

攻克疑难，采用全新理念——奥林匹克
克思维方式，上名牌大学不再难了

2011

同步拓展·奥林匹克

主编 汤步斌

高一数学(下)

试验修订本
第 修订版



 龍門書局

同步拓展 奥林匹克

2 合 1

第二次修订版

高一数学（试验修订本）（下）

丛书主编 常力源

数学主编 汤步斌

本册主编 汤步斌

编 者 汤步斌 李迪森

卞新荣

龍 門 書 局

北 京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160, 13501151303(打假办)

邮购电话：(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

同步拓展·奥林匹克·高一数学：试验修订本·下：2合1/常力源主编；汤步斌分册主编．—修订版．—北京：龙门书局，2003.1

ISBN 7-80160-178-5

I. 同... II. ①常...②汤... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 081889 号

责任编辑：李敬东

龙门书局出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

中国青年出版社印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2001 年 1 月第 一 版 开本：A5(890×1240)

2003 年 1 月第二次修订版 印张：4 1/8

2003 年 1 月第三次印刷 字数：153 000

印数：50 001—90 000

定 价：5.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)



人类社会已迈入了崭新的世纪，同时也迎来了知识经济时代。知识经济呼唤高素质人才，高素质人才应具备系统扎实的科学文化基础，健康健全的身体、心理素质，同时，更应具有较强的思维能力、实践能力和创新精神。

学校教育的目的是育人。一切为了学生发展的理念，已日趋成为现代教育的灵魂。如何发掘学生潜能，并引导其健康发展成鲜明的个性特长？如何推选以创新精神的培养为核心的全面素质教育？如何在基础教育阶段为未来高素质人才的成长铺垫好坚实的根基？每一位有责任感的教育工作者都在认真地思考和探索着。编写这套丛书的学校，就是这一伟大变革中的积极实践者。

湖南师大附中这所有着近百年办学历史的三湘名校，不失时机地把握改革开放的历史机遇，坚持以“三个面向”为指针，以改革为动力，以育人为根本的办学方针，确立了“以人为本、承认差异、发展个性、着眼未来”的学校课程改革理念，努力构建高中课程新体系，推动素质教育的深入实施。“学生主体、教师主导、思维主线”的教学思想，“全员发展、全面发展、特长发展、和谐发展”的育人目标得以较好的实现，学生整体素质和个性特长得到较好发展；高中毕业会考和高考成绩多年来一直名列湖南省前茅；1985年以来向北京大学、清华大学等全国名牌重点大学免试保送优秀毕业生850多名，还有38名学生考入中国科学技术大学等大学少年班。在国际中学生学科奥林匹克竞赛中，获数、理、化、生等学科金牌12枚，银牌6枚，为国家争得了极大荣誉，学校亦被誉为“金牌摇篮”！学校推行全面素质教育的育人经验被《人民教育》长篇报道。

全面推行素质教育，培养学生创新精神的主渠道是学科课堂教学。为了更好地与同行们交流学科育人的心得，同时也为了能给莘

莘学子们提供一套既能与现行教学大纲和教材同步配套，又能与启迪思维、开发智力、拓宽视野的奥林匹克竞赛思想方法合拍的综合训练读本，在龙门书局的大力支持下，我们组织了湖南师大附中有着丰富教学经验的教师和国际奥林匹克竞赛的金牌教练们编写了这套不同学段、多学科组合的《同步拓展·奥林匹克（2合1）》丛书，力求能通过同步辅导与竞赛培训的有机结合，使学生在明确重点、突破难点的基础上，加深对基础知识、基本技能的理解和运用，积累解题技巧，掌握学科思想方法，学会举一反三和融会贯通，能将知识内联、外延、迁移、重组，在新情景下解决新问题，切实提高学生的学科学习能力和创新意识。

本丛书不但面向重点学校的尖子生，是竞赛的入门普及读物，更是面向普通学校的广大学生同步导学、系统复习和应考提高的有效工具书。“同步”与“竞赛”相结合，是本书的特色，对我们来说，也是一次新的尝试。由于受编着者水平所限和编著时间仓促，书中难免出现不足和差错，恳请不吝指正。

