

'97全球华人计算机教育应用大会论文集
Global Chinese Conference on Computer in Education

(1997年5月, 广州)

计算机教育应用与教育革新

李克东 何克抗 主编



北京师范大学出版社

'97 全球华人计算机教育应用大会论文集
Global Chinese Conference on Computer in Education

(1997 年 5 月, 广州)

计算机教育应用与教育革新

李克东 何克抗 主编

北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

计算机教育应用与教育革新: '97 全球华人计算机教育应用大会论文集/李克东, 何克抗主编. —北京: 北京师范大学出版社, 1997. 5

ISBN 7-303-04451-5

I. 计… II. ①李…②何… III. 计算机辅助教学-研究-文集 IV. G434

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 09222 号

北京师范大学出版社出版发行

(100875 北京新街口外大街 19 号)

北京师范大学印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本: 787×1092 1/16 印张: 31.75 字数: 803 千

1997 年 5 月北京第 1 版 1997 年 5 月北京第 1 次印刷

印数: 1—1000 册

定价: 50.00 元

第一届全球华人计算机教育应用大会
组织机构及其组成人员名单

大会主席： 陈德怀

指导委员会

委 员：(排名不分先后)

陈德怀	邱贵发	林建祥	李克东
林晓冬	吕赐杰	杨玮琦	

程序委员会

主 任： 何克抗

副主任： 郑晋昌 林晓冬

委 员：(排名不分先后)

李树芳	吴世辰	武祥村	王 洪	陆汝铃
林建祥	邓立言	王本中	万嘉若	张际平
王吉庆	李克东	屈大壮	傅德荣	刘甘娜
苏建志	张世正	袁充文	孙春在	周 倩
计惠卿	施郁芬	吴正已	杨家兴	林奇贤
徐新逸	邱贵发	胡锦涛		

Kwok-Keung Yum

Dong Mei Zhang

Wing K. Au

Fong-Lok Lee

M.C. Lee

Kwok-Wing Lai

Yam San Chee

Jim Mee Ng

Victor Der-Thang Chen

Steve Shi-Hong Chen

Chia-Jer Tsai

Jianping Zhang

Mei-Yan Lu

组织委员会

主 任： 颜泽贤

副主任： 李克东 周麓声

88
A15 84/01

前 言

本书是首次全球华人计算机教育应用大会(Global Chinese Conference on Computer in Education, 简称 GCCCE97)的论文选集。

GCCCE97 是在国际计算机教育促进会(AACE)亚太分会(Asia-Pacific Chapter)主席陈德怀先生的倡议下召开的,会议的目的是为了给全球从事教育科学、认知科学、计算机科学及其计算机在教育中应用的华人科学家们提供一个相互交流经验、共同探讨并研究问题的机会。大会将致力于广泛探讨与计算机教育应用研究有关的理论、技术与实践问题。

本次大会的主题是多媒体、智能教学系统和基于网络的学习在教育革新中的作用。

多媒体技术教学应用是当前教育技术普遍关心的一个热点问题。它是把教学内容按人类联想方式组织教学信息,以文本、图形、图像、动画、视频影像和声音等多媒体方式显示教学信息,借助友好的图形人机交互界面,让学习者通过交互操作进行学习。它为人类生活和教育创造出一个崭新的教学环境。在这种新型的教学环境中,多媒体信息显示为学习者提供多样化的外部刺激;超媒体联想式的非线性信息组织结构为学习者提供多种多样的探索知识的途径;友好的图形化交互界面,为学习者提供良好的参与环境,有利于激发学习者的学习积极性。如何设计、开发、有效应用多媒体技术革新教学环境、教学模式、教学方法,革新教材的观念和形式,革新教学理论,这是计算机教育工作者共同关心的问题。

智能化教学系统,是从 70 年代开始的一种计算机教育应用的模式,这种模式是以人工智能、认知科学和思维科学为理论基础,通过研究人类思维的特征和过程,探索人类学习过程的认知规律,通过设计智能化计算机辅助教学(ICAI)系统,使学生通过个别化自适应性的学习以获得知识。借助智能教学系统,学生将得到与人类优秀教师相媲美的辅助教学,它可以了解每个学生的学习能力、认知特点和当前知识水平;它可以根据学生不同的特点选择最适当的学习内容和教学方法,并可对学生进行有针对性的个别指导;它可以允许学生用自然语言与“计算机导师”进行人机对话。如何在教育技术领域引入人工智能技术,建造优秀的智能教学系统(包括研究有效的知识表示、建立学生模型、对学生错误进行自动诊断和提供良好的自然语言接口等等),特别是如何把多媒体技术和人工智能技术结合起来,以建造智能多媒体教学系统等课题,已成为当前国内外计算机教育工作者关注的问题。

