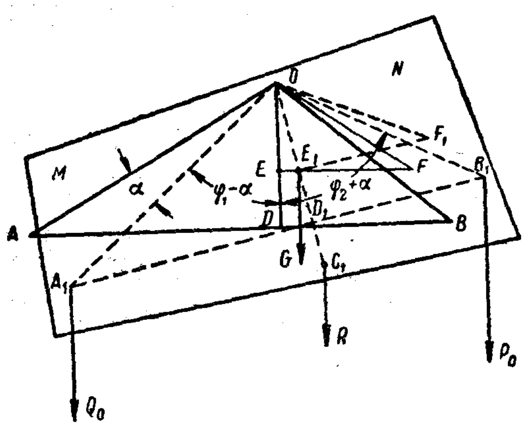

图2　天平灵敏度和稳定性条件示意图

写出在新的位置上横梁平衡方程式：

$$Q_0 a\sin(\varphi_1-\alpha)-P_0 b\sin(\varphi_2+\alpha)-Rs\sin\alpha-Gn\sin\alpha=0 \qquad (1.3)$$

上式改写后得：

$$Q_0 a\sin\varphi_1\cos\alpha-Q_0 a\cos\varphi_1\sin\alpha-P_0 b\sin\varphi_2\cos\alpha-P_0 b\cos\varphi_2\sin\alpha-Rs\sin\alpha-Gn\sin\alpha=0 \qquad (1.4)$$

考慮到在真实的横梁上，角φ_1和φ_2总是接近90°。因此取

$$\sin\varphi_1=\sin\varphi_2=1$$

不会有很大的誤差。

其次，从图 1 很容易看出，$a\cos\varphi_1$和$b\cos\varphi_2$分别等于$OD=m$，亦即

$$a\cos\varphi_1=b\cos\varphi_2=m$$

取上述等式，改写方程式（1.4）如下：

$$Q_0 a\cos\alpha-Q_0 m\sin\alpha-P_0 b\cos\alpha-P_0 m\sin\alpha-Rs\sin\alpha-Gn\sin\alpha=0$$

或

$$(Q_0 a-P_0 b)\ \cos\alpha-[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]\sin\alpha=0 \qquad (1.5)$$

假設横梁傾角增大到β。横梁新状态的数学表述有如下列不等式：

$$(Q_0 a-P_0 b)\ \cos\beta-[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]\sin\beta\neq 0 \qquad (1.6)$$

在这种情况下，由于作用在横梁上的力矩总和不等于零，所以横梁不会停留在新的位置，而要回到原先的位置。

从方程式（1.5）中确定（Q_0a-P_0b）之差，并将这个差数代入不等式（1.6）中。則得

$$[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cos\beta-[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]\sin\beta\neq 0$$

或

$$[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cos\beta-\ \sin\beta\right)\neq 0$$

最后

$$[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha}\neq 0 \qquad (1.7)$$

这个不等式叫做恢复力矩。

可以看出，按照横梁的结构要求角α总是小于90°，即$\alpha<90°$，因此$\cos\alpha>0$。

这就表明，为使横梁恢复到原来平衡位置，必须使下列条件得到滿足

$$[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]>0 \qquad (1.8)$$

事实上如果不等式（1.8）成立，则当横梁傾角 $\beta>\alpha$ 时，式（1.7）所示的力矩总和为负号，横梁开始向趋近α角的一边轉动，也就是角β在沒有回到 α 值以前要縮小；而在$\beta<\alpha$的情况下，（1.7）式力矩总和为正号，横梁向增加β角的方向轉动直到等于 α 为止，也就是横梁要回到自己的初始位置。因此，不等式（1.8）实际上表示天平的稳定性条件。

由$[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]$可以看出Q_0，P_0，R和G——都是正的；m，s和n 随着横梁結构而可能具有不同符号。在图 1 上D，C和E点分布在支点O之下，在此情况下，m，s和n的值是正的。如果D，C和E点分布在横梁支点O之上，則m，s和n为負号。但是，上面指出，天平稳定性的条件要求$[(Q_0+P_0)m+Rs+Gn]$的总和为正。

