



面向 21 世纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

运 筹 学

第二版

刁在筠 郑汉鼎 编
刘家壮 刘桂真



高 等 教 育 出 版 社
HIGHER EDUCATION PRESS

面向 21 世纪课程教材
Textbook Series for 21st Century

运筹学

第二版

刁在筠 郑汉鼎 编
刘家壮 刘桂真



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

本书第二版是教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果,是面向 21 世纪课程教材。本书内容适合数学与应用数学专业的特点和要求,同时也兼顾管理、系统工程等专业的要求。全书分 9 章,讲授基本内容约需 72 学时。

本书第一版 2000 年获教育部科技进步二等奖。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学/刁在筠等编. —2 版. —北京:高等教育出版社,2001.9

ISBN 7-04-010157-2

I. 运... II. 刁... III. 运筹学—高等学校—教材
IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 048476 号

运筹学 第二版

刁在筠 郑汉鼎 刘家壮 刘桂真 编

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号

邮政编码 100009

电 话 010-64054588

传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 中国科学院印刷厂

版 次 1996 年 4 月第 1 版

2001 年 9 月第 2 版

开 本 787×960 1/16

印 次 2001 年 9 月第 1 次印刷

印 张 21.5

定 价 18.30 元

字 数 390 000

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

序

运筹学是多种学科的综合性学科,是最早形成的一门软科学.它把科学的方法、技术和工具应用到包括一个系统管理在内的各种问题上,以便为那些掌管系统的人们提供最佳的解决问题的办法.它用科学的方法研究与某一系统的最优管理有关的问题.它能帮助决策人解决那些可以用定量方法和有关理论来处理的问题.因此运筹学是一门有重要应用价值的学科,特别在现代科学管理中更是处处离不开运筹学.常言道“运筹帷幄、决胜千里”,足以看出运筹学之重要.运筹学研究的范围极为广泛,凡一切可以量化的管理系统都在研究范围内.它通过构造模型和进行模拟,了解有关因素之间的关系,预测各种供选择的方案和可以产生的后果,从而选择达到既定目标的最优途径.运筹学是一门应用性很强的学科,特别是随着社会主义市场经济的发展,运筹学显得更加重要.更为重要的还在于我国改革开放深入发展的今天,有许多新情况需要研究,有许多新问题需要决策,这就为更广泛的应用运筹学提供了机遇,并为其发展创造了条件.因此越来越多的有关专业的大学生和研究生选学了运筹学的课程.另一方面现代化的大规模生产更需要现代化的科学管理方法.这就使越来越多的管理人员感到需要学习运筹学的知识.因此出版关于运筹学方面的好教材就十分必要.于是全国高等学校数学与力学教学指导委员会在全国公开招标编写新的运筹学教材.山东大学数学与系统科学学院的几位教授通过竞标,编写了《运筹学》一书,并于1996年在高等教育出版社出版发行.首版发行近5000册,几乎遍布全国.经多所学校使用,效果好,受到广大师生的欢迎和同行专家的好评.该书不但选材精练,论述严谨,而且有相当的深度与广度;不但介绍了运筹学各分支的新成果,新进展,而且还介绍了有关的流行软件.该书于1997年被国家教育部评为“九五”重点教材,2000年获教育部科技进步二等奖,目前又被推荐为“面向21世纪课程教材”再版.

山东大学采用《运筹学》一书所开设的运筹学课程被列为“全国理科基地创建名牌课程”,并正在准备作为远程网络课程上网.该书编者根据几年来的教学实践对《运筹学》一书进行了修改,使论证更加严密,数学品位高,应用性和可操作性强.在修改过程中特别注意到使教材更具有先进性和系统性.希望该书的再版将对运筹学的教学和研究起到促进作用,特此序.

谢力同

2000年12月

再版前言

本书自 1996 年出版发行以来,经山东大学和众多兄弟院校几经教学使用,反映良好,获广大师生和同行专家的认同和好评.本书 1997 年被教育部评为“九五”重点教材,2000 年获教育部科学技术进步二等奖,现在被推荐为“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的立项项目,再版发行.