当今世界,计算机网络化的热潮正席卷全球。国际互联网络(Internet)的出现,成为人类进入信息化社会的重要标志之一。其来势迅猛,不可阻挡,影响深远,它将改变全人类的学习方式、工作方式乃至整个生活方式。全球信息网络将为学习者提供开放的环境,在这种环境中,人类将不受时间、空间和地域的限制。教学信息通过网络传播到社会每一个角落,在新的教育体制下,每个人都可以得到学习的机会,得到一流学科教师的指导,可以获得世界任何地区的图

书资料。在这种网络的环境下,既可以进行个别化教学,也可以进行协作学习。如何利用这种开放的教学环境探索并建立一种新的教育体制与教学模式,这是计算机教育工作者面临的新任务和新课题。

21 世纪即将到来,教育革新和发展已是全世界共同面临的任务,应用现代教育技术,寻求如何在未来的发展中能拥有人才的优势,这是各国政治家、科学家和教育家共同关注的重大议题。计算机技术在教育中的应用,尤其是多媒体技术、人工智能技术和互联网络技术的问世,标志着信息技术一次新的革命性飞跃。它给人类带来深刻的影响,同时也对传统教育的各个方面,包括教育思想、教育观念、教育体制、教育内容,特别是教育方式和教育手段将产生极大的影响。这些计算机教育应用的理论和实践问题正是本次大会关注的另一个重要问题。

为此,大会将就超媒体、智能教学系统和基于网络的学习以及教育革新等热点问题进行广泛的讨论,并将特别关注在中国传统文化与伦理之下,现代计算机及网络技术给中国文化以及给中国教育所带来的影响,以期为今后中国计算机教育应用的研究与实践提供借鉴。

本次大会由国际计算机教育促进会亚太分会(AACE /APC)组织,由全国计算机辅助教育学会、全国中小学计算机教育研究中心协办,由华南师范大学承办。自会议征文通知发出以来,得到世界各地华人的广泛响应,通过邮寄或 E-mail 投送了 100 多篇论文,论文作者包括大陆、台湾、香港、新加坡、美国等地的华人学者。论文反映了当前华人科学家们研究和应用的现状、发展趋势以及当前存在的问题。本论文集集中的文章是从大量的应征论文中,经认真评审、筛选出来的。论文涉及的领域十分广泛,主要包括计算机教育应用的理论和方法、多媒体计算机教育应用、人工智能和智能教学系统、网络及其在教育革新中的作用、计算机在学科教学中的应用等部分。在大会上还要就终生教育、远距离教育、信息技术用于中文和有关软件开发的教育理论问题进行专题的讨论。

这次大会是世界各地从事计算机教育应用的华人教育家、科学家的一次聚会,是一次交流学术观点、互相学习、共同探讨的好机会,我们期待将会有更多的机会相聚,为共同发展计算机教育应用,革新教育这一伟大事业作出贡献。

在会议的筹备过程中,会议主席陈德怀先生和指导委员会与程序委员会的负责人林建祥、邱贵发、杨玮琦、林晓冬、吕赐杰、郑晋昌等一直对会议的筹备工作给予热情的关注和指导,提出了许多有益的建议,使会议筹备工作得以顺利进行。此外,华南师范大学赵纳新,北京师范大学王安琳为大会的资料准备,论文集的出版做了大量的工作,我们借此表示衷心感谢。

李克东 何克抗

1997 年 5 月

目 录

前言	
----------	--

I. 特邀报告

Schooling and Technology: Partners In Enhancing Learning And Instruction	Jan Hawkins(1)
Automatic Plane Geometry Prover	Zhang Jinzhong(4)
Education Rationales for Developing Network-Based Learning Environment	Guey-Fa Chiou(19)
Interactive Learning Environments for Promoting Inquiry Learning	Chee-Kit Looi(20)
How Can Chinese Educators and Researcher Benefit From the Current MathematicalSoftware and Technology In Teaching and Research	Wei-Chi Yang(21)

II. 会议论文

一、计算机教育应用的理论和方法

电脑辅助协同合作视觉学习环境之设计与发展	郑晋昌(24)
在学校教学情景下设计超媒体课程软体的策略	杨家兴(33)
CAI 课件的质量探讨	林建祥(39)
结构主义对教学系统设计的影响	郑永柏,何克抗(49)
多媒体计算机作为认知工具的教学设计原则.....	李永健,何克抗(55)
高质量计算机程序设计 CAI 系统研究	薛锦云(61)
问题解决型 CAI	傅德荣(67)
CAI 课件的模糊多层次综合评价方法.....	罗爱民,苏建志,谭东风,邱建雄(72)
信息高速公路和个别化学习系统的设计.....	杨德国,潘发勤(77)
Situated Learning, Computer Technology and Problem-Solving	徐新逸(83)