现在研究各个参数对天平稳定性的影响。

天平上的可移动砝碼的标尺通常是这样安置的，即使砝碼的重心 G落在通过支点刀刃的水平綫上；在此情况下$n=0$，因而不等式（1.8）中Gn項消失，而不对天平的稳定性发生影响。

骑碼标尺常常按类似上述要求来安置的（参閱第43頁），这里骑碼代替了可移动的砝碼。但是不少骑碼标尺安置在横梁上沿，这时n值可看作是負的，因而乘积Gn也具有負符号。

横梁重心可能位于支点之上，与支点重合或者在支点的下面。如果重心在支点之上，則S值——横梁重心与支点的距离——为負的，此时为了保持横梁的稳定性在

$$[(Q_0+P_0)m-Rs+Gn]$$

中必須是

$$|(Q_0+P_0)m+Gn|>|Rs|$$

如果此时m的值——刀子之間的透光——也是負的或者等于零，則这台天平的状况是不稳定的，因为在这种情况下

$$[-(Q_0+P_0)m-Rs+Gn]<0①$$

而具有不稳定平衡状态。

如果横梁重心与支点重合，也就是$S=0$，則天平稳定性依m值而定。当m为正时，而$[(Q_0+P_0)m+Gn]>0$，天平将处于稳定平衡；如果m值为負的，也就是重点刀刃联綫經过支点刀刃的上方，天平失去了平衡。必須指出：当刀刃联綫通过所有三把刀刃时，也就是$m=0$，那么，在$n=0$时，（1.8）式中所有各項都是零，則天平横梁作任何傾斜都将保持平衡，亦即处于随遇平衡状态。

如果重心位于支点綫的下方，亦即$S>0$，則当m为正时，无論天平是空載或在該天平秤量范围內具有任意載荷时都将保持稳定。当m为負值时，只有在$(Q_0+P_0)m$的絕对值小于力矩Rs的值时，天平才是稳定的，这时

$$|Rs|>|(Q_0+P_0)m|$$

由上所述，可以得出天平稳定性主要随横梁的重心位置而定的結論。S值愈大，亦即重心在支点下面愈低，天平愈稳定②。

天平的正确性 天平的正确性指杠杆各臂具有正确固定的比值而言，例如，等臂天平的两个臂的数值必須是一样的。如果天平是不等臂的，亦即在这种天平上按照結构要求一个臂为另一臂的5倍或10倍，則两臂的这一比值必須保持固定。

事实上，若横梁是等臂的，把相同重量的砝碼置于秤盘上，此时横梁将处于平衡，因为在这种情况下力矩总和等于零。如果两臂的长度彼此不相等，則看不到平衡，天平臂长的那一边的秤盘的重量較大（就是說力矩較大）。在这种天平上衡量的結果包含有誤差。誤差的数值和符号依在那一个秤盘放置被衡量的物体和在那一个秤盘放置砝碼而定。

除了制造不正确外，对臂长的改变有相当大影响的原因之一，乃是它們受到不均匀的加热。

下面的計算証明这个情况。

假設在分析天平上衡量物体的时候，由于一边受热，横梁右臂的溫度平均比左臂高

①后面（第11頁）将談到力矩Gn对天平稳定性不发生影响。

②m和n的数值通常或者等于零，或者它們的絕对值很小，因此$(Q_0+P_0)m$和Gn的总力矩总是小于Rs。

0.2°C。用R表示横梁重量，a表示臂长和Q表示每一秤盘荷重。为了簡化計算，进一步假設横梁为正矩形，沿着横梁全长的断面都是一样的。那么，横梁每一臂的重量将集中在位于距支点$\frac{a}{2}$的重心上。由于右臂受热而加长，使这一边的力矩比左边的为大，如果衡量开始时，横梁处于平衡状态，则此时为了恢复平衡須在天平的左盘加放重物x。

在此情况下横梁的平衡方程式如下：

$$\frac{R}{2}\cdot\frac{a}{2}+(Q+x)a-\frac{R}{2}\cdot\frac{a(1+\alpha\Delta t)}{2}-Qa(1+\alpha\Delta t)=0 \qquad (1.9)$$

