413

图解过程自动化

[苏] C. A. 弗罗洛夫 著

图解过程自动化

[苏] C. A. 弗罗洛夫 著
叶玉驹 周克绳 主译

机械工业出版社

译 者 的 话

本书是根据苏联莫斯科鲍乌曼高等工业学院C. A. 弗罗洛夫1980年的著作《АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ГРАФИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ》译出。其内容对于我国画法几何及工程制图师资的提高、研究生的培养、科技人员的知识更新、以及对于计算机绘图的研究都是有参考价值的，因此我们把它推荐给广大读者。

全书共分两篇：第一篇为图解过程自动化；第二篇为正投影的变换方法。两篇的内容有独立性，但也有联系。在第二篇中所阐述的各种正投影的变换方法，可提供给自动化图解时加以选用，使解题过程简化，从而使编程简化。

在图解过程自动化一篇中，作者采用了直接输入图形信息的方法，而不像一般的计算机自动绘图那样，必须事先由人将图形转换为数字或方程。这是本书的一个特点。

在正投影的变换方法一篇中，作者比较全面地阐述了各种变换方法的原理及其应用。在叙述中作者有意把同一问题重复安排在几种不同的变换方法中解题，这就加强了各种变换方法的对比。使我们更清楚地看到，不同的变换方法在解不同类型问题时的繁简程度。这一篇对专门研究工程图学理论的读者也是有帮助的。

本书采用的几何元素及其投影的符号和标记与我国同类著作有所不同。空间的点用大写拉丁字母A、B、…表示；线用小写拉丁字母a、b、…表示；面用小写希腊字母α、β、…表示。

几何元素的投影仍用其原来的字母并附加上标“′”、“″”、“‴”表示。例如：

A'、A''、A'''分别表示点A的H、V、W投影；

a'、a''、a'''分别表示线a的H、V、W投影；

α'、α''、α'''分别表示面α的H、V、W投影。

原著中文字或插图的一些明显错误，翻译时已直接改正，并未一一加以译注。

限于水平，错误或不当之处在所难免，切望读者给予指正。

参加本书翻译的有：刁宝成、陈笑琴、陈培泽、董国耀、张云鹤、高宝蕙、高学力等同志，由叶玉驹、周克绳同志主译并由陈军同志协助描图。本书译稿最后承清华大学周积义、高政一同志校阅。

一九八四年二月

前　　言

《图解过程自动化》是以作者在莫斯科鲍乌曼高等工业学院大学师资提高班的讲稿作为素材编写成的。

本书分两篇，第一篇叙述与图解自动化全过程有关的问题，题目的初始数据是用图形形式提供，自动化解题是在配有输入输出设备的电子数字计算机上实现的。

在这一篇中，详细地阐述了如何将连续的（图形的）信息转换为离散的（数字的）信息，同时介绍了信息的结构。并对机器读图装置的工作原理也作了说明，用它能把图形信息自动输入到电子计算机中。

在书中特别着重叙述了新的机器解题方法，并列举了一些解各种工程问题的机器算法的编制实例。

在第二篇中，读者将看到正投影变换的各种方法，包括射影变换和拓扑变换。这些变换方法可使解题简化，同时也使人们有可能进一步研究更合理的通用算法。以便对同一类型的问题，不论其初始数据以何种形式给定，都能求得解题结果。

在附录中给出了实现各种几何作图的一组标准子程序，每个图解问题都可以分解成为这些几何作图的组合。

在此对本书的评阅者：布别尼科夫（А. В. Бубенников）教授和以奥西帕夫（В. А. Осипов）教授为首的莫斯科航空工艺学院画法几何和制图教研室表示深切的感谢，感谢他们为本书所写的评论稿和宝贵意见，在最后定稿中已考虑了这些意见。

作者

目 录

第一篇　图解过程自动化

导　言

科技领域中的许多问题是既可以用解析法求解、也可以用图解法求解的。我们且不列举在很多问题中用图解法求解的优点，但必须指出：图解法的出现，或者更确切地说，几何法的出现是大大早于解析法的。

早在公元前1700年左右的“草制的手抄本”（保存在英国博物馆中）中，就记载有虽不十分精确，但却是比较详细的关于丈量土地的资料，而这个“草制的手抄本”还只是抄件。那末，没有保存下来的原稿应该是更为古老了。最早的力学著作（亚里士多德Aristotes，公元前384～321；阿基米德Archimedes，公元前287～212）都使用几何法。