二、多媒体计算机教育应用

电脑多/超媒体辅助教材在教育训练上之研究.....	杨叔卿(92)
---------------------------	---------

游历辅助工具种类与认知型态对超媒体学习环境中使用者游历表现与态度之影响	林 华,周 倩(100)
多媒体课件的测试问题	王吉庆,黄 钢(111)
基于超媒体课件开发平台的协同学习环境	刘甘娜(113)
超文本结构导航策略研究	刘世清,李克东(117)
创建电子书籍的一个实用工具 TH-EBAT	严蔚敏,武祥村(122)
一个多媒体 CAI 编辑制作系统的研究	王义宗(126)
可视化多媒体 CAI 课件写作系统的研究	巴继东,傅德荣(129)
多媒体 CAI 写作系统的设计	明章静,周 木,傅德荣(134)
多媒体 CAI 课件写作系统	藤兰芝,吴 敬(140)
多媒体学习(ML)型语言实验室的软件平台	赵志明,张际平(144)
“计算机水平等级考试”多媒体辅导系统的设计	黄伟英,沈明发,张会汀(149)
Multimedia Learning Resources (MLRs)	Zhang Jiping(153)

三、人工智能与智能教学系统

一个基于面向对象技术和人工智能技术的通用游戏制作平台的设计与实现	汪诗林,张晨曦,吴泉源(164)
CR-TS 智能教学系统中学生模型的建造	赵建华,李克东(170)
面向对象的复杂知识表示模型—CAI 中的知识表示研究	马秀莉,李天柱,翟敬民,蒋剑涛(179)
导航式课件设计	王慧芳,张海涛,王 彤(185)
多媒体智能 CAI 及其设计	张晓莉(190)
小学语文智能超媒体教学系统的研制	杨开成,何克抗(194)
可信度法在建造学生模型中的应用	赵呈领,刘清堂(199)
一种压缩认知网络知识结点的方法	李永健(203)
一种基于知识的试题库管理系统设计方案	曾湘燕,陶文祥(207)
Computer Diagnosis of Composed Errors in Solving Logarithms Problems	Fong-Lok Lee, Rex M. Heyworth(211)
ACM: An Abstract Connected Model for Adaptive Instructional Planning	Albert K. W. Wu(223)
Using VR techniques in ICAI systems ...	Lu Ruqian, Han Ke, Ma Yinghao, Zheng Gang(230)
A Mental-Model Based System for Diagnosing and Assisting the Learning of Basic Mechanics(I)	Gary Chou-wen Shyi, Shih-tseng Tina Huang(238)
The Cognitive System and Case Study in Software Engineering Instruction	Jiang Xuping, Yao Aiqun(244)
Multimedia Intelligent Tutoring System Integrated Development Environment	Wang Huifang, Ma Xirong, Le Yujun(249)

四、网络及其在教育革新中的作用

West 4.0:全球资讯网上的竞争式学习游戏系统	范芳綾 陈俊宏 陈德怀(254)
全球资讯网上之“网络学习顾问”系统	游原德 周志岳 陈德怀(261)
全球资讯网上之不同双人合作学习系统	陈俊超 梁仁楷 陈德怀(268)
调适性电子问卷——网络研究之新工具	张一帆 周 倩(276)
超文本式合作学习网络课程之设计与学习者互动之评估	李淑芬(285)
互联网与数学教学	黎耀志 黄德华 胡强辉 史创立(293)
未来教育模式的雏形——网络协同教学的研究	宋云嫻 梁铁柱(299)
DISCUSSION ——一个基于 WWW 的面向远程教育的师生讨论系统	申瑞民 陈 巍(304)
多媒体教育网络的设计与发展	黄荣怀(310)
基于 WWW 的多媒体课件的研究与实现	申瑞民 严 健 陈宝武 黄 涛 姜 勇(314)
用 JAVA 编制网上教学软件初探	贾积有(317)
基于 WWW 的多媒体 CAI 课件设计方法的研究	沈凌霄,王 洪(321)
互联网辅助函授教学策略探讨	梁华南,吕国雄(325)
iAgent:Managenment of WWW Chinese and Multilingual Information	
Resources for Learning	Kok F. Lai, Chee-kit Looi(329)
Some Philosophical Considerations of Networked Learning	Zhu Zhiting(335)
Authoring Interactive And Adaptive Internet Courseware	Jianping Zhang(345)
A Study of Strategic Planing for cooperative Learning on Calculus	Fuxiang chen(356)
Using Internet and Web-based resources for tertiary education:	
Issues in Course Design and eveluation	Kwok-Wing Lai(361)