多年来,我们按照邓小平同志提出的“教育要面向现代化,面向世界,面向未来”的要求,考虑到目前的学生将是 21 世纪建设祖国的栋梁之材,我们在采用本书作为教材的运筹学课程的改革与实践中,不断向兄弟院校学习取经,与同行专家切磋交流,在优化课程体系,改革教学方法和考核办法中做了一些工作,调动了学生学习的积极性和主动性,提高了教学质量.为了提高学生解决实际问题的能力,我们配合本书的有关章节,编制了一套教学软件.内容包括 LINDO 和 LINGO 软件包,及相配套的上机实习的应用练习题及考核题,还有自编的以 MATLAB 为基础的图论与网络优化、对策论等内容的教学软件.这使学生在学习书本上的基本理论和基本算法的同时,能在计算机上熟练地操作解决一些实际应用案例.大家感觉到运筹学是一门具有强烈应用背景的科学,这门课不再是纸上谈兵了.山东大学的运筹学课程被列为“国家理科基地创建名牌课程”项目.

根据我们的教学实践和经验,吸取了同行专家和兄弟院校的宝贵建议,再版之前,我们对全书进行了仔细认真的修改和润色.主要是在保持原书结构和风格的前提之下,更加注意了思维的开拓与启迪,内容和方法的实用性、先进性和系统性,习题搭配的合理性等,对目前流行的一些先进软件也作了简单介绍.

全国高等学校数学与力学教学指导委员会及应用数学指导组的专家和众多的运筹学界同行对本书的修改提了很多宝贵意见.本书得到教育部、山东大学教务处和数学与系统科学学院的关怀和资助.在本书出版和再版的过程中得到高等教育出版社的责任编辑胡乃炯同志的大力支持和帮助.借此机会向他们一并表示我们衷心的感谢.

限于我们的水平,不妥与错误之处在所难免,殷切希望得到本书的各位读者及同行专家的批评指正.我们很愿意为兄弟院校提供交流相关的教学软件,以期共同提高.

编者

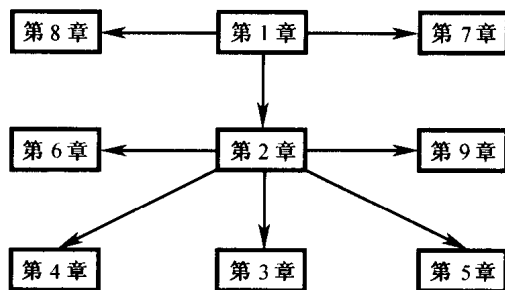
2000 年 12 月 16 日

前 言

本书是根据国家教委全国高等学校数学与力学教学指导委员会应用数学专业教材建设组所拟“运筹学”基本要求编写的.本书主要针对大学本科应用数学专业的特点及要求,同时兼顾了管理、系统工程等专业的要求,论述了运筹学各主要分支的模型、基本概念与理论、主要算法和应用.它可以作为这些专业“运筹学”课程的教材,也可以作为相关专业研究生的教材,还可供从事运筹学、管理科学的工作者和工程技术人员作参考书.

本书的特点是:选材精炼;对各主要分支的基本理论和主要方法的原理给出了较为严密的论述;内容上有所侧重和更新,体现了现代运筹学的一些特点.为使读者对本领域的情况有较为全面的了解,以便于今后的发展和提高,本书简单提及了各主要分支的当前发展动向和新成果,并在相关章节介绍了主要算法适用于计算机的流行软件.在各章末尾附有内容适当、数量充分的习题和参考文献,在全书末尾附有供参考的习题答案.

全书共有 9 章,其中带“*”号的内容是供读者自学或选学的材料,可以略过不读,不影响后续章节内容的学习.讲授全书的基本内容需 72 学时.由于各章内容有相对的独立性,讲授者在使用本教材时可根据专业要求对内容作适当的增减,因此也可作为学时更多或更少的“运筹学”课程的教材.为方便读者阅读,下面的示意图给出了各章内容的相关性.