此处 α——横梁材料的热膨胀系数；

Δt——右臂溫度的增量。

解方程式中的x，就可找出使天平恢复平衡状态所需的重量值等于：

$$x=\frac{\left(\frac{R}{2}+2Q\right)}{2}\times\alpha\Delta t$$

如果$R=128$g，$Q=100$g，$\alpha=0.000019$（黄銅横梁）和$\Delta t=0.2°$C，则

$$x=\frac{64+200}{2}\times0.000019\times0.2=0.0005\text{g}$$

或0.5mg，而分析天平的灵敏度可以有把握地测出0.2mg的重量差。

因此，横梁的一个臂受到不大的加热就足以导致衡量結果的不正确。此时，誤差的数值可超过天平所能察覚的重量差达数倍之多，如果这时我們不知道天平不正确，而按照平衡砝碼的重量称出物体的重量，由此造成的比物体实际重量大或小的不正确概念，依在衡量时在那一个秤盘上放置物体和在那一个秤盘上放置砝碼而定。由此可見，我們必須对防范天平受溫度影响給以严重的注意。

横梁的一臂因受热0.2°C而延伸的长度由下式求得：

$$a_t=a_0(1+\alpha\Delta t)$$

分析天平的臂长一般为70mm。

$a=70\ (1+0.000019\times0.2)\ =70.000266$mm.

亦即受热后臂約伸长0.0003mm，或0.3μ。

由此可見，为要得到等臂，需要高度精确的調整技术，这就需要丰富的經驗。

由于实际上不可能得到完全相等的臂，因此苏联部长会議标准、量具計器委員会規定了允許誤差，它的数值对衡量結果是微不足道的。例如，秤量为200g的分析天平，不等臂誤差允許等于最大載荷的2.5×10^{-6}。

由上所述不难得出結論，正确性的特征是：天平在空載时和在承載等重的物体时，其平衡位置相同。这就是說，在这两种情况下，系挂秤盘的两重点联綫与通过支点的水平綫所构成的角度相同。

可見，正确的天平，必需符合上述条件。

回过头来看方程式（1.4），它表示不等臂空横梁的平衡条件。用 $\cos\alpha$ 除这一方程式，并取等式

$$\sin\varphi_1=\sin\varphi_2=1\text{和}a\cos\varphi_1=b\cos\varphi_2=m$$

而有:

$$Q_0a-P_0b-(Q_0m+P_0m+Rs+Gn)\ \mathrm{tg}\alpha=0$$

由这一方程式求解$\mathrm{tg}\alpha$，得:

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{Q_0a-P_0b}{(Q_0+P_0)m+Rs+Gn}$$

最后，令$m=0$，得

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{Q_0a-P_0b}{Rs+Gn} \tag{1.10}$$

我們記得，角α 就是系挂秤盘后横梁的靜止位置。現在要写出当在秤盘上放置彼此相等的重物Q和P时横梁的平衡方程式。由于两臂不相等，到达平衡时的横梁将不再停留在与水平成α 角的位置，而是达到新的傾斜位置，此时傾角为γ 。

因此，新平衡位置的方程式为:

$$(Q_0+Q)\ a\sin\ (\varphi_1-\gamma)-(P_0+P)b\sin\ (\varphi_2+\gamma)-Rs\sin\gamma-Gn\sin\gamma=0$$

展开括号，用$\cos\gamma$除全等式

經整理化简得:

$$(Q_0a+Q_a-P_0b-P_b)-(Q_0m+Qm+P_0m+Pm+Rs+Gn)\mathrm{tg}\gamma=0$$

由此求得 $\mathrm{tg}\gamma$ 为:

$$\mathrm{tg}\gamma=\frac{Q_0a+Q_a-P_0b-P_b}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn} \tag{1.11}$$

