一堂好课

yitanghaoke

讲 问 练 解 测

全在一堂好课

试用修订版→

shiyongxiudingban

初二数学

（下）

吉林人民出版社

1堂好课

yitanghaoke

与新教材同步

试用修订版→

shiyongxiudingban

初二数学(下)

主　　编●秦　梦　　分册主编●王志昌

分册副主编●薛红梅　亓桂芳

编　　者●王志昌　薛红梅　亓桂芳　张建标

范巧哲　苏跃中　刘银瑜　张凤兰

郭金枝　苗文丽　焦秀风

吉林人民出版社

（吉）新登字 01 号

一堂好课·初二数学·下（试用修订版）

主　　编　秦　梦　　　分册主编　王志昌
责任编辑　张长平　王胜利　　　封面设计　魏　晋
责任校对　唐晓明　王治国　　　版式设计　王胜利

出 版 者　吉林人民出版社（长春市人民大街 124 号　邮编 130021）
发 行 者　吉林人民出版社　　电话：0431－5678541
印 刷 者　北京市通县长凌营印刷厂

开　　本　787×1092　1/16
印　　张　6.125
字　　数　139 千
版　　次　2001 年 11 月第 1 版　　2002 年 11 月第 1 次修订版
印　　次　2002 年 11 月第 1 次印刷
印　　数　1－50100 册

标准书号　ISBN 7-206-03749-6/G·1112
定　　价　6.50 元

出版说明

编写目的

· 减轻学生负担，提高课堂效率，让每节课都成为精品课。

· 推动新教材的普及使用，为广大师生提供学习的指导方法，把握新教材的特点。

· 培养学生自学能力，提高创新意识。

编写依据

· 最新国家课程标准和考试说明。

· 最新试验（试用）修订版教材。

· 最新华东版初中物理教材。

科目设置

· 试验（试用）修订版科目，涵盖初中阶段、高中阶段的数学、物理、化学、英语、语文、历史、地理、生物八大学科。

· 单独编写华东版初二、初三物理，其他科目通用。

编写特点

· **讲、练、测，三位一体。** 通过讲一题、练一题、测一题，把学习过程进行优化设计，轻松学习，事半功倍。

· **突出能力，命题新颖。** 全书从选材到命题都以能力立意，设问角度新，思维价值高。

· **引导思维，突破难点。** 本书精选典型题，重点指导解题方法，培养迁移能力，突出重点，能够举一反三。

· **及时反馈，因材施教。** 每课或每章（单元）后设有单元拔高训练，通过自测或小考，老师和学生及时了解知识掌握的不同程度，找出原因，采取不同措施，因材施教。

适用范围

· 使用试验（试用）修订版教材的省市。

· 使用初二、初三华东版物理教材的省市。

特别致谢

本书在编写过程中得到了参与新教材试验教学一线教师的大力帮助，使我们能够充分把握新教材的特点，编写时融进了广大一线教师的教学成果及独特的教学方法、新知识、新题型，在此我们表示衷心感谢。

吉林人民出版社综合室

目 录

代数部分

第十章 数的开方 …… 1
10.1 平方根 …… 1
10.2 用计算器求平方根 …… 3
10.3 立方根 …… 5
10.4 用计算器求立方根 …… 7
10.5 实 数 …… 8
单元拔高训练 …… 10
第十一章 二次根式 …… 12
11.1 二次根式 …… 12
11.2 二次根式的乘法 …… 14
11.3 二次根式的除法 …… 16
11.4 最简二次根式 …… 19
11.5 二次根式的加减法 …… 21
11.6 二次根式的混合运算 …… 24
11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简 …… 28
单元拔高训练 …… 31

几何部分

第四章 四边形 …… 33
4.1 四边形 …… 33
4.2 多边形的内角和 …… 35
4.3 平行四边形及其性质 …… 36
4.4 平行四边形的判定 …… 38
4.5 矩形、菱形 …… 41
4.6 正方形 …… 46
4.7 中心对称和中心对称图形 …… 49
4.8 实习作业(略) …… 50
4.9 梯 形 …… 50
4.10 平行线等分线段定理 …… 53
4.11 三角形、梯形的中位线 …… 56
单元拔高训练 …… 58
第五章 相似形 …… 59
5.1 比例线段 …… 59

5.2 平行线分线段成比例定理 …… 62
5.3 相似三角形 …… 65
5.4 三角形相似的判定 …… 67
5.5 相似三角形的性质 …… 71
5.6 相似多边形 …… 75
单元拔高训练 …… 78
期中测试 …… 80
期末测试 …… 82
参考答案 …… 85

代数部分

第十章 数的开方

10.1 平方根

重点难点考点

重点：1.了解平方根及算术平方根的概念.2.掌握求某些数的平方根的方法.3.能熟练求一个正数的平方根及算术平方根.4.理解平方与开平方互为逆运算.