常力源

攻克疑难,采用全新理念

第二次修订版前言

2000年本丛书问世,好评如潮。

2001年本丛书的修订版推出后,市场销量大增。

2002年本丛书的第二次修订版与读者见面了。它内容更新,形式更活。它将成为您忠诚的朋友,伴随在您的身边。

由于本丛书借用学科奥林匹克思维方式来解决同步学习中的疑难问题,效果较佳,因而受到中上等学生的普遍欢迎。虽然起点较高,但仍兼顾基础知识的巩固和基本技能的培养,也成了成绩一般的学生追赶别人的强有力武器。

面对复杂的问题提出简单有效的解决办法,在这方面,《2合1》被认为是最好的专家。

在本次修订中,对数、理、化、生各册的例题部分突显了“思维方式”栏目,在每章后还增加了“3+X拓展园地”栏目;在语文各册中增加了“基础知识拓展”“名言警句诵记”“时文精品赏析”等栏目;在英语各册中增加了阅读理解的题量和听力训练。相信经过第二次修订的《2合1》将更贴近读者,更贴近中高考。因此我们说:

攻克疑难,采用全新理念——奥林匹克思维方式,上名牌大学和重点高中不再难了。

丛 书 编 委 会

主 编：常力源

副 主 编：何宪才

编 委：李 安 郑定子 汤步斌

黄长泰 朱孟德 程 华

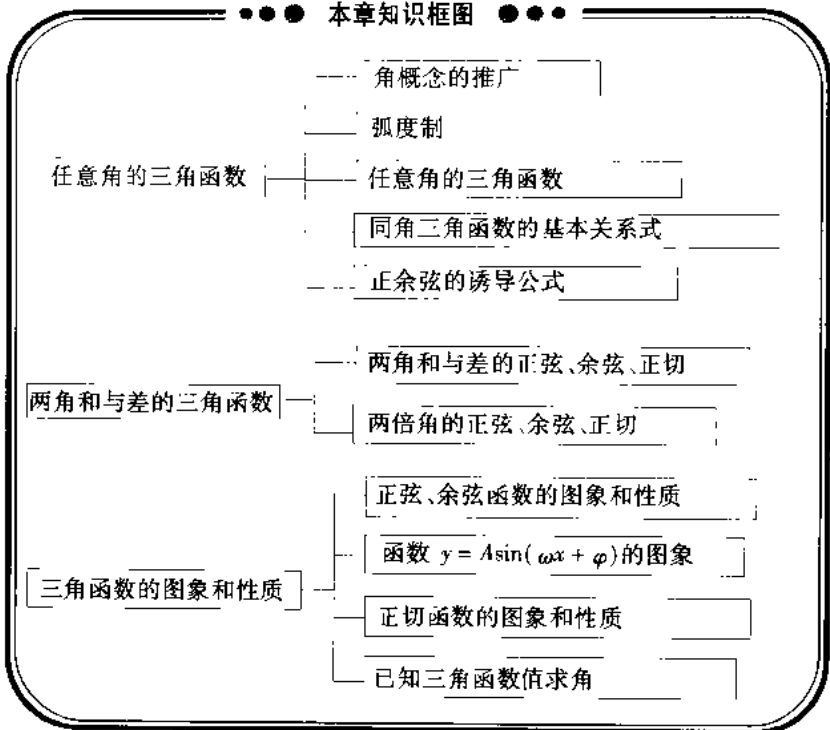
郝丽萍

执行编委：李敬东

目 录

第 4 章 三角函数	1
4.1 角的概念的推广	1
4.2 弧度制	6
4.3 任意角的三角函数	13
4.4 同角三角函数的基本关系式	20
4.5 正弦、余弦的诱导公式	28
4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切	33
4.7 二倍角的正弦、余弦、正切	40
4.8 正弦函数、余弦函数的图象和性质	47
4.9 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	53
4.10 正切函数的图象和性质	61
4.11 已知三角函数值求角	66
3 + X 拓展园地	72
第 5 章 平面向量	93
5.1~5.8 向量及其运算	93
5.9~5.10 解斜三角形	105
3 + X 拓展园地	112