五、计算机在学科教学中的应用

程式语言教科书中的问题解决	吴正已,林凯胤(368)
电脑辅助教学课程软件——生态保育	徐加玲,余晓清(373)
隔空教育环境下发展“超媒体”式教材软体可行性探讨	纪静芬(375)
寓教于乐的互动学习情境	计惠卿(384)
电子绩效支援系统之组成元件结构——科技整合应用于工商业训练	张基成(390)
电子绩效支援系统——21 世纪的新训练科技	张基成(398)
基于多媒体教室网络的小学语文“四结合”教学	谢幼如(406)
一种描述古汉字字形的计算机技术	周晓文,李 勇(411)
《现代小学数学》计算机辅助教学实践初探	李 敏,蒋 莉(417)
外语教学中的人机交互设计	陈海强,杜国洪(421)
营造用于大学英语写作教学的计算机环境	郝明理,由立发(424)
固体物理课程的计算机辅助教学——晶体结构三维动画软件开发	曹全喜,李树生(428)
填充题的计算机自动批改系统	张世正(431)
一个智能型微机原理 CAI 系统简介	黄道君,邓卓峰(436)

多媒体 CAI 软件《教你学认知码》的设计与应用	穆 肃(441)
多媒体 CAI 教学软件制作技术的研究	周淑阁(446)
自动控制实验模拟 CAI	林小峰,黎毛欣(449)
Computer-Assisted Language Learning and Reading	胡汉舫(452)
Study of Knowledge Abstraction Strategy for Learning Transfer of Mathematics Problem-Solving: An Experiment Using Anchored Instruction	Yu-Fen Shuih(461)
Modern Application-Software-Based Computer Science Materials Development Models	
..... Arr-Mien Chou, Guey-Fa Chiou, Chen-Chi Chang	(471)

III. 部分论文摘要

对文科本科生进行 INTERNET 教育的尝试和体会	贾积有(474)
试论信息网络的两重性.....	张舒予(474)
如何走出人工智能所处的困境	周建峰,王 洪(475)
CAI 写作系统发展趋势	师书恩,王新发(476)
基于网络的计算机应用能力上机考核软件系统	
..... 姚 俊,冯树椿,孙云岳,袁中伟,姚建华	(477)
电子电路实验教学智能化	张岳强,骆 丽(478)
试论产生式系统中的四种技能习得计算机模型.....	任 洁(479)

IV. 专题讨论

Panel 1: Technology In Support of Life-long Learning in Education	Xiaodong Lin(480)
Panel 2: The GNOSIS Framework: Generation, Negotiation, Organizing, and Sharing of Ideas and Strategies	Hung Wei Loong David(483)
Panel 3: Chinese Computing and Its Application in Chinese Language Teaching & Learning	Victor Chen(485)
Panel 4: Information Technology In Language Education	Nacy Law(488)
Panel 5: Student-Centered Instruction and Teacher-Centered Instruction, In Technology-based Instructional Environment, Which One Would Be Better?	He KeKang(491)
Panel 6: Distance Learning Across the Strait	Sung Kai(494)

特 邀 报 告

Schooling and Technology: Partners in Enhancing Learning and Instruction

Jan Hawkins

Center for Children and Technology Education Development Center
New York, New York, USA

Over the last twenty years, new technologies have been explored with enthusiasm for their possible contributions to improving education in the United States, and worldwide. In the early 1980's microcomputers were beginning to be broadly available to schools in the United States, and were purchased in sufficient numbers by schools to be viewed as an important tool for change. Technology purchase has continued at a brisk pace, and new tools have been added to the schools' repertoires.

A large number of inquiries have probed the uses and consequences of computational technologies for learning. More recently, research attention has also focused on the new communications technologies, that when combined with computational devices, are beginning to provide new kinds of interactive access to materials, teachers and experts, and other learners all over the world.

Much of the research has treated technology as an independent variable, seeking to isolate its effects on students' learning of: (a) specific subject matter or concepts, like Newtonian physics; or (b) overall learning outcomes in classrooms or schools that have been outfitted with computers. In the United States, school outcomes are often determined from limited standardized test scores.