本书由刁在筠(第 2,3,4 章)、郑汉鼎(第 5,7,9 章)、刘家壮(第 1,6 章)、刘桂真(第 8 章)编写,并由郑汉鼎完成全书书稿的统稿工作.在编写过程中,应用数学专业教材建设组运筹学责任委员胡毓达教授、俞文猷教授、王荫清教授给予了我们热情的帮助和指导;复旦大学陈开明教授、华东师范大学郑英元教授认真、仔细地审阅了全文,并提出了宝贵的修改意见;全国高校应用数学专业教材建设组的各位专家及众多运筹学界的同志们对书稿的内容提出了很

多好的和积极的建议;高等教育出版社的责任编辑胡乃炯对全部手稿完成了繁重、细致的编辑、排版工作;山东大学运筹学专业的数位研究生仔细地抄写了全文.在此,我们一并表示深切的谢意.

由于水平有限,书中难免有不足和错误之处,恳切希望得到运筹学界同志及读者的批评和指正.

编者

1993 年 11 月完成初稿

1995 年 8 月完成修改稿

责任编辑
封面设计
责任绘图
版式设计
责任校对
责任印制

胡乃同
张楠
李杰
李杰
李杰
宋克学

目 录

第 1 章 绪论	(1)	§ 2.6 灵敏度分析	(56)
§ 1.1 运筹学的概况	(1)	1. 改变价值向量 c	(57)
1. 运筹学的由来和发展	(1)	2. 改变右端向量 b	(59)
2. 运筹学的性质与特点	(2)	§ 2.7* 解线性规划问题的	
3. 运筹学的主要内容	(3)	多项式时间算法	(61)
4. 运筹学的发展趋势	(4)	1. 算法的复杂性	(61)
§ 1.2 运筹学的数学模型	(5)	2. 椭球算法	(65)
1. 线性规划模型	(6)	3. Karmarkar 算法	(66)
2. 随机规划模型	(7)	第 2 章 习题	(69)
3. 网络分析模型	(8)	参考文献	(75)
参考文献	(9)	第 3 章 整数线性规划	(76)
第 2 章 线性规划	(10)	§ 3.1 整数线性规划问题	(76)
§ 2.1 线性规划问题	(10)	1. 整数线性规划问题举例	(76)
1. 线性规划问题举例	(10)	2. 解整数线性规划问题的困难性	
2. 线性规划模型	(13)		(79)
§ 2.2 可行区域与基本可行解		§ 3.2 Gomory 割平面法	(80)
.....	(15)	1. Gomory 割平面法的基本思想	
1. 图解法	(15)		(80)
2. 可行区域的几何结构	(17)	2. Gomory 割平面法计算步骤	(83)
3. 基本可行解及线性规划的基本		§ 3.3 分枝定界法	(87)
定理	(19)	1. 分枝定界法的基本思想	(87)
§ 2.3 单纯形方法	(24)	2. 分枝定界法计算步骤	(89)
1. 单纯形方法	(24)	第 3 章 习题	(92)
2. 单纯形表	(30)	参考文献	(94)
§ 2.4 初始解	(37)	第 4 章 非线性规划	(95)
1. 两阶段法	(37)	§ 4.1 基本概念	(95)
2. 关于单纯形方法的几点说明	(43)	1. 非线性规划问题	(95)
§ 2.5 对偶性及对偶单纯形法		2. 非线性规划方法概述	(99)
.....	(43)	§ 4.2 凸函数和凸规划	(101)
1. 对偶线性规划	(44)	1. 凸函数及其性质	(101)
2. 对偶理论	(47)	2. 凸规划及其性质	(105)
3. 对偶单纯形法	(53)	§ 4.3 一维搜索方法	(107)