●●● 本章知识框图 ●●●



4.1

角的概念的推广

重点难点指示

- (1) 角的“旋转生成”定义及始边、终边、顶点的概念.
- (2) 正角、负角、零角的概念.
- (3) 象限角的概念.
- (4) 所有与 α 角终边相同的角 (连同 α 角在内) 的表示式: $k \cdot 360^\circ + \alpha$

($k \in \mathbb{Z}$).

与 α 终边相同的角的集合: $\{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}\}$.

(5) 终边在 x 轴上的角的集合是

$$\{\beta | \beta = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\};$$

终边在 y 轴上的角的集合是

$$\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\};$$

终边在坐标轴上的角的集合是

$$\{\alpha | \alpha = k \cdot 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

(6) 求在指定范围内与某角终边相同的角.

(7) 判断已知角是第几象限的角.

(8) 掌握好与角 α 终边相同的角的表达通式“ $k \cdot 360^\circ + \alpha$ ”是本节的重点内容之一.一旦有了“表达通式”,就可以轻而易举地求出指定范围内与某角终边相同的一切角;也可以把给定的角 α 写成“ $k \cdot 360^\circ + \alpha_0$ ($0^\circ \leq \alpha_0 < 360^\circ$)”的形式,从而判定 α_0 是第几象限的角.而学会解决这两类问题是今后的“转化”做准备,即能据此把任意角的问题转化到 $0^\circ \sim 360^\circ$ 间的角的问题,从而达到化无限为有限,化陌生为熟悉,化未知为已知之目的.

(9) 终边在坐标轴上的角的表示方法一定要很好地加以掌握,因为今后在讨论三角函数定义域和解三角方程时经常要用到.

(10) 要注重数形结合思想与等价转化思想意识的培养,事实上,本节所有概念及结论,都是建立在“形”的基础之上的.

知识规律整理

重点问题一 终边相同的角

【范例 1】 在 $-720^\circ \sim 1080^\circ$ 之间与 160° 角的终边相同的角有几个? 与 -160° 角的终边相同的角有几个?

解答 与 $\pm 160^\circ$ 角的终边相同的角的一般表示式是 $k \cdot 360^\circ \pm 160^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$)

解不等式 $-720^\circ < k \cdot 360^\circ + 160^\circ < 1080^\circ$, 则得

思维方式

抓住终边相同的角的一般表示式“ $k \cdot 360^\circ + \alpha$ ”, 是求指定范围内与某角终边相同的角的关键.

$k = -2, -1, 0, 1, 2$, 共 5 个值;

解不等式 $-720^\circ < k \cdot 360^\circ + 160^\circ < 1080^\circ$, 易得

$k = -1, 0, 1, 2, 3$, 共 5 个值.

故适合题设条件的角各为 5 个.

类题 求在 $-720^\circ \sim 720^\circ$ 之间与 -1020° 终边相同的角.

答案 $-660^\circ, -300^\circ, 60^\circ, 420^\circ$.

重点问题二 象限角

【范例 2】 判断 $2134^\circ 56'$ 和 $-2134^\circ 56'$ 分别是第几象限的角, 该两角的终边关于哪条直线对称?

解答 $\because 2134^\circ 56'$
 $= 5 \times 360^\circ + 334^\circ 56'$
 $- 2134^\circ 56' = -6 \times 360^\circ$
 $+ 25^\circ 4'$

$\therefore 2134^\circ 56'$ 是第四象限的角, $-2134^\circ 56'$ 是第一象限的角, 它们的终边关于 x 轴对称.

类题 判断 $2002^\circ 9'$ 是第几象限的角?

答案 第三象限的角.