在停顿了许多世纪以后，到了文艺复兴时期，人们又开始对精密科学发生兴趣，而图解法成为最主要的研究手段之一。杰出的科学家牛顿（I. Newton）虽然是微分分析的创始人之一，但他的主要著作《自然科学的数学原理》（1691）却纯粹是用几何法的。

在整个技术发展史中，图解法是技术进步的重要支柱。在十九世纪，图解法发展得特别快，而到十九世纪末，它已牢固地进入技术领域并获得公认。图解法的优越性促成了它对解析法的优势地位。它的优点之一是解题的直观性，用它有可能就在几何作图的过程中对解答的正确性进行直接检查。另外，在许多情况下，用图解法解题往往比用解析法更简单。蒙日（G. Monge）早就注意到这个特点，他在一个工程实例中指出，用简单的图解作图就可以求得预想的结果，而用解析法解这个题目却需要解一

个64次的方程㊀。

著名的法国几何学家夏尔（M. Chasles）说过："在很多场合，纯几何手段提供的方法最简单、最自然。它深入到问题的实质，并能使问题更清晰。"

尽管图解法有这些优越性，但在后一个时期（二十世纪初），与用解析法相比，用图解法解题已经减少。其原因之一是解析法所特有的计算过程的机械化大大超过了图解工作的机械化。为了说明这一点，在下面将介绍解析法和图解法的机械化问题的发展简况。

解析法解题机械化的发展简况

用解析法解题可归结为对"数"进行各种算术运算。在许多情况下，这些运算往往很繁重、费时而且脑力紧张。所以科学和工程技术的发展就导致一些计算设备和机器的发明。用它们能够代替或者减轻人们在完成算术运算时的劳动。

第一个帮助人进行计算的工具是算盘(中国、印度)。俄罗斯制造算盘比较晚(14、15世纪)。虽然算盘的结构简单，但它已帮助人们完成最简单的加减法运算达五个多世纪。

到十九世纪末，在计算设备方面利用了可变齿数的齿轮机构，这样，就创造了能快速完成乘除法的手摇计算机。

计算工作机械化的进一步发展，创造了带有比例杠杆的计算装置。这种完全现代化的计算机，可以快速完成加、减、乘、除运算，其全部动作都自动完成。计算员的作用只归结为在键盘上建立初始数据，并按动按钮控制机器的动作。

计算尺的发明，给计算员以极大的帮助，各种计算尺在工程上的初步估算中，甚至在最后的工程计算中都获得了广泛的应用。

为计算平面图形面积，大约一百年前就曾提出称为求积仪的

㊀ 蒙日：画法几何学——莫斯科，苏联科学院出版社，1947，第141～153页（见中译本：蒙日画法几何学，湖南科学技术出版社，第101页）。

机构。

再晚一些时候出现了**积分仪**——可求出积分$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$的仪器，它不是沿着曲线“梯形”的所有边来求面积（这是求积仪求面积时必须做的），而是只限于沿着梯形的曲线边，即从$x=a$到$x=b$时，函数$y=f(x)$的图象来求积。

众所周知，解析法中广泛应用的方法是在$x=-\pi$到$x=\pi$的区间内，把函数$f(x)$展开为傅利叶级数

$$f(x)=a_0+a_1\cos x+b_1\sin x+a_2\cos 2x+b_2\sin 2x+\cdots$$

为确定该级数的系数a_n和b_n（当$n>0$时），必须计算积分

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx\,\mathrm{d}x$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx\,\mathrm{d}x$$

利用**谐波分析仪**就可以确定曲线图象$f(x)$在$x=-\pi$到$x=\pi$区间内的各系数值。

若已知函数$y=f(x)$的图象，积分曲线记录器可以自动地画出原函数$y=F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x$的图象。

解微分方程是许多科技领域内用解析法解题的基础，而用“手工”解这些方程，计算工作繁重。因此，使用一种能在短时间内，以足够的精度独立完成解题任务的机器，就有重大的价值，而微分分析器就是这样的一种仪器。

从五十年代起，基于无线电电子学、半导体物理学和数学的成就，发明了各种电子计算器和电子计算机。它们具有快速信息处理、能把一种运算和问题转换成另一种运算和问题的灵活性和多样性、具有记忆能力和机器工作的某种独立性，即长时间工作而无需人参与……等特点。这些设备和机器在解多种性质和各种复杂问题时，获得最广泛的应用。

图解法解题机械化的发展简况

图解任何问题（如果除去问题的逻辑运算方面）都是按一定顺序完成各种几何作图。而这些作图都是由一些基本的运算（操作）组成，它们包括：过已知点作直线、向上或向下作垂线、作平行线、作已知角度、分割线段、作圆弧等。与此相应，图解机械化也是从这些基本运算的机械化开始的。