1. 0.618 法	(108)	2. 关联矩阵和邻接矩阵	(186)
2. Newton 法	(111)	3. 子图	(188)
3. 非精确一维搜索方法	(113)	§ 6.2 图的连通与割集	(190)
§ 4.4 无约束最优化方法	(116)	1. 图的连通	(191)
1. 无约束问题的最优性条件 ..	(116)	2. 图的割集	(193)
2. 最速下降法	(118)	§ 6.3 树与支撑树	(195)
3. 共轭方向法	(120)	1. 树及其基本性质	(195)
§ 4.5 约束最优化方法	(126)	2. 支撑树及基本性质	(197)
1. 约束最优化问题的最优性条件	(126)	§ 6.4 最小树	(198)
2. 简约梯度法	(131)	1. 最小树及其性质	(199)
3. 惩罚函数法	(139)	2. 求最小树的 Kruskal 算法 ..	(200)
第 4 章习题	(147)	3. Dijkstra 算法	(202)
参考文献	(150)	§ 6.5 最短有向路	(203)
第 5 章 动态规划	(152)	1. 最短有向路方程	(203)
§ 5.1 最优化原理	(152)	2. 求最短有向路的 Dijkstra 算法	(205)
1. 多阶段决策问题及例	(152)	§ 6.6 最大流	(207)
2. 用递推法解最短路线问题 ..	(155)	1. 最大流最小割定理	(207)
3. 最优化原理	(158)	2. 最大流算法	(210)
§ 5.2 确定性的定期多阶段决策问题	(160)	§ 6.7 最小费用流	(212)
1. 旅行售货员问题	(160)	1. 最小费用流算法	(212)
2. 多阶段资源分配问题	(163)	2. 特殊的最小费用流——运输问题	(216)
3. 用最优化原理解某些非线性规划问题	(165)	§ 6.8 最大对集	(220)
4. 排序问题	(169)	1. 二分图对集	(221)
§ 5.3 确定性的不定期多阶段决策问题	(171)	2. 二分图的最大基数对集	(224)
1. 最优线路问题	(172)	3. 二分网络的最大权对集——分派问题	(228)
2. 有限资源分配问题	(176)	第 6 章习题	(233)
第 5 章习题	(180)	参考文献	(235)
参考文献	(182)	第 7 章 排队论	(237)
第 6 章 网络分析	(183)	§ 7.1 随机服务系统概论	(237)
§ 6.1 图与子图	(183)	1. 随机服务系统的基本组成部分	(237)
1. 图与网络	(183)	2. 几个常用的概率分布和	

最简单流	(238)	§ 8.5 效用函数和信息的 价值	(281)
§ 7.2 无限源的排队系统	(242)	1. 效用函数及其应用	(282)
1. $M/M/1/\infty$ 系统	(242)	2. 信息的价值	(285)
2. $M/M/1/k$ 系统	(248)	第 8 章习题	(288)
3. $M/M/c/\infty$ 系统	(251)	参考文献	(290)
§ 7.3* 有限源排队系统	(255)	第 9 章 对策论	(291)
1. $M/M/c/m/m$ 系统	(255)	§ 9.1 引言	(291)
2. $M/M/c/m+n/m$ 系统	(258)	1. 对策论发展简史	(291)
第 7 章习题	(261)	2. 对策模型	(292)
参考文献	(262)	3. 例子	(293)
第 8 章 决策分析	(263)	§ 9.2 对策的解	(294)
§ 8.1 决策分析的基本概念	(263)	1. 矩阵对策及其解的概念	(295)
1. 决策分析的基本概念	(263)	2. 对抗对策的解	(298)
2. 决策的数学模型和例子	(264)	3. n 人对策的平衡局势	(299)
§ 8.2 确定性决策分析	(267)	§ 9.3 矩阵对策的解法	(304)
1. 进行确定性决策分析的条件和 步骤	(267)	1. 矩阵对策的简化	(304)
2. 盈亏平衡分析决策法	(268)	2. 线性规划方法	(306)
3. 计分模型决策法	(270)	§ 9.4 合作对策	(309)
§ 8.3 风险型决策分析	(270)	1. 特征函数	(309)
1. 进行风险型决策分析的基本 条件和方法	(271)	2. 分配	(312)
2. 决策树	(273)	3. 核心与稳定集	(314)
§ 8.4 不确定型决策分析	(277)	4. 核仁	(317)
1. 不确定型决策分析的条件和 例子	(277)	5. Shapley 值	(320)
2. 不确定型决策分析的基本 方法	(278)	第 9 章习题	(323)
		参考文献	(324)
		习题答案	(326)