按照題設 $Q=P$，所以用 P 代替 Q，上式可改写为

$$\mathrm{tg}\gamma=\frac{Q_0a+Pa-P_0b-Pb}{(Q_0+P_0+P+P)m+Rs+Gn}$$

或

$$\mathrm{tg}\gamma=\frac{P(a-b)+Q_0a-P_0b}{(Q_0+P_0+2P)m+Rs+Gn}$$

如果横梁两臂相等，亦即 $a=b$，而且像以前一样，取 $m=0$，最后得:

$$\mathrm{tg}\gamma=\frac{Q_0a-P_0b}{Rs+Gn}$$

将上面 $\mathrm{tg}\gamma$ 的表示式同 (1.10) 比較，可以看出，它們的右項相等，因此它們的左項也必定相等，亦即 $\mathrm{tg}\gamma=\mathrm{tg}\alpha$，而角 γ 等于角 α 。

因此，当在天平秤盘上放置相等的重物时，正确的天平总是停留在与秤盘上沒有載荷时相同位置的。

不难指出，正确天平的横梁停止在水平位置。事实上，如果两秤盘的重量相等 ($Q_0=P_0$)，而两臂也相等 ($a=b$)，則下式右項的分子

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{Q_0a-P_0b}{Rs+Gn}$$

相消而为零。

于是 $tg\alpha=0$，此时角 α 为零，这就是說横梁处于水平位置。

天平的灵敏度 所謂天平灵敏度乃是天平覺察出置于两秤盘上的重物的重量差的性能，不管这种重量的差异是由于在两重物之一加上小重物而产生，或者是由于在秤盘上的两重物彼此不相等的緣故①。天平能够察覺的重量差愈小就愈灵敏。

以上情况也可以用另一方式来表述：天平越灵敏，則在同一个額外負載的作用下，它的指針的偏轉角就越大。

我們回过头来看公式（1.11），并应用我們曾經确立的角 γ 和角 α 的等式，将公式（1.11）改写为：

$$tg\alpha=\frac{Q_0a+Q_a-P_0b-Pb}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn}$$

如果天平是等臂的，則 $a=b$，而公式可以写成下列形式：

$$tg\alpha=\frac{[(Q_0+Q)-(P_0+P)]\times a}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn}$$

式中右項分子乃是横梁左右两臂吊挂的重物的重量差(秤盘連同荷重)。倘若以不大的重物 p 当作这个差数，亦即认为

$$(Q_0+Q)-(P_0+P)=p$$

則以 p 代替 $(Q_0+Q)-(P+P_0)$ 的差，得：

$$tg\alpha=\frac{pa}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn}$$

考虑到在一般情况下横梁的傾斜是很小的，因此，$tg\alpha\doteq\alpha$：

$$\alpha=\frac{pa}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn} \tag{1.12}$$

取 $tg\alpha=\frac{n\lambda}{l}$，

此处 n ——在重物 P 作用下指針沿标牌移动的分度数；

λ ——标牌每一分度长，以毫米計；

l ——从支点刀刃到指針尖端的长度，以毫米計。

用 $n\lambda$ 和 l 来表示角 $tg\alpha$：

$$\frac{n\lambda}{l}=\frac{pa}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn}$$

在等式的两边乘以 l：

$$n\lambda=\frac{pal}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn} \tag{1.13}$$

倘若用 P 除等式（1.12）和（1.13），則得：

$$\frac{\alpha}{p}=\frac{a}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn} \tag{1.14}$$

和

---

①在这种情况下把天平看做是等臂的。

$$\frac{\alpha\lambda}{p}=\frac{al}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Rs+Gn} \qquad (1.15)$$

式（1.14）和（1.15）乃是 OCT7636所确认的灵敏度的数学公式。根据 OCT 的規定，任何测量仪器的灵敏度是該仪器的指示器的角位移或綫位移与引起这种位移的被测值的改变量 p 之比。

在秤上指示器就是它們的指針（等臂秤和字盘秤），横梁的末端（不等臂秤）和"凹槽"（案秤）等，而被測值就是被衡量的物体。倘若用砝碼来平衡被秤量的物体，我們在两秤盘之一的上面添加小砝碼 p，則秤就要离开平衡位置而偏轉一个小角度，到达新的平衡位置，此时指針尖端（或横梁的末端，凹槽）移动若干路程（在具有标牌的情况下則是移动了若干个分度）。