思维方式

判断某角是第几象限的角, 应先将该角化为 $k \cdot 360^\circ + \alpha$ (其中 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$) 的形式, 再根据 α 所在的象限来判断. 一般地, 角 θ 与 $-\theta$ 的终边关于 x 轴对称.

【范例 3】 若角 α 是第一象限的角, 问 $2\alpha, \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{3}$ 是第几象限的角?

解答 (1) $\because \alpha$ 是第一象限的角,

$\therefore k \cdot 360^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 90^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$
(※)

$\therefore k \cdot 720^\circ < 2\alpha < k \cdot 720^\circ + 180^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$

故 2α 是第一或第二象限的角或是终边重合于 y 轴的正半轴的角;

(2) 由 (※) 得 $k \cdot 180^\circ < \frac{\alpha}{2} < k \cdot 180^\circ + 45^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$

① 当 k 为偶数时, 令 $k = 2n$ ($n \in \mathbb{Z}$), 得

思维方式

先写出已知角的范围, 然后考虑其倍、分角的范围, 但要注意分类讨论.

$$n \cdot 360^\circ < \frac{\alpha}{2} < n \cdot 360^\circ + 45^\circ, (n \in \mathbf{Z}).$$

这表明 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限的角;

②当 k 为奇数时, 令 $k = 2n + 1$ ($n \in \mathbf{Z}$), 得

$$n \cdot 360^\circ + 180^\circ < \frac{\alpha}{2} < n \cdot 360^\circ + (180^\circ + 45^\circ), (n \in \mathbf{Z}).$$

这表明 $\frac{\alpha}{2}$ 是第三象限的角.

综合①、②则知 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一或第三象限的角;

(3)由(*)式得 $\frac{k \cdot 360^\circ}{3} < \frac{\alpha}{3} < \frac{k}{3} \cdot 360^\circ + 30^\circ, (k \in \mathbf{Z}).$

①当 $k = 3n$ ($n \in \mathbf{Z}$) 时, 由

$$n \cdot 360^\circ < \frac{\alpha}{3} < n \cdot 360^\circ + 30^\circ, (n \in \mathbf{Z})$$

知 $\frac{\alpha}{3}$ 是第一象限的角;

②当 $k = 3n + 1$ 时, 由

$$n \cdot 360^\circ + 120^\circ < \frac{\alpha}{3} < n \cdot 360^\circ + (120^\circ + 30^\circ), (n \in \mathbf{Z})$$

知 $\frac{\alpha}{3}$ 是第二象限的角;

③当 $k = 3n + 2$ 时, 由

$$n \cdot 360^\circ + 240^\circ < \frac{\alpha}{3} < n \cdot 360^\circ + (240^\circ + 30^\circ)$$

知 $\frac{\alpha}{3}$ 是第三象限的角.

综合①、②、③则知 $\frac{\alpha}{3}$ 是第一或第二或第三象限的角.

类题 若 α 是第二象限的角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 是____象限的角, 2α 的范围是____.

答案 第一或第三. $(4k\pi + \pi, 4k\pi + 2\pi), k \in \mathbf{Z}.$

基础训练

一、选择题

(1)与 -517° 的终边相同的角可表示为

()

(A) $k \cdot 360^\circ + 517^\circ, (k \in \mathbf{Z})$

(B) $k \cdot 360^\circ + 157^\circ, (k \in \mathbf{Z})$

(C) $k \cdot 360^\circ + 203^\circ, (k \in \mathbf{Z})$

(D) $k \cdot 360^\circ - 203^\circ, (k \in \mathbf{Z})$

(2) 给定四个命题:

①角 α 与角 $180^\circ - \alpha$ 的两终边关于 y 轴对称;

②若 α 是第一象限的角, 则 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$;

③与 -45° 的终边相同的角的集合是

$$\{\beta | \beta = -k \cdot 360^\circ - 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\};$$

④如果一个角的终边与它的始边重合, 那么该角是 0° 角.