Until fairly recently, much of this research has followed the traditional form of inquiry about the design of instructional materials; in controlled experimental or quasi-experimental research designs, students' learning with the technology-based materials or environments is compared with those learning with traditional materials. There is a large body of research that provides such comparisons. Several meta-analyses have been done with selected groups of these studies to try to determine the overall effects of computationally based learning. In general, the meta-analytic studies find overall significant effects for technology-based learning, combining grade levels and disciplines. With some caution (for example, adequacy of method in some component stud-

ies, publication bias toward positive effects, emphasis on drill and practice software), this body of research over the last fifteen years indicates that technology can positively impact learning.

While it is very important to know whether and how students learn with materials — technological and otherwise — this is only part of the story that must be investigated to understand the design and consequences of technologies for improving education. Education takes place in complex social, organizational, and political contexts.

As technology-based learning materials began to be broadly used in schools, it was apparent that even those shown to be powerful in laboratory studies were not necessarily equally effective in the more complex circumstances of actual schools. Researchers have found it necessary — and challenging — to take this next step, to investigate technology in the context of reshaping the way teaching and learning is done in the reluctant structures of education systems. These latter questions tend to take the form: "What are the consequence of technology-enhanced teaching and learning", "What problems do technologies best address in improving the quality of education?", rather than the more circumscribed "What do students learn from technology-based materials?".

Increasingly complex research designs began to accumulate evidence about the integration of these technologies into teaching and learning. This in-depth research often focused on a limited number of classrooms or schools, with implications more broadly drawn to guide others' choices. The work was directed toward not only examining the consequences of the technologies, but successful design features for implementing them in schools. The research documented the problems encountered and policies and procedures invented on the road to using them well.

A key conclusion from this work was that technologies almost never of themselves caused substantial change in schools. Rather, where there was success, sets of factors changed along with the introduction of technologies — sometimes, for example, commitment to changing curriculum overall, or school scheduling, or the organization of work in classrooms, or the way that teachers are educated. Technologies are thus best viewed as playing key roles in solving problems to which they are well suited. But, considerable time and attention needs to be paid to supporting their introduction and use — through, for instance, coordinated and sustained staff development, and finance policies that enable long term planning and programs.

Thus, investigations of technology in education have become more complex, as the technologies themselves have become more complicated and more pervasive worldwide.

Many countries have been re-examining the design and organization of their education systems. In part, these reform activities are occurring because of perceived inadequacies in achieving

basic education for significant portions of populations, and in part, because of perceived pressures to educate students for more complex work and societies. In the latter sense, schools are redefining what they educate for. This leads to a search for new method and pedagogy, new theory, new tools. The urge to take a hard look at current practice — asking whether current or traditional modes of schooling are adequate to education ambitions — has coincided with the increasing availability of technologies for learning.

There are a number of ideas about the most promising ways to rearrange the structures of educational experiences, within relatively unforgiving economic constraints. Restructuring or reforming school organizations and practices presents particular problems. One way of examining the body of inquiry about technology in education is to examine what it tells us in relation to the problems that are posed by old and new education goals, about improving the quality of education, and the circumstances that are likely needed to realize better.

Thus, instead of focusing solely on the evidence about technology on isolated learning of concepts and skills, it is necessary to attend to defining technologies' roles in helping to address some of the key problems of improving educational circumstances. These are interpreted differently in various countries. While some of the problems that technology has been shaped to address are relatively country specific (for example, in the United States, its role in a re-engineered assessment system for student learning), others are more generally facing us all. The presentation will focus on these more generally shared education dilemmas.

The kinds of questions that are being asked about the effectiveness of technologies for schooling have thus changed. We no longer primarily consider the consequences of technology as a general and isolated variable. Instead, I will explore three kinds of questions:

- (1) What roles does the technology play in solving particular problems of achieving better conditions for teaching and learning?
- (2) What evidence is there about students' learning from complex technology-enhanced work, and how do we best study this?
- (3) What are the conditions that are needed to use the technologies effectively for improving education?

几何定理机器证明二十年 *

Automatic Plane Geometry Prover

张景中 (Zhang Jinzhong)

(广州师范学院教育软件研究所 广州 510400)

(中国科学院成都计算机应用研究所)

【摘 要】 由于传统的兴趣和多种原因,几何定理的机器证明在自动推理的研究中占有重要的地位。自吴法发表至今二十年,几何定理机器证明的研究和实践有了很大的进展。对无序几何命题而言,代数方法、数值方法均能有效地判定其真假,消点法、搜索法更能生成其可读的证明。几何不等式机器证明的研究,由于多项式完全判别系统的建立,也有了突破。研究领域已由机器证明扩展为包括几何作图在内的一般几何问题的机器求解,并有了实际的应用。