难点：1.平方根及算术平方根的概念.2.对符号“$\sqrt{\ }$”意义的理解.3.正数的平方根与算术平方根的区别.

考点：会利用平方根及算术平方根的概念及性质解题.

典型例题解析

例1 判断下列各数是否有平方根，并说明理由.

(1)$(-3)^2$； (2)0； (3)-0.56； (4)$-a^2$.

解析 (1)$\because(-3)^2=9>0$，$\therefore(-3)^2$有平方根为±3.

(2)$\because$0的平方根是它本身，$\therefore$0有平方根为0.

(3)$\because -0.56<0$，$\therefore -0.56$没有平方根，即$\pm\sqrt{-0.56}$无意义.

(4)当$a\neq0$时，$-a^2<0$，$\therefore -a^2$没有平方根，即$\pm\sqrt{-a^2}$无意义.

当$a=0$时，$-a^2=0$，$\therefore -a^2$有平方根为0.

故(1)$(-3)^2$有平方根，并且它们互为相反数，即±3.

(2)0有平方根是它本身，即为0. (3)-0.56没有平方根.

(4)当$a=0$时，$-a^2$有平方根是0；当$a\neq0$时，$-a^2$没有平方根.

例2 求下列各式的值：

(1)$\pm\sqrt{196}$； (2)$\sqrt{(-16)^2}$； (3)$-\sqrt{-(-4)^3}$； (4)$\pm\sqrt{(x-3)^2}$.

解析 解答此题关键是弄清“$\pm\sqrt{\ }$”、“$\sqrt{\ }$”、“$-\sqrt{\ }$”的意义，弄清问的是什么再求值.(1)是求196的平方根.(2)是求$(-16)^2$的算术平方根.(3)是求$-(-4)^3$的算术平方根的相反数.(4)是求$(x-3)^2$的平方根.

(1)$\pm\sqrt{196}=\pm14$； (2)$\sqrt{(-16)^2}=\pm16$； (3)$-\sqrt{-(-4)^3}=-\sqrt{64}=-8$；

(4)$\pm\sqrt{(x-3)^2}=\pm|x-3|$.

点评 做此类题目，首先应注意等号左右两边的符号要一致，切忌出现$\sqrt{16}=\pm4$的错误；其次，要正确理解“$\sqrt{\ }$”、“$\pm\sqrt{\ }$”、“$-\sqrt{\ }$”的意义.还应该注意文字语言的表达与符号语言的表达，不能混为一谈.如“16的算术平方根”是文字语言表达，等价于符号语言“$\sqrt{16}$”；当文字语言与符号语言混用时，各表其意，如$\sqrt{16}$的算术平方根是2，切不可误认为是4.

例 3 (1)当 x 为何值时，$\sqrt{x-5}$有意义？

(2) $\sqrt{x+1}+\sqrt{-x}$有意义的 x 的取值范围是什么？

(3)已知：$|x-2|+(y-3)^2+\sqrt{x+y+z}=0$，求 x,y,z 的值.

解析 (1) $\sqrt{x-5}$表示$(x-5)$的算术平方根，根据算术平方根的性质，负数没有平方根，也没有算术平方根，所以非负数才有平方根，故本题是求 $x-5\geqslant0$ 的解集.

(2)由算术平方根的性质得$\begin{cases}x+1\geqslant0,\\-x\geqslant0,\end{cases}$解此不等式组可得解集.

(3)因为绝对值、平方数、算术平方根都是非负数，而几个非负数的和为 0，则每一个加数都为 0，从而可得关于 x,y,z 的三元一次方程组，求出 x,y,z 的值.

(1)由题意可知 $x-5\geqslant0$，$\therefore x\geqslant5$.

答：当 $x\geqslant5$ 时，$\sqrt{x-5}$有意义.

(2)$\because$ $\sqrt{x+1}$，$\sqrt{-x}$都是算术平方根，

$\therefore\begin{cases}x+1\geqslant0,\\-x\geqslant0,\end{cases}$ 即$\begin{cases}x\geqslant-1,\\x\leqslant0.\end{cases}$ 故$-1\leqslant x\leqslant0$.