其中错误的命题的个数是

()

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

(3) 若 α 是第三象限的角, 则 $90^\circ - \alpha$ 是

()

(A)第一象限的角

(B)第二象限的角

(C)第三象限的角

(D)第四象限的角

(4) 设集合 $A = \{x | x = k \cdot 360^\circ \pm 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{y | y = k \cdot 180^\circ - 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 A 与 B 的关系是

()

(A) $A = B$

(B) $A \subset B$

(C) $A \supset B$

(D) $A \cap B = \{-90^\circ\}$

(5) 如果 $\alpha = k \cdot 360^\circ + \theta$, $\beta = n \cdot 360^\circ - \theta$ (其中 $k, n \in \mathbb{Z}$), 且 α 与 β 的终边相同, 那么

()

(A) $\theta = 0^\circ$

(B) $\theta = 180^\circ$

(C) $\theta = k \cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$)

(D) $\theta = k \cdot 180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$)

二、填空题

(6) 设 $S = \{x | x = k \cdot 360^\circ - 1690^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 S 中的最小正角 $x =$ _____.

(7) 设 $A = \{\text{锐角}\}$, $B = \{\text{钝角}\}$, $C = \{\text{小于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$, $D = \{\text{第一象限的角}\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cap C =$ _____, $C \cap D =$ _____.

(8) ①若角 α 与角 β 的终边关于 x 轴对称, 则 α 与 β 的关系是 _____;

②若角 α 与角 β 的终边关于 y 轴对称, 则 α 与 β 的关系是 _____;

③若角 α 与角 β 的终边在一条直线上, 则 α 与 β 的关系是 _____;

④若角 α 与角 β 的终边重合, 则 α 与 β 的关系是 _____;

⑤若角 α 与角 β 的终边互相垂直, 则 α 与 β 的关系是 _____.

(9) 终边在 $\cdot \cdot \cdot$ 三象限的角平分线上的角 α 的集合是 _____.

(10) 四个集合: $A = \{x | x = 4k \cdot 180^\circ + 60^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = k \cdot 360^\circ + 60^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{\beta | \beta = n \cdot 180^\circ + 60^\circ, n \in \mathbb{Z}\}$, $D = \{y | y = m \cdot 90^\circ + 60^\circ, m \in \mathbb{Z}\}$ 之间的包含关系是 _____.

三、解答题

(11) 写出与下列各角终边相同的角的集合 M , 并把 M 中在 -720° 到 360° 间的角

写出来:

① 391° ;

② -372° .

(12) 已知 $90^\circ < \alpha, \beta < 90^\circ$, 求 $\alpha - \frac{\beta}{2}$ 的范围.

(13) 已知 $\alpha = -19992000^\circ$, 求 α 的终边所在的象限.

(14) 已知角 α 的终边所在的直线经过点 $P(-1, \sqrt{3})$,

① 写出角 α 的集合;

② 写出适合条件 $-360^\circ < \alpha < 720^\circ$ 的所有角 α .

(15) 已知角 2α 的终边在 y 轴左侧, 设 α 的终边所在的平面区域为 E , 求单位圆上位于该区域内的弧长.

答案: 一、(1)C (2)B (3)C (4)A (5)D

二、(6) 110° .

(7) $A \cap B = \emptyset, A \cap C = A, C \cap D = \{\alpha \mid k \cdot 360^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 90^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(8) ① $\alpha = k \cdot 360^\circ - \beta$; ② $\alpha = k \cdot 360^\circ + (180^\circ - \beta)$;

③ $\alpha = k \cdot 180^\circ + \beta$; ④ $\alpha = k \cdot 360^\circ + \beta$;

⑤ $\alpha = k \cdot 360^\circ + (\beta \pm 90^\circ)$.

(以上 $k \in \mathbb{Z}$).

(9) $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(10) $A \subset B \subset C \subset D$.

三、(11) ① $-689^\circ, -329^\circ, 31^\circ$; ② $-372^\circ, -12^\circ, 348^\circ$.