【关键词】 几何定理 机器证明 代数方法 消点法 搜索法

一、概述

自 1977 年吴文俊教授的突破性工作^[1]发表,已 20 年了。这 20 年,几何定理机器证明的理论和算法的研究,有了很大进展。在今年,市场上将推出能在微机上证明非平凡几何定理并能自动生成可读证明的软件^[2]。用机器证明几何定理—历史上一些卓越的科学家们的这一梦想,已成为生活中的现实。

几何学是最古老的具有严整系统的一门科学。它借助于巧妙的论证技巧产生出大量有趣的定理。希望用统一的手段来处理千变万化的几何问题,这种想法大概早已有之。笛卡尔的坐标方法在这个方向跨出了坚实的一步。莱布尼兹曾提出推理机器的设想。希尔伯特在其名著《几何基础》^[3]中,还给出了只涉及点和直线的关联性质的一类几何命题的机械地判定算法。但是,几何定理机器证明研究领域的形成,却只有在计算机出现之后才有可能。

用计算机证明几何定理,其基本思想不外是将人所掌握的证明几何定理的方法“教给”计算机。由于计算机不具有人的灵活性,必须先把人的方法改造成具有确定性的有效算法,才可能编成程序让计算机去执行。人们早已掌握了两类证明几何定理的方法:借助于逻辑推理的合法法和借助于笛卡尔坐标的解析法。这两类方法的发展,形成了几何定理机器证明研究领域早期的两条路线。

在历史上,综合法要比解析法古老得多。但解析法却先被当做几何定理机器证明的方法。这并不奇怪。笛卡尔发明坐标系,其目的就在于建立几何解题的通用方法。用坐标方法,可以把几何问题转化为代数问题。代数问题和几何问题比起来似乎有章可循,但也并无确定的解法。寻求一条道路来解决由几何问题转化而得的代数问题,就成了这条路线的主要目标。于是,沿解析几何路线而得的各种方法,后来通称为几何定理机器证明的代数方法。

继希尔伯特之后,代数方法的又一成果是塔斯基在 1948 年发表的著名定理^[4]:一切初等几何和初等代数的命题,即前提和结论都可以用有限多个整系数多项式的等式或不等式表达

* 本文及文中引用的作者的研究工作得到国家攀登计划项目基金、863 国家高科技基金、国家自然科学基金、中国科学院特别支持基金和美国国家科学基金、意大利 ICTP 等多方面的资助。

的命题类,是可判定的。塔斯基的方法理论上是完全的,但由于计算复杂度过大,不能在计算机上证明非平凡的定理。1969年,^[5]中报告了用计算机借助符号计算系统 Formac 证明了 Pappus 定理的工作和有关几何定理机器证明的讨论。所用的技巧接近后来出现的吴法,但未能形成一般的方法。1975年,考林斯提出柱面代数分解法^[6],解决的问题和塔斯基^[4]中相同,但效率大为提高,可以在计算机上证明个别不太平凡的几何定理。

沿综合法(也称逻辑法)的路线研究几何定理机器证明,肇始于格兰特 1959 年发表的文章^[7]。格兰特实际上只用了丰富多彩的综合法的技巧中的一种,即由要证明的结论出发进行倒退推理的方法,通常称为后推搜索法。综合法的明显优点是,它能生成有几何意义的传统风格的证明。故这方面的研究持续不断,如^{[8][9][10]}。到 1975 年,^[11]中又提出更有效的前推搜索法。这类方法也被叫做人工智能法,即 AI 法。由于搜索空间过大的问题未能很好解决,未能形成有效的算法。

在 1977 年之前,几何定理机器证明研究领域状况大致如此。

吴法的成功,激起代数方法空前活跃的研究。GB 法、例证法、相对分解方法等相继提出并成功实现。最近杨路等提出的多项式完全判别系统^[12]和几何不等式的发现与证明程序,更是一大突破。本文第二节将介绍这些进展。

由于代数方法不能提供传统风格的证明,综合法证明的机器实现的研究并没有因代数方法的成功而停滞。近期,前推搜索方法的研究有了令人鼓舞的进展^[13],这构成本文第四节的内容。

在代数方法和综合方法这两条传统的研究路线之外,1992 年^[14]中提出基于几何不变量的消点方法并得到成功。它开始于近年来所形成的几何新方法^[15]在计算机上的实现。由于所用的主要不变量是面积,故常被称为面积法。这种方法能对大量的非平凡几何问题生成简捷的有几何意义的证明,所谓可读证明。在这一工作的影响下,基于不变量的几何定理机器证明的研究有了迅速发展。这方面的研究成果,本文第三节将作介绍。在最后一节,即第五节,将对这一领域面临的主要问题和进一步发展的方向作一评述。