答：所求 x 的取值范围是$-1\leqslant x\leqslant0$.

(3)$\because$ $|x-2|+(y-3)^2+\sqrt{x+y+z}=0$，

又$\because$ $|x-2|\geqslant0$，$(y-3)^2\geqslant0$，$\sqrt{x+y+z}\geqslant0$，

$\therefore\begin{cases}|x-2|=0,\\(y-3)^2=0,\\\sqrt{x+y+z}=0,\end{cases}$ 即$\begin{cases}x-2=0,\\y-3=0,\\x+y+z=0.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=2,\\y=3,\\z=-5.\end{cases}$

答：x,y,z 的值分别为 $2,3,-5$.

综合能力训练

一、选择题

1. 下列语句正确的是(　　).

A. 任何数都有两个平方根　　B. 只有正数才有平方根

C. 一个正数的平方根的平方就是它本身　　D. 不是正数没有平方根

2. 使 $\sqrt{-x}$有意义的 x 的值一定是(　　).

A. 正数　　B. 非正数　　C. 负数　　D. 0

3. 当 $a<1$ 时，则$-\sqrt{(a-1)^2}$的值是(　　).

A. $-(a-1)$　　B. $a-1$　　C. $|a-1|$　　D. 没有意义

4. $\sqrt{49}$的平方根是(　　).

A. 7　　B. ±7　　C. $\sqrt{7}$　　D. $\pm\sqrt{7}$

5. 下列等式正确的是(　　).

A. $\sqrt{16}=\pm4$　　B. $\sqrt{-9}=-3$

C. $\sqrt{(-5)^2}=-5$　　D. $(-\sqrt{2})^2=2$

6. 若 $\sqrt{-x^2}=x$，则 x 应取(　　).

A. 0　　B. 1　　C. $x \geqslant 0$　　D. $x \leqslant 0$

7. 若 $\sqrt{(3-x)^2}=3-x$，则 x 的取值范围为(　　).

A. $x \leqslant 3$　　B. $x \geqslant 3$　　C. $0 \leqslant x \leqslant 3$　　D. 一切有理数

8. 一个自然数的算术平方根是 a，那么比这个自然数大，且与它相邻的下一个自然数的算术平方根是(　　).

A. a^2+1　　B. $\sqrt{a^2+1}$　　C. $a+1$　　D. $\sqrt{a+1}$

二、填空题

1. 已知 $\sqrt{x^2}=4$，则 $x=$ ________.

2. $(-3)^2$ 的平方根是________，算术平方根是________.

3. 若 $\sqrt{a-2}+|3b+1|=0$，则 $a+3b=$ ________.

4. 下面数中：-2，$(-2)^2$，$|-2|$，$-\frac{1}{2}$ 的相反数，其中有平方根的数是________.

5. 一个数 x 的算术平方根大于它本身，这个数 x 的取值范围是________.

6. 已知：$2a-1$ 的平方根是 ± 5，$a+2b-5$ 的平方根是 $\pm 2\sqrt{5}$，则 $a+2b$ 的算术平方根是________.

7. 已知 a，b，c 为有理数，且 $\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{b+1}+\sqrt{c^2+b^2-2bc}=0$，则 $a^{2000}+b^{2001}+2001c^{2002}=$ ________.

8. 某数的两个平方根的积为 -2，则这个数是________.

三、解答题

1. 求下列各式的值：

(1) $\sqrt{25}$；$\sqrt{49}$；　　(2) $\sqrt{0.04}+\frac{1}{3}\sqrt{0.36}$；

(3) $\sqrt{1\frac{7}{9}\times 1\frac{24}{25}}$；　　(4) $-\sqrt{25}+\sqrt{(-0.75)^2}$；

(5) $\sqrt{3^2}\div\sqrt{3\frac{1}{16}}\div\sqrt{\frac{1}{4}}$；　　(6) $\sqrt{\frac{13^2-12^2}{64}}$.

2. 若 $\sqrt{(x-1)^2}+|y-2|=0$，则 $x^{101}+y^2$ 的值是多少？

3. 若代数式 $\frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{x-2}}$ 有意义，求 x 的取值范围.

4. 已知，$y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+4$，求 x，y 的值.

5. 若 $a^2+b^2-4a-2b+5=0$，求 $\frac{\sqrt{2a}+b}{\sqrt{2a}-b}$ 的值.