(12) $-135^\circ < \alpha - \frac{\beta}{2} < 135^\circ$.

(13) α 是第三象限的角.

(14) ① 角 α 的集合为 $\{\alpha \mid \alpha = k \cdot 360^\circ + 120^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$;

② 适合条件的角 α 共 3 个: $-240^\circ, 120^\circ, 480^\circ$.

(15) π .

4.2

弧度制

重点难点指示

(1) 角度制: 规定周角的 $\frac{1}{360}$ 为 1 度的角, 简记为 1° , 这种用度做单位来度量角的制度叫做角度制.

(2) 1 弧度的角: 把等于半径长的圆弧所对的圆心角的大小叫做 1 弧度的角, 记作 1 弧度或简记为 1.

(3)圆心角:由于引进了任意角的概念,因此圆心角可以大于 360° ,一般地,圆心角可以为任意角.

(4)弧长:由于圆心角的绝对值可以任意地大,所以圆心角所对的弧长就可以任意地长.按照1弧度角的定义,立刻知道,任一已知角 α 的弧度数的绝对值 $|\alpha|$ 、它所对的圆弧长 l 、圆的半径 r 之间有如下重要关系:

$$|\alpha| = \frac{l}{r} \quad ①$$

即 $l = |\alpha| \cdot r \quad ②$

也即 $r = \frac{l}{|\alpha|} \quad ③$

其中①为圆心角公式,②为弧长公式,③为圆半径公式.

(5)弧度制:以等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做1弧度的角.规定正角的弧度数为正数,负角的弧度数为负数,零角的弧度数为零,这种用“弧度”做单位来度量角的制度叫做弧度制.

(6)角度与弧度的互换关系:因为周角的弧度数是 2π ,而在角度制中,周角是 360° ,所以

$$\begin{aligned} 360^\circ &= 2\pi \text{ 弧度} \\ 180^\circ &= \pi \text{ 弧度} \end{aligned}$$

据此易得

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ 弧度} \approx \frac{3.14}{180} \text{ 弧度} \approx 0.01745 \text{ 弧度};$$

$$1 \text{ 弧度} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx \left(\frac{180}{3.14}\right)^\circ \approx 57.30^\circ \approx 57^\circ 18'.$$

(7)任意角的集合与实数集 R 是一一对应的,如图4-1所示.

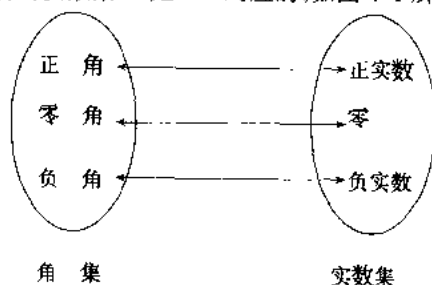


图4-1

(8)注意角度制与弧度制的联系与区别

①弧度制是以“弧度”为单位度量角的制度,角度制是以“度”为单位度量角的

制度;

②1 弧度是等于半径长的圆弧所对的圆心角的大小,而 1° 是圆的 $\frac{1}{360}$ 所对的圆心角的大小;

③不论是以“弧度”还是以“度”为单位的角的大小都是一个与半径的大小无关的定值.

(9)用“弧度”或“度”作单位来表示一个角的大小时,要注意有以下三点约定俗成:

①用弧度为单位表示角的大小时,“弧度”两字可以省略不写,这时弧度数在形式上虽是一个不名数,但应当将其理解为名数,例如 $\sin 1$ 是指 $\sin(1 \text{ 弧度})$, $\pi = 180^\circ$ 是指 $\pi \text{ 弧度} = 180^\circ$. 而用度“°”为单位时,度“°”是不能省去的;

②用弧度为单位表示角时,常常把弧度数写成多少 π 的形式,如无特别要求,不必把 π 写成小数,如 $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ 弧度,不必写成 $45^\circ \approx 0.785$ 弧度;

③写与角 α 终边相同的角(连同角 α 在内)的集合时,要根据角 α 的单位来决定前而一项的单位,即两项所采用的量角制必须一致,不能出现“ $k \cdot 360^\circ + \frac{\pi}{6}$ ”一类的写法.