第 1 章 绪 论

“运筹帷幄,决胜千里”.运筹学把科学的方法、技术和工具应用到包括系统管理在内的各种问题上,以便为那些掌管系统的人们提供最佳的解决问题的方法.

本章,首先介绍运筹学的概况,包括运筹学的由来和发展、运筹学的性质与特点、运筹学的主要内容和运筹学的发展趋势.然后,通过几个例子分别介绍运筹学中线性规划、随机规划和网络分析的数学模型.

§ 1.1 运筹学的概况

运筹学是本世纪新兴的学科之一,它能帮助决策人解决那些可以用定量方法和有关理论来处理的问题.它在工业、商业、农业、交通运输、政府部门和其他方面都有重要的应用.现在它已经成为经济计划、系统工程、现代管理等领域的强有力的工具.

1. 运筹学的由来和发展

一般说来,运筹学起源于第二次世界大战.但在这之前已有许多蕴含运筹学思想和方法的书籍和论文出现,例如,原苏联数学家 Л. В. Канторович 的“生产组织与管理中的数学方法”一书(属于运筹学中的规划论)出版于 1939 年;J. Von Neumann 等所著“对策论和经济行为”一书(运筹学中对策论的创始作)成书前所发表的一系列论文在 1928 年就开始刊出;A. K. Erlang 关于用概率论理论来研究电话服务的论文(属于运筹学中的排队论)发表于 1909 年.因此运筹学的起源还能追溯得更早.只是西方的运筹研究或“运筹学”这一名词,确实出现在第二次世界大战期间.以运筹研究命名的、直接为战争服务的、跨学科的研究小组也是在这一时期才出现的.最早是在英国皇家空军战斗指挥部管辖下,1938 年出现的名为“(军事)行动的研究”小组,其英文是“Operational Research”,我国译为“运筹研究”或“运筹学”.继英国的“(军事)行动的研究”小组之后,美国、加拿大等国也组成一些同名小组进行战术评价、战术改进、作战计划、战略选择等方面的研究,同时也包括如何改进后勤调度和训练计划等方面的研究.这些研究,由于综合地运用了科学方法和技术,纠正了人们一些直观想象的错误,解决了当时战争中提出的一些新问题,从而引起人们对运筹研究的重视.据统计,战时同盟国参加(军事)运筹研究的科

学工作者超过了 700 人。

第二次世界大战后,美国等国家的军方仍保留一些运筹研究小组,其他多数人转向把运筹学研究用于和平时期的工商业,因此美、德等国家的运筹学得以蓬勃发展,出现了应用研究和理论研究相互促进的局面。从应用方面来讲,在工商业管理中的应用是主要的,特别是在美国,管理科学方面的主要内容便是运筹学。随着工商业规模日益扩大,在历来缺乏严格的科学理论指导,主要凭经验的管理工作中,组织跨学科的专业人员组成研究集体,并引进科学的研究方法,这一做法为工商业带来了新的生机和活力。因此在一些大公司和企业,纷纷建立起一些运筹小组,后来还出现了一些专门提供咨询服务的研究机构。在一些国家的政府部门中,除军事方面外,民用部门也建立了许多运筹研究小组。例如,英国国家煤炭局所辖的运筹研究组在 1947 年煤炭工业国有化后不久就成立了,该组成员 1956 年有 37 人,1978 年就超过了 100 人。德士古石油公司在德国汉堡的一个分支机构的运筹研究小组也有数十名成员等等。从学校教育方面来说,许多大学理学院的数学系及工学院、管理学院、经济学院的许多系中都开设运筹学课程。在美国,20 世纪 50 年代就有大学设立运筹学系。近年来,许多西方国家设立了经济与运筹学系或计算机与运筹学系,并设有攻读硕士和博士学位的计划。据 1973 年的不完全统计,单是在美国就有四十多所大学开设运筹学课程。事实上,美国的管理人员与运筹专业人员的教育在许多方面是一致的。从科学发展来说,在运筹研究或运筹学这一名称下发展起来的分支学科就很多,如规划论(包含线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划等)、网络分析、排队论、对策论、决策论、存储论、可靠性理论、模型论、投入产出分析等等。从学会方面来说,最早的是美国的运筹学会,成立于 1952 年。以后世界上许多国家也都逐步成立了运筹学会,并于 1959 年成立了国际运筹学会联盟,至今已有三十多个国家和地区的学会参加。该会的一个主要出版物为《运筹国际文摘》,该文摘对各国二十几种运筹专刊和近五十种有关期刊中关于运筹学的理论和应用进行评述。我国的运筹学会成立于 1980 年,《运筹学杂志》创刊于 1982 年,1997 年改为《运筹学学报》。