早期的图样是徒手而不是用工具绘制的。为了改善图面质量和减轻画图者的劳动，创制了直尺和圆规。随后又出现了三角板、量角器和丁字尺。这些基本的绘图工具发明得很早，可是直到今天几乎没有什么变化。

这种工具的改进，基本上局限在提高画线的准确性和某些结构的改变上。

从绘图工具和仪器的推陈出新来看，十九世纪后半期成果最显著。

用于画直线（水平线、垂直线和倾斜线）的仪器可分为三类：**直线仪**、**缩放仪**和**坐标仪**。

各种类型的丁字尺属于第一类。丁字尺和平行尺在画各种平行线时，“游动”特别方便。

第二类仪器的动作原理是基于双铰链平行四边形机构的性质，它可以沿整个图面移动笔头。第三类仪器是尺子固定在能沿铁杆滑动的滑架上，而铁杆又彼此成直角并固定在图板上。所有这些仪器基本上都是在十九世纪末创造的，画虚线的仪器也在这个时期发明的。

绘制非圆曲线的主要仪器是：**椭圆规**——画椭圆的工具；**抛物线规**——画抛物线的工具；**双曲线规**——画双曲线的工具；**圆锥曲线规**——画圆锥曲线的仪器；**反演器**——绘制相互为反演图形的仪器。所有这些仪器，笔头的运动都是用铰接的连杆机构来完成。

为复制图样和改变其比例，发明了**缩放仪**。

现在已有许多各式各样的绘图仪器和模板，用于绘制各种常见的几何图形和直观图(透视图和轴测图)。

尽管仪器有各种特定的结构，但其共同点是：仪器的引导部分和笔头部分之间仍是机械联系。利用机械式仪器只能部分地减轻画图的劳动量。

在六十年代进行了用非机械的原理制造绘图仪器的尝试，研制成功了绘制轴测图和透视图的电气化仪器。

1957年提出了在无人参与的情况下利用电子计算机和电视技术，根据正投影图画出直观图的问题。巴格拉奇昂(Н. Д. Багратион)和巴布什金(А. Ф Бабушкин)的工作，在这方面迈出了第一步。

上述发展简况表明，图解法与解析法这两种方法在解题过程自动化发展的水平上存在着巨大的差距。如果说，用解析法解题时可以使用各种计算工具，直到高速的电子计算机，以致在解题过程中完全不需要人的参与；那么，用图解法解题时仍使用机械式的仪器，只能在完成几何作图时部分地减轻人的劳动。至于图解解题的自动化，那是根本谈不上的。图解法的各种技术装备与现代科技水平的不相适应是很明显的。虽然如此，图解法在许多情况下还在顺利发展，解析法是不能完全取代图解法的。

由于画法几何研究的成就，画法几何方法在科学技术的各个领域中得到了广泛的应用。显然，机械化程度低是推广图解法的严重障碍。图解法只是在几何作图时用到一些不完善的绘图工具和仪器，图解的全过程几乎都是手工完成的。因而这种解法繁琐，而且往往不能保证精度要求。为了避免这些缺点，可采用两种途径：①改进旧的或研究新的图解方法，以获得最优解法；②使解题过程机械化，以便把人在逻辑推理和几何作图方面的功能移交给机器去完成。

显然，如果一些简单的解题方法能为大家所熟知，并研制出能代替人完成逻辑运算和图解运算的图解设备。那么，用图解法求解工程问题的范围就可以大大扩充，同时解答的精度也会提

高。

本书由两部分组成：

在第一篇中，作者的意图是指出解决图解过程自动化中一系列问题的途径；在第二篇中，将介绍一些不常见的蒙日图上的变换方法。以供选出最合理的机器解题方法。

第一章　论图解过程自动化的途径

科学和技术的现状已允许用机器代替手工劳动，并以此来提高人类劳动的成果。如果说廿世纪中期以前，机械化问题基本上集中在用机器代替人的体力劳动的话，那么，现在我们就是脑力劳动机械化日益发达的见证人。基于电子学、半导体技术和数学的成就而研制的各种计算机和计算装置，可以使人的脑力活动的各种功能机械化。

计算机数量逐年增加，其质量不断提高，应用的部门日益扩大。机床和生产过程的自动控制、语言的翻译、医学方面的诊断、建立天气预报以及以前许多需人用脑思考的过程，现在都可以由机器来完成。