(10)量角的制度,除了角度制和弧度制外,还有“密位制”和“百分度制”.密位制规定:1 密位是指圆周的 $\frac{1}{6000}$ 的弧所对的圆心角的大小,密位制在军事上常用.百分度制即把一直角的 $\frac{1}{100}$ 规定为一个百分度,这在某些国家用到.

(11)用公式 $|\alpha| = \frac{l}{r}$ 求圆心角时, α 的单位必为弧度, l 与 r 的单位相同,均是长度单位.同样,用公式 $l = |\alpha| \cdot r$ 求弧长时, α 的单位也是弧度,当 α 的单位是度时,例如 $\alpha = n^\circ$ 时,就应用公式 $l = \frac{n\pi}{180} \cdot r$ 求弧长 l .

如果将公式 $l = |\alpha| \cdot r$ 中 $|\alpha|$ 的绝对值不写,即写成 $l = \alpha \cdot r$,那么当 $\alpha < 0$ 时, $l < 0$,这与弧长的实际意义相悖.但是,如果规定正负方向,即将 l 理解为动点 P 从定点 $A(r, 0)$ 出发沿半径为 r 的圆周逆时针旋转($\alpha > 0$ 时)或顺时针旋转($\alpha < 0$ 时) $|\alpha|$ 弧度后, P 点所走过的路程,那么,公式 $l = \alpha \cdot r$ 更为有趣,因为它具有了生动的几何直观(参见图 4-2),但在只求弧长而不计方向时,则应用 $l = |\alpha| \cdot r$ 计算.

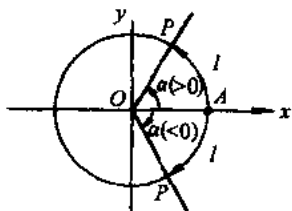


图 4-2

(12) 引进弧度制后, 扇形面积公式就简化为 $S = \frac{1}{2} l \cdot r$, 或 $S = \frac{1}{2} |\alpha| \cdot r^2$.

知识规律整理

重点问题一 角度制与弧度制的换算

【范例 1】用弧度制表示以下各角或角集:

(1) 1110° ; (2) -495° ;

(3) 终边在 x 轴上的角的集合;

(4) 终边在第四象限的角的集合.

解答 (1) $1110^\circ =$

$$1110 \times \frac{\pi}{180} = \frac{37\pi}{6};$$

$$(2) -495^\circ = -495$$

$$\times \frac{\pi}{180} = -\frac{11}{4}\pi;$$

(3) $\because$ 在角度制中, 终边在 x 轴上的角

的集合是: $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$,

$\therefore$ 在弧度制中, 终边在 x 轴上的角的集合是: $\{\alpha | \alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$;

(4) $\because$ 在角度制中, 第四象限的角的集合是

$$\{\alpha | k \cdot 360^\circ - 90^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$\therefore$ 在弧度制中, 第四象限的角的集合是

$$\left\{ \alpha \left| 2k\pi - \frac{\pi}{2} < \alpha < 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right. \right\}.$$

思维方式

利用 $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ 弧度, 1 弧度 $= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$, 换算即可. 同时, 要熟记 $360^\circ = 2\pi$, $\pi = 180^\circ$, $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$, $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$, $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$ 等等.

类题 用弧度制表示以下各角或角的集合.

(1) 2002° ; (2) -600° ; (3) 终边在直线 $y = x$ 轴上的角的集合.

答案 (1) $\frac{1001}{90}\pi$; (2) $-\frac{10}{3}\pi$; (3) $\left\{ x \left| x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right. \right\}$.

重点问题二 弧度制的应用

【范例 2】试判断 $\alpha_1 = -8$, $\alpha_2 = -\frac{2000}{3}\pi$ 两角所在的象限.