因此，对于天平来說，灵敏度的定义可用另一种方式来表述：天平的灵敏度乃是指針沿着标牌所作的綫（或角）位移与在一个承重盘上所添加的质量之比。

式（1.14）和（1.15）的左項表示灵敏度的定义；这些式子的右項表示天平的灵敏度是由那些参数来决定的。

現在来研究，这一或那一参数的改变怎样影响灵敏度，改变多少，对提高天平的灵敏度更有利。

在分数的分子中有 a 值——横梁的臂长。由此很容易作出結論，灵敏度的增加正比于臂长的增加。这正是上一世紀八十年代以前人們所公认的，而 Д. И. 門捷列夫和 В. Л. 契尔劈切夫指出了长臂的横梁并不能給天平的最大灵敏度提供有利条件。假設在公式（1.14）中，数值 m 和 n 等于零，那么这个公式具有下列形式：

$$\frac{\alpha}{p}=\frac{a}{Rs}$$

由此得出，天平所能感覚到的最小荷重等于

$$p=\alpha S\frac{R}{a}$$

因此，能够观察得出的傾角 α 越小，横梁重心与支点的距离 S 和分数 $\frac{R}{a}$ 越小，亦即横梁的重量与臂长的比值越小，則天平的灵敏度就越高。这些比例数值彼此間有联系：臂越长，横梁重量也越重，而且随着臂的伸长而引起的横梁重量的增加比臂长的增加更快。因此，随着臂的增长天平的灵敏度并不增加而是降低。这也可以从公式（1.14）看出，在式中横梁重量 R 出現在分母中；由于分母增大使分数变小，因此，天平的灵敏度降低。

但是在有一种情况下，灵敏度将比例于臂长的增长而增加。这只是在横梁重心与支点相重合时才有可能，亦即在这种情况下，$S=0$。那么在公式（1.14）中力矩 Rs 等于零，公式具有下列形式：

$$\frac{\alpha}{p}=\frac{a}{(Q_0+Q+P_0+P)m+Gn}.$$

既然在公式中不出現横梁重量 R，那么天平的灵敏度将随着臂的增长而增加若干

倍。但是这种天平呈現了較小的稳定性。在研究天平的稳定性条件时，我們巳指出，天平的稳定性主要依力矩 Rs 的数值而定，S 越大，天平越稳定。因此不允許制造重心与支点相重合的天平。

回头看公式（1.14）。在公式的分母中引入 $(Q_0+Q+P_0+P)m$，此处Q_0 和 P_0 是两秤盘的重量，而 Q、P——是置于秤盘上的两重物的重量，因此我們必須得出結論，即荷重对天平的灵敏度有影响：秤盘和置于其上的重物越重，天平的灵敏度就越低。供衡量大重物用的秤不可避免地具有大的承受荷重的机构（秤盘，台板），因而降低了秤的灵敏度。所以在設計秤的时候必須注意这一情况，即不要使承重机构的尺寸无謂地加大而增加它們的重量。

为了精密衡量的目的，我們要求天平的灵敏度不依荷重而改变。如果横梁上的三把刀刃在一条直綫上，亦即此时的 $m=0$，則对秤的这个要求可以得到滿足。在这种情况下力矩 $(Q_0+Q+P_0+P)m$ 等于零，而使天平在各种荷重下都具有同样的灵敏度。

但是經过一个时期，由于各刀子在荷重的作用下磨損，它們的刃口之間終于又出現“透光”，而使天平的灵敏度又隨荷重而改变了。为了避免产生这种現象，人們有时把承重刀子作这样的安置，即使它們的工作刃联綫稍高于支点刀刃。这样，刀子在荷重的作用下逐漸磨損，則它們的工作刃将趋近于一直綫。这是錯誤的假設，实际上，在某种載荷下各刀刃可以在一条直綫上，但在較小的載荷下承重刀子的刀刃則总是稍高于支点刀刃，因此天平将表現为稳定性小，甚至是不稳定的。反之，在大載荷下天平将是稳定的，但是它的灵敏度降低。

不使各刀子之間存在“透光”，这不仅是由于在这种情况下天平的灵敏度要隨載荷而定，而且当存在“透光”时，横梁的摆动将受到系挂在其上的秤盘的影响：如果秤盘晃动（不同程度的晃动总是有的），則横梁的正常摆动就被破坏——横梁受到拉扯，这种現象在观察天平的摆动时很容易看出。