在解题时，计算技术在数学中所起的作用是人所共知的。与此同时，在整个数学领域中，直到计算机获得应用以前，画法几何的方法在解题过程中的作用是难于作较高的估计的。

但用图形提供初始数据，利用现代的电子计算机来解题，不仅是可能的，而且正如下面要说明的那样，是更为合理的。

§1　利用电子计算机图解解题的可能性

用图解法解数学问题，必须按一定的逻辑顺序完成各种几何作图。

电子数字计算机可利用的只是数。要用它作为绘图机，像用绘图工具那样来完成几何作图是不可能的。这样，我们就面临看起来似乎是两种互相矛盾的情况：一方面力图在电子数字计算机上用图解法解题，另一方面，原则上又不可能在这种机器上实现几何作图。

在数学的解题过程中，代数和几何之间的对应是最本质的东

西。数学中的一个基本概念就是点和数。各种点的组合构成不同的几何图形，这是几何学的研究对象，而以符号形式表出的各种数，正是代数学的研究对象。

精密科学领域中的任何理论研究都借助于数学运算来实现。最简单的几何运算是移动，它可以使一个点（或一些点）转移到另一个点(或另一些点)，从而在旧的（原来的）和新的（变换后的）点之间建立起相互对应。代数中类似的运算是变换，在数与数和数簇与数簇之间建立对应。代数和几何之间的同构，可以使代数具有几何的形式，也可以使几何具有代数的形式。

柯罗列维奇(А. И. Королевич)[20]在其著作中指出，只要引入虚点概念（虚点是空间元素，该点的点性比点的点性少一，是空集)，即可把多维射影空间各元素用阿拉伯数字写成有限集的形式：

0、1、2、3、……、t㊀

这和有限的数集完全类似：

0、1、2、3、……、t

空间几何元素间的运算与数的算术运算之间有许多共同点。例如，空间几何元素的关联和相交，好像整数的加法一样，也记作加法。

对用代数方程表示的问题，用解析法求解，可归结为消去未知数的运算。

在图解时也可采用类似的办法。不但如此，把三维形体投射到投影平面上(画法几何的基本方法)，这种想法本身就是把三个坐标消去其中之一的方法㊁。

代数和几何之间的这种对应，使得在解数学问题时可不必区分用什么方法去解题(从纯形式看)：解析法或图解法。

在解题过程中，作为中间运算所必须完成的几何作图和代数

㊀ 这里，数代表空间几何元素：0——虚点、1——点、2——直线等等。

㊁ 这里，以及以后要谈到的通常都指的是三维画法几何方法，而不涉及多维画法几何问题（§13除外）。

变换之间的差别仅仅是问题的形式方面，不能由此而认为图解法和解析法有根本的区别。因这两种方法的一致性更本质、更普遍。这些一致性是：

① 按一定的顺序完成各种逻辑运算和算术（或图解）运算。

② 存在着在以后的运算中要用到的中间结果。

③ 根据中间运算结果决定是否改变解题的方向。

这样，要使解数学问题的过程自动化得以实现，必须有满足下列要求的机器：能按一定顺序进行解题所必须的一组基本逻辑运算和算术运算；具有一个装置，能存贮初始数据和中间结果；能自动地选择所需要的后续运算。

电子数字计算机能满足所有这些要求。但就几何作图而言，手工进行图解所必须的一些作图操作，当转用机器来解题时，有些操作就可以避免（见第三章§6）。因为这种作图操作，原是根据使用手工绘图器械的经验所积累形成的。其实，把人的任一种手工操作让机器代替时，机器可以不按人的动作那样去完成。这很容易用简单例子证明，为减轻劳动用的缝纫机，缝的衣服既快又好，但缝纫机并不像缝纫女工那样动作。显然，在人的脑力劳动过程机械化中，也会遇到同样现象。

可以证明，用电子数字计算机使图解解题过程自动化不仅是可能的，而且它可以使解析过程自动化更合理。

为了说明这点，可以引用哲学家、数学家莱布尼兹（G. Leibniz 1646——1716）的观点。他首先注意到了用二进制计数的前景。他写道："用两个数，即0和1计算数的大小，虽然冗长，对科学计算来说恰是基本的。二进制将开创新纪元，以至尔后在数的计算中，特别在几何中很有用，其原因是：把数简化到最简单的0和1，显示出惊人的条理性。"

莱布尼兹虽然没有估计到在电子计算机中要采用二进制计数系统，但他的看法却是天才的。

电子计算机通常用二进制计数。

如果我们注意到图——这是用图解法解题时提供初始数据的