6. 已知：$m^2-m-n+a=0$，且 $\sqrt{n-2007}$ 与 $\sqrt{9-6m+m^2}$ 互为相反数，求 a 的值.

7. 正数 a 的算术平方根一定比 a 小吗？

10.2　用计算器求平方根

重点难点考点

重点：用计算器进行简单运算的操作程序.

难点：1. 避免初学者按键操作不准确造成计算错误. 2. 每次运算前按清除键，初学者常忽视这一点，应引起重视.

考点：1. 初中数学教学大纲已将本节内容列入必学内容，因此应会用计算器求一些非完全平方数的

平方根. 2. 用计算器进行简单计算的操作程序.

典型例题解析

例 1 用计算器求 $\sqrt{1.354}$（结果保留 4 个有效数字）.

解析

按键	显示
$\boxed{1}\boxed{.}\boxed{3}\boxed{5}\boxed{4}$	1.354
■2ndf	2F
$\boxed{\sqrt[x]{y}}$	1.354
$\boxed{2}$	2
$\boxed{=}$	1.163615057

因为计算结果要求保留 4 个有效数字，所以

$\sqrt{1.354}\approx 1.164$.

注意：在遇到开方开不尽的情况时，如无特别说明，计算结果一律保留四个有效数字.

点评 1. 上图左栏为按键顺序：1.354→■→$\boxed{\sqrt[x]{y}}$→$\boxed{2}$→$\boxed{=}$→$\overset{结果}{1.16362}$.

2. 计算器只能计算非负数的算术平方根，要求平方根，则根据平方根的意义加上正负号.

例 2 用计算器计算 $\dfrac{\sqrt{37}}{38-\sqrt{21}\times 13}$ 的值.

解析 操作程序为：按清除键后

37→■→$\boxed{\sqrt[x]{y}}$→$\boxed{2}$→$\boxed{\div}$→$\boxed{(}$→38→$\boxed{-}$→21→■→$\boxed{\sqrt[x]{y}}$→$\boxed{2}$→$\boxed{\times}$→13→$\boxed{)}$→$\boxed{=}$→-0.2819547.

$\therefore \dfrac{\sqrt{37}}{38-\sqrt{21}\times 13}=\quad 0.2820.$

综合能力训练

一、选择题

1. 用计算器求 $(35-23\times 81)\div 34$ 的值，下列操作程序不正确的是（　　）.

A. 35 $\boxed{-}$ 23 $\boxed{\times}$ 81 $\boxed{\div}$ 34 $\boxed{=}$

B. $\boxed{(}$ 35 $\boxed{-}$ 23 $\boxed{\times}$ 81 $\boxed{)}$ $\boxed{\div}$ 34 $\boxed{=}$

C. 35 $\boxed{\div}$ 34 $\boxed{-}$ 23 $\boxed{\times}$ 81 $\boxed{\div}$ 34 $\boxed{=}$

D. 35 $\boxed{-}$ 23 $\boxed{\times}$ 81 $\boxed{=}$ ÷ 34 $\boxed{=}$

2. 用计算器求 $\dfrac{\sqrt{29}}{21-\sqrt{23}\times 38}$ 的值，下列操作顺序正确的是（　　）.

A. 29■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 2 $\boxed{\div}$ 21 $\boxed{-}$ 21■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 2 $\boxed{\times}$ 38 $\boxed{=}$

B. 29 $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 2 $\boxed{\div}$ $\boxed{(}$ 21 $\boxed{-}$ 23 $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 2 $\boxed{\times}$ 38 $\boxed{)}$ $\boxed{=}$

C. 29■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 2 $\boxed{\div}$ $\boxed{(}$ 21 $\boxed{-}$ 23■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 2 $\boxed{\times}$ 38 $\boxed{)}$ $\boxed{=}$

D. 29 ■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 2 $\boxed{\times}$ 21 $\boxed{-}$ 23 ■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 2×38 $\boxed{\frac{1}{x}}$ $\boxed{=}$

二、填空题(用计算器计算下列各式的值,保留四个有效数字)

1. $\sqrt{5}=$________.　　　　2. $-\sqrt{0.13}=$________.

3. 12345 的平方根是________.　　　　4. $\sqrt{354\frac{2}{5}}=$________.