由于近二十年来这个领域的成果极为丰富,稍微详细的介绍都将构成一本专著。这里只可能从思想方法角度择要简述。一些有趣的例子不得不割爱。有兴趣的读者可参看文末的文献,特别是近期的综合性文章^{[16][17]}和它们所附的文献。

二、代数方法的成功和发展

吴法的成功引起了与几何定理机器证明有关的一系列研究。特别是代数方法的研究。

关于吴法的资料已有很多。如原始论文^[1],专著^[18],较通俗的介绍^{[19][20][21]}和英文综述^[22],这里仅从思想方法角度简述。

研究任何问题,总要界定问题的范围。在吴氏之前,塔斯基的方法要解决包括不等式在内的一切初等几何判定问题^[4],范围大而难于实现;希尔伯特的方法只解决了交点型几何命题类的判定问题,虽能实现但意义不大。吴氏一开始把问题范围定为无序几何,即等式型几何命题类。他既看到这一命题类有丰富的内容,一旦解决了会对几何定理机器证明研究产生重大影响;又估计到当代数学和计算机科学技术的水平,已为问题的解决提供了基本的可能。战略上的高明,是成功的基础。

就具体方法而言,吴法的思想可以说是朴素的。通俗说就是:

第一步 适当取坐标系,化几何命题为代数命题。

第二步 整序,即把表达前提的方程组整理成满足一定条件的三角型方程组,所谓特征列。

第三步 消元或降次,即利用特征列把各约束变元的最高次幂用低次项表示,代入结论方程以尽可能降低各约束变元的次数。

如果第三步运算的结果使结论方程成为恒等式,就证明了命题一般成立。为何说“一般成立”呢?因为在第三步中把约束变元的高次幂用低次项表示时,常要用最高次项的系数(在吴法中这个系数叫做初式)作分母,故要求这些初式不为0,叫做非退化条件。命题在非退化条件之下成立,就是一般成立。

如果第三步运算后结论方程还不是恒等式,且特征列对应的代数簇是不可约的,则可断言命题不真。因此,要把上述计划实现为一个完全的算法,还必须解决代数簇的不可约分解问题。此外,几何问题如何机械地化为代数问题,如何有效地整序,如何确定非退化条件的必要性并找出其几何意义,有许多工作可做。

经过吴氏和他所领导的研究集体几年的努力,吴法初步实现为有效的计算机程序,这个工作是吴的学生高小山、王东明用 Fortran 完成的^[23]。应用吴法,一批非平凡的几何定理在微机上被证明。可参看文献^{[23][24][25][26][27][28]}。

在国外,周咸青基于吴法写出了更有效的几何定理证明程序。在1984年出版的文集^[29]中,发表了周的阐述吴法的长文^[30],报告了他用吴法证明130多条非平凡几何定理的工作。文集并转载吴的原始论文^[1]。自此,吴法在国际自动推理研究领域广为传播。

上述的吴法三步骤中,关键是第二步:整序,即把几何问题转化得来的代数问题化成便于处理的某种标准形式。在这里所采用的标准形式是里特在^[31]中提出并研究过的特征列。当然,这种三角型多项式组早就受到人们重视。而里特主要是研究了把一般的多项式组化成三角型的方法。这里顺便提到,吴法整序算法是在里特的工作基础上发展而得的,故国外有人称吴法为里特—吴方法。作为处理非线性代数方程组的一种方法,称为里特—吴方法是不错的。但若指几何定理机器证明的方法,称吴法更确切。里特与几何证明并无关系。

特征列是多项式组的一种标准形式。多项式组另一种重要的标准形式是所谓格若勃基^{[32][33]},它是多项式理想理论研究中的重要工具。格若勃基简称GB,特征列简称CS。用CS于几何定理机器证明成功了,用GB行不行呢?思想常常不是单独产生的。在1986年,几篇文章^{[34][35][36]}中各自独立地提出了几何定理机器证明的GB方法,并且都实现了。作为处理代数问题的工具,GB和CS各有千秋。但就几何定理机器证明而论,两种方法虽都对等式型命题有效,以CS为工具的吴法在效率上却略胜一筹,见^[37]。其原因在^[1]中已指出:许多几何问题的前提是用构图方式逐点引进的,易于用三角型方程表示。

由几何命题转化得到的代数命题,本质上是要求检验带有一些约束变元和一组多项式约束方程的一个代数恒等式。代数恒等式是可以数值检验的,几何命题可通过数值实例的检验而证明呢?传统的观点认为是不行的。数学教师在讲几何证明的意义时,常常向学生传播这种传统观点,强调实例检验不能代替传统证明。在吴法激起的几何定理机器证明的研究热潮中,这种传统观点受到了挑战。