因为在刀子具有足够的硬度和小心地使用的情况下，天平刀子的磨損比較慢，所以把各刀子安置在一条直綫上，可以保持很长时間使天平的灵敏度不隨載荷而变。

如上所述，可以得出結論，即改变 S 和 m 的数值将严重地影响到天平的灵敏度：縮小 S 和 m 的值，天平的灵敏度就提高；在調整天平的时候，通常都利用这些因素（主要是改变 S 的数值）。但是不应該忘記，減小 S 和 m 的值会降低天平的稳定性。

因此，必須指出，用上述方法来提高天平的灵敏度只能达到众所周知的限度。灵敏度的进一步提高只有依靠改进仪器本身的性能才有可能。

在公式（1.14）的分母中引入由可移动的砝碼（在带有天平横梁型式的不等臂秤上）或者騎碼（在分析天平，驗油天平和若干其他天平上）的重量所产生的力矩 Gn，要求天平的灵敏度不隨砝碼的移动而变，因而要这样来安置砝碼，即使它的重心处在通过支点刀刃的水平綫上。这时 n 和 Gn 都等于零，因而不影响横梁的灵敏度。同样的，在分析天平上要使騎碼标尺的上沿与通过支点刀刃的水平綫处于同一水平上。在騎碼标尺刻在横梁上沿的情况下，騎碼的力矩 Gn 具有负号。由于力矩 Gn 与横梁重量的力矩相比較为甚小，所以这个力矩对天平灵敏度的影响不大，因而在評价天平灵敏度时可以忽略不計。

在以 Д. И. 門捷列夫命名的全苏計量科学研究院中 Н. А. 斯米尔諾娃所作的实驗确定，选择适当的材料制作刀子和刀承可以提高天平的灵敏度；支点刀承的材料越硬，天平的灵敏度越高。

实驗表明，天平灵敏度和刀子与刀承接触部位的作用力有关。这些力与弹性力相似。制造刀承的材料硬度降低，就要增大天平的稳定性力矩。用同一把鋼制的刀子，天平的稳定性力矩和灵敏度随刀承材料而改变的情况如下（表1）。

天平稳定性力矩和灵敏度与刀承材料的关系 表1

支点刀承材料	稳定性力矩 M (g-Cm)	灵敏度 E (弧度/毫克)
刚玉	2.953	0.00657
瑪瑙	4.238	0.00445
淬火鋼	5.250	0.00348
不銹鋼	11.673	0.00216
黄銅	12.594	0.00168

天平示值的不变性 天平示值的不变性是指天平在同一个重物作用下其各次的平衡位置相重合而言。

如果在同一台天平上使用同一組砝碼，接連衡量任意物体若干次，人們自然期望每一次都得到同样的結果。事实上在进行多次衡量时我們几乎从未得到精确重合的結果——虽然相差的数值很小，但是結果是彼此不相同的①。

天平变动性的主要原因是作用在横梁上的力矩改变，首先是由于溫度变化而引起的两臂长度的改变。詳細研究天平正确性条件，我們知道，两臂之一有微小的受热(0.2°C)，可以使衡量結果产生誤差（达0.5mg）。看看在这时臂的相对变化是怎样的。