2. 运筹学的性质与特点

运筹学是多种学科的综合性的科学,也是最早形成的一门软科学。当人们把战时的运筹研究取得成功的经验在和平时期加以推广应用时,面临着一个广阔的研究领域。在这一领域中,对于运筹学主要研究和解决什么问题有许多说法,至今争论不休,实际上形成了一个在争论中发展运筹学的局面。那么,在这四五十年中,我们能从它的争论中看出一些什么特点呢?

(1) 引进数学研究方法。运筹学是一门以数学为主要工具,寻求各种问题最优方案的学科,所以是一门优化科学。随着生产与管理的规模日益庞大,其

间的数量关系也就更加复杂,从其间的数量关系来研究这些问题,即引进数学研究方法,是运筹学的一大特点.

(2) 系统性. 运筹学研究问题是从系统的观点出发,研究全局性的问题,研究综合优化的规律,它是系统工程的主要理论基础.

(3) 着重实际应用. 在运筹学术界,有许多人强调运筹学的实用性和对研究结果的“执行”,把“执行”看作运筹工作中的一个重要组成部分. 有的运筹学教科书中,在讲述从理论上求得最优解之后,还要讲述根据实际情况对所得解进行进一步的考察,讲述对所得最优解如何进行灵敏度分析等.

(4) 跨学科性. 由有关的各种专家组成的进行集体研究的运筹小组综合应用多种学科的知识来解决实际问题,是早期军事运筹研究的一个重要特点. 这种组织和这种特点一直在一些地方和一些部门以不同的形式保留下来,这往往是研究和解决实际问题的需要. 从世界范围来看,运筹学应用的成败及应用的广泛程度,无不与有这样的研究组织和这种组织的工作水平有关.

(5) 理论和应用的发展相互促进. 运筹学的各个分支学科,都是由于实际问题的需要或以一定的实际问题为背景逐渐发展起来的. 初期一些老的学科方面的专家对运筹学做出了贡献. 随后新的人材也逐渐涌现,新的理论相继出现,这往往就开拓出新的领域. 如线性规划中的 Канторович 问题 A、B、C 就是在研究生产的组织和计划中出现的. 后来 G. B. Dantzig 等人重新进行独立研究使其形成了一套较完整的理论和方法,进而又开拓了线性规划的应用范围,并相继出现了一批职业的线性规划工作者. 由于他们从事了大量的实践活动,反过来又进一步促进了线性规划方法的进一步发展,从而又出现了椭圆法、内点法等新的解线性规划的方法. 目前运筹学家们仍在孜孜不倦地研究新技术、新方法,使运筹学这门年青的学科不断地向前发展.

3. 运筹学的主要内容

运筹学发展到现在虽然只有四五十年的历史,但是内容丰富,涉及面广,应用范围大,已形成了一个相当庞大的学科. 它的主要内容一般应包含线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划、网络分析、排队论、对策论、决策论、存储论、可靠性理论、模型论、投入产出分析等等. 它们中的每一个部分都可以独立成册,都有丰富的内容.