本来,在^[38]中已提出用检验有限个数值例子对代数或几何命题进行概率地证明的方法。由于概率地证明不算真正的证明,这工作未得到重视。1986年,洪家威提出只用一个例子就能证明几何定理的方法^[39],曾引起人们关注,但因复杂度高至今未能实现。1989年在^[40]中提出了

用一组数值实例检验几何命题的新方法,即数值并行法,在低档微机(甚至计算器)上实现了非平凡几何定理的机器证明和机器发明^[41]。数值并行方法的优点是所需内存小,且易于并行化,已有了用 C 语言写的微机程序^[42]。1995 年,侯晓荣提出与洪家威思路不同的用一个例子判定几何命题的方法,在微机上实现了用单例的近似检验严格证明几何定理,效率颇高^{[43][44]}。

此外,Carra Ferro 提出维数方法^[45],由 Albert、Lammoglia 和 Torrelli 在 MTHEMATICA 平台上实现^[46]。为了避免代数扩域上的因式分解,Kalkbrener^[47],王东明^{[48][49]}和张景中、杨路等^{[50][51][52]}分别提出类似欧几里得辗转相除的约束变元消去法和代数簇分解方法,这些方法是完全的。用结式消元来实现几何定理机器证明的还有:杨路、Kapur 和 Saxena^[53]、石赫^[54]、以及张景中、杨路和侯晓荣^{[55][56][57][58]}等工作。这些方法大都以 CS 为标准形式,是与吴法的相通之处。

代数方法的大量工作,可看成吴法的改进和发展。

周咸青在英文专著^[37]中,详细阐述了吴法并澄清了其中一些重要细节。系统地讨论了把几何命题转化为代数形式的机械方法,分析和评述了几类不同的代数命题形式一如带非退化条件的形式和无非退化条件的形式(参看^{[59][60]})。列举了用他基于吴法所写的程序所证明的 512 条非平凡的几何定理。介绍了 GB 方法和他用 GB 方法所写的程序运行的情形。并用大量数据将两种方法作了比较。此书在机器证明领域很有影响。

对吴法的改进和发展有两个主要方面。

一方面扩大其研究范围,如用于空间几何^[61]、有限域上的几何^[62]、微分几何^[63-67]和涉及不等式的某些几何问题^[68-71]。

另一方面是发展理论和寻找更有效的方法^[72-79]。前面提到过的工作^[47-58],在不同程度上也可看成对吴法的改进和发展。

看一个例子,可以对几何定理代数方法的进展略有了解:

泰保—泰勒定理 设三角形 ABC 的内心为 P,外接圆为 K。又设 D 为线段 BC 上任一点。与 DC、DA 及 K 相切的圆的圆心为 Q,与 DC、DA 及 K 相切的圆的圆心为 R,则 P、Q、R 三点共线。

这是法国几何学家泰保于 1938 年提出,直到 1983 年才被泰勒证明的定理。其第一个证明长达 26 页。周咸青于 1986 年用吴法在 Symbolic3600 计算机上给出它的第一个机器证明,用了 44 个 CPU 小时^[37,p66]。但这个问题从提出到解决有 45 年之久,这 44 小时并不算多。吴文俊于 1987 年改进了几何命题的表达方法,在一台 Dual 计算机上用 6 个 CPU 小时就证明了它^[80]。用张景中、杨路提出的含参结式法^[55],在 SUN-386 上或 CONVEX C210 上解决这一问题分别需 1042 和 268CPU 秒^[57]。用王东明的方法^[48],在 Apollo DN10000 上用了 60 CPU 秒^[48]。这个问题的最近情形是,用符红光根据^{[54][56]}中方法所写的 WR 相对分解通用程序在 PC586/75 上解决它,仅用 8 秒^[43]。以上^{[43][48][57]}中所报告的程序,都是用 Maple 语言写的。

与不等式有关的几何问题,也叫实几何问题。它的计算机自动求解,一直是定理机器证明的一大难题。

理论上,塔斯基的方法^[4]可以解决实几何问题,但效率太低不能实现。考林斯提出的柱面代数分解方法^[6],简称 CAD(Cylindrical Algebraic Decomposition)方法,也是处理实几何问题的完全方法,效率比塔斯基方法高得多,可以证明一些稍难的几何不等式^[82]。把吴法与拉格朗日乘子法结合,用求极值的手段,可处理与不等式有关的一些几何问题^{[76][68][69]}。将适于处理等