使方程式（1.9）变成下列形式：

$$a\left(\frac{R}{4}+Q+x\right)=a(1+\alpha\Delta t)\left(\frac{R}{4}+Q\right)$$

式中 a——左臂的长度；

$a(1+\alpha\Delta t)$——右臂在受热后的长度。

由此，变上式为受热后两臂的比例式：

$$\frac{a(1+\alpha\Delta t)}{a}=\frac{\frac{R}{4}+Q+x}{\frac{R}{4}+Q}$$

将数值代入等式右項②，得：

$$\frac{a(1+\alpha\Delta t)}{a}=\frac{32+100+0.0005}{32+100}=1.000004$$

因此，臂比的改变虽然微不足道，但已十分明显地产生衡量誤差了。

①一般重复衡量結果微不足道的差数有时甚至是我們所希望的，因为这証明天平有足够的灵敏度。反之，多次衡量結果相重合，可能証明天平灵敏度不够。

②見第7頁。

为了避免刀子与刀承互相冲击和滑动而磨鈍，因而每一次将重物和砝碼放置在秤盘上时，都要隔离天平，此时刀子与刀承脱离。当我們在对問題作理論上的探討时，我們假設各刀子的刃口是一条直綫，刀承的表面是平面。事实上各刀子的刃口具有复杂得多的形状，因为沿它的纵长具有微小的裂痕，孔隙和其他缺陷。由于在隔离装置上有不可避免的間隙，所以每当刀子与刀承重新接触时，刀子落到刀承上的新部位，由此臂的原来比例就改变了。图3是用以解释上述現象的。物体D表示一个承重刀子，支持着上面的刀承。当刀承处于水平位置时，与刀子沿A綫相接触，当横梁傾斜时，接触綫就移到B和C（接触綫方向与刀子D的刃口纵长相同——垂直于图紙的平面）。

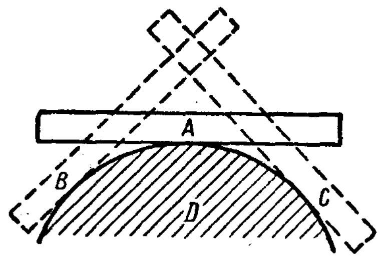

图3 天平制动时刀与刀承接触位置的改变

实际情况比上述現象还要复杂得多，因为当把支点刀子放置于刀承上和把吊环放在承重刀子上时，刀和刀承彼此都变了形。这样，刀与刀承相接触就不是一条綫，而是不規則的面。在横梁摆动时，这些面向着横梁傾斜的一边移动，而空出了邻接的地方。于是就失去了臂的界限，也就是說不能保持臂的比值。

横梁的臂比也可能因放置在秤盘上的重物的位置改变而改变，如果横梁上各刀子安装得不互相平行的話。例如，这种情况在具有长的刀子的案秤上表現得尤其明显。

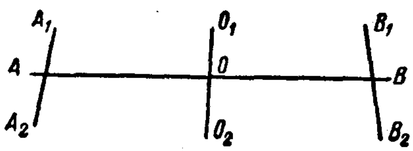

图4 三把刀的不平行性

图4表明从上面观察案秤横梁系統的形状。如果在平面上，通过各刀口的中点亦即在点A，O和B测量横梁臂长，則臂AO和OB彼此間相等，亦即$AO=OB$。当在秤盘上放置的等重砝碼落在这些点上时，秤就处于平衡。但是如果将砝碼移到秤盘的边沿，則它們对刀子的作用将落到刀的两端，例如在点A_1和B_2，显然，力矩就不相等，因为臂A_1O_1比臂O_2B_2为短。因此，当刀子間不互相平行时，秤的示值由置于秤盘上重物的重心位置而定。为了証实各刀子間互相平行情况，建議在检定天平时移动秤盘上的砝碼，使它們的作用力位于刀子的这一端和那一端。

当沿刀刃纵长移动重物的重心以改变力矩来检查各刀子的平行性时，可借助在調整分析天平和其他天平时使用的名叫检查吊耳这个东西。这种吊耳（图5）具有三个凹槽A，B和C。在各刀子互相平行的情况下，将砝碼由这个槽移挂到另一个槽，天平的平衡位置不变；否則，当砝碼从这一槽移挂到另一槽后，横梁就要傾斜。

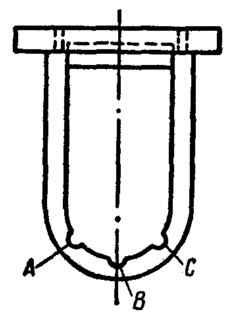

图5 检查吊耳

天平示值的改变还有另一种原因，即如果各刀子鑲在横梁上不够牢固的話。刀子因鑲得不牢固而在刀集中晃动，在这种情况下臂长就要改变，因而改变这个臂上的力矩。

横梁和杠杆的坚固性和强度不够也会引起天平的示值变动。如果横梁或杠杆在載荷的作用下变形，那么，很淸楚，由于变形而改变了臂的数值。例如，在等臂天平上示值