上述的前五个部分统称为规划论,它们主要是解决两个方面的问题. 一个方面的问题是对于给定的人力、物力和财力,怎样才能发挥他们的最大效益;另一个方面的问题是对于给定的任务,怎样才能用最少的人力、物力和财力去完成它.

网络分析主要是研究解决生产组织、计划管理中诸如最短路径问题、最小连接问题、最小费用流问题、以及最优分派问题等. 特别在计划和安排大型

的复杂工程时,网络技术是重要的工具.

排队现象在日常生活中屡见不鲜,如机器等待修理,船舶等待装卸,顾客等待服务等.它们有一个共同的问题,就是等待时间长了,会影响生产任务的完成,或者顾客会自动离去而影响经济效益;如果增加修理工、装卸码头和服务台,固然能解决等待时间过长的问題,但又会蒙受修理工、码头和服务台空闲的损失.这类问题的妥善解决是排队论的任务.

对策论是研究具有利害冲突的各方,如何制定出对自己有利从而战胜对手的斗争策略.例如,战国时代田忌赛马的故事便是对策论的一个绝妙的例子.

决策问题是普遍存在的,凡属“举棋不定”的事情都必须做出决策.人们之所以举棋不定,是因为人们在着手实现某个预期目标时,面前出现了多种情况,又有多种行动方案可供选择.决策者如何从中选择一个最优方案,才能达到他的预期目标,这是决策论的研究任务.

人们在生产和消费过程中,都必须储备一定数量的原材料、半成品或商品.存储少了会因停工待料或失去销售机会而遭受损失,存储多了又会造成资金积压、原材料及商品的损耗.因此,如何确定合理的存储量、购货批量和购货周期至关重要,这便是存储论要解决的问题.

对于一个复杂的系统和设备,往往是由成千上万个工作单元或零件组成的,这些单元或零件的质量如何,将直接影响到系统或设备的工作性能是否稳定可靠.研究如何保证系统或设备的工作可靠性,这便是可靠性理论的任务.

人们在生产实践和社会实践中遇到的事物往往是很复杂的,要想了解这些事物的变化规律,首先必须对这些事物的变化过程进行适当的描述,即所谓建立模型,然后就可通过对模型的研究来了解事物的变化规律.模型论就是从理论上和方法上来研究建立模型的基本技能.

投入产出分析是通过研究多个部门的投入产出所必须遵守的综合平衡原则来制定各个部门的发展计划,借以从宏观上控制、调整国民经济,以求得国民经济协调合理地发展.

4. 运筹学的发展趋势

运筹学作为一门学科,在理论和应用方面,无论就广度和深度来说都有着无限广阔的前景.它不是一门衰老过时的学科,而是一门处于年青发展时期的学科,这从运筹学目前的发展趋势便可看出.

(1) 运筹学的理论研究将会得到进一步系统地、深入地发展.数学规划是20世纪40年代末期才开始出现的.经过十多年的时间,到了20世纪60年代,它已形成了应用数学中一个重要的分支,各种方法和各种理论纷纷出现,蔚为大观.但是,数学规划也和别的学科一样,在各种方法和理论出现以后,自然要

走上统一的途径.也就是说,用一种或几种方法和理论把现存的东西统一在某些系统之下来进行研究.而目前这种由分散到统一、由具体到抽象的过程正在形成,而且将得到进一步的发展.

(2) 运筹学向一些新的研究领域发展.运筹学的一个重要特点是应用十分广泛,近年来它正迅速地向一些新的研究领域或原来研究较少的领域发展,如研究世界性的问题,研究国家决策,或研究系统工程等.

(3) 运筹学分散融化于其他学科,并结合其他学科一起发展.如数学规划方法用于工程设计,常常叫做“最优化方法”,已成为工程技术中的一个有力研究工具;数学规划用于 Leontief 的投入产出模型,也成为西方计量经济学派常用的数学工具等等.

(4) 运筹学沿原有的各学科分支向前发展,这仍是目前发展的一个重要方面.如规划论,从研究单目标规划进而研究多目标规划,这当然可以看成是对事物进行深入研究的自然延伸.事实上,在实际问题中想达到的目标往往有多个,而且有些还是互相矛盾的.再如,从研究短期规划到研究长期规划,这种深入研究也很自然,因为对不少实际问题,人们主要关心的是未来的结果.

(5) 运筹学中建立模型的问题将日益受到重视.从事实际问题研究的运筹学工作者,常常感到他们所遇到的困难是如何把一个实际问题变成一个可以用数学方法或别的方法来处理的问题.就目前来说,关于运筹学理论和方法的研究,远远超过了对上述困难的研究,要使运筹学能保持它的生命力,这种研究非常必要.

(6) 运筹学的发展将进一步依赖于计算机的应用和发展.电子计算机的问世与广泛的应用是运筹学得以迅猛发展的重要原因.实际问题中的运筹学问题,计算量一般都是很大的.只是有了存储量大、计算速度快的计算机,才使得运筹学的应用成为可能,并反过来推动了运筹学的进一步发展.如算法复杂性这个学科就是运筹学与计算机相结合的产物.

总之,运筹学虽然只有四五十年的历史,但发展如此之快,运筹学工作者如此之多,都是前所未有的.运筹学作为一门学科,在理论及应用方面,无论就其广度还是深度来说,都有着无限广阔的前景.它对于加速我国的四个现代化建设必将起到十分重要的作用.

§ 1.2 运筹学的数学模型

模型是实际系统或过程的代表或描述,它能反映实际且具有足够的精确度.模型就是用一种简化的方式表现一个复杂过程或系统,用以帮助人们进行思考和解决问题.运筹学所研究的模型一般来说都是数学模型,也就是用字

母、数字和运算符号将系统或过程的某些特征及相互关系表达出来. 它试图精确地和定量地表示系统的各种关系. 它是现实系统或过程的一种抽象, 近似实际系统或过程而又非实际系统或过程的复制品. 它应能反映实际系统或过程的某些特征而又比实际系统或过程本身简单. 下面我们就介绍几个常用的数学模型.

1. 线性规划模型

设要从甲地调出物资 2000 吨, 从乙地调出物资 1100 吨, 分别供给 A 地 1700 吨、B 地 1100 吨、C 地 200 吨、D 地 100 吨. 已知每吨运费如表 1.1 所示.

假定运费与运量成正比, 在这种情况下, 采用不同的调拨计划, 运费就可能不一样. 现在问: 怎样才能找出一个运费最省的调拨计划? 下面我们就把这个问题用数字形式表示出来.

运费 产地 \ 销地	A	B	C	D
甲	21	25	7	15
乙	51	51	37	15

表 1.1

首先, 作一个物资调拨计划就相当于给出从每一个产地运到每一个销地的物资的数量, 可以用变量 x_{ij} 来表示这些数量. 例如, 用 $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ 分别表示从甲地运往 A, B, C, D 四地的物资数量, 用 $x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}$ 分别表示从乙地运往 A, B, C, D 四地的物资数量.

其次, 从甲、乙两地分别运往 A, B, C, D 四地的物资数量的总和应该分别等于 2000 吨和 1100 吨, 所以这些数量应该满足:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 2000 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1100 \end{cases} \quad (1.2.1)$$

然后, 运到 A, B, C, D 四地的物资数量应该分别是 1700 吨、1100 吨、200 吨、100 吨, 所以还应该满足:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} = 1700 \\ x_{12} + x_{22} = 1100 \\ x_{13} + x_{23} = 200 \\ x_{14} + x_{24} = 100 \end{cases} \quad (1.2.2)$$

另外, x_{ij} 是运量, 不能是负数, 所以还应满足:

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2; \quad j = 1, 2, 3, 4) \quad (1.2.3)$$

最后, x_{ij} 除了满足上述要求以外, 还应该使运费最省, 而总的运费是所有