三、计算题(用计算器求下列各式的值,精确到 0.01)

1. $(105+23)\div(20-35)$.　　2. $0.19\div13-0.125\div0.2$.　　3. $\frac{\sqrt{38}-23\times\sqrt{21}}{\sqrt{37}}$.

10.3　立方根

重点难点考点

重点:1. 了解立方根的概念和性质. 2. 会求一个数的立方根. 3. 理解立方根个数的惟一性. 4. 理解开立方与立方互为逆运算.

难点:1. 立方根与平方根的区别. 2. 运用 $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$,求负数的立方根.

考点:会依据立方根概念及性质解有关习题.

典型例题解析

例 1　下列语句中正确的是(　　).

A. 8 的立方根是 ±2

B. $-\frac{1}{125}$是负数,所以它没有平方根,也没有立方根

C. −3 是 27 的负的立方根

D. $\sqrt{64}$的立方根是 2

解析　此题要明确平方根与立方根的区别:(1)负数没有平方根,而负数有立方根;(2)正数有两个平方根且互为相反数,而正数只有一个立方根;(3)平方根中,根指数 2 可以省略,而立方根中,根指数 3 不能省略. A 错,$\because 2^3=8$,$\therefore$ 8 的立方根是 2,不是 ±2, B 错,$-\frac{1}{125}$有立方根是$-\frac{1}{5}$, C 错, 27 只有一个正的立方根,它没有负立方根, D 中,$\because\sqrt{64}=8$,而 8 的立方根是 2,故选 D.

例 2　求下列各数的立方根:

(1)27;(2)−0.064;(3)$-5\frac{23}{64}$;(4)$(-5)^3$.

解析　根据开立方与立方互为逆运算的关系,可以通过立方的方法去求一个数的立方根.

(1)$\because 3^3=27$,$\therefore$ 27 的立方根是 3,即 $\sqrt[3]{27}=3$.

(2)$\because(-0.4)^3=-0.064$,$\therefore -0.064$ 的立方根是 −0.4,即 $\sqrt[3]{-0.064}=-0.4$.

(3)$\because -5\frac{23}{64}=-\frac{343}{64}$,又$\because\left(-\frac{7}{4}\right)^3=-\frac{343}{64}$,

$\therefore -5\frac{23}{64}$的立方根是$-\frac{7}{4}$,即$\sqrt[3]{-5\frac{23}{64}}=-\frac{7}{4}$.

(4)$\because(-5)^3=-125$,又$\because(-5)^3$ 的立方根即 −125 的立方根,而 −125 的立方根是 −5,

$\therefore(-5)^3$ 的立方根是 −5,即 $\sqrt[3]{(-5)^3}=-5$.

点评　由(4)知 $\sqrt[3]{a^3}=a$,即:当根指数与被开方数的指数都是 3 时,立方根等于被开方数的底数.

例 3　求下列各式中的 x:

(1)$8x^3-27=0$； (2)$(x+1)^3+8=0$；

(3)$1000(x-1)^3=-27$； (4)$\frac{1}{4}(2x+3)^3=54$.

解析 (1)∵$8x^3-27=0$，∴$8x^3=27$，$x^3=\frac{27}{8}$.

∴$x=\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$，即$x=\frac{3}{2}$.

(2)∵$(x+1)^3+8=0$；∴$(x+1)^3=-8$，$x+1=\sqrt[3]{-8}$，即$x+1=-2$，∴$x=-3$.

(3)∵$1000(x-1)^3=-27$，∴$(x-1)^3=-0.027$.

∴$x-1=\sqrt[3]{-0.027}$. 即$x-1=-0.3$. ∴$x=0.7$.

(4)∵$\frac{1}{4}(2x+3)^3=54$，∴$(2x+3)^3=216$.

∴$2x+3=\sqrt[3]{216}$. 即$2x+3=6$，∴$x=\frac{3}{2}$.

点评 1. 此题易同求平方根混淆，开立方后也取正负值，如：$x^3=27$，则$x=\pm3$，注意避免这种错误. 2. 在解(2)，(3)，(4)题时，注意将$(x+1)$，$(x-1)$，$(2x+3)$看成一个整体，即看成"$x^3=a$"型中的"x"，开立方后再求x的值.

综合能力训练

一、选择题

1. 下列说法中正确的个数是( ).

(1)4的平方根是2； (2)8的立方根是2；

(3)-0.064的立方根是-0.4； (4)$\frac{1}{27}$的立方根是$\pm\frac{1}{3}$；

(5)$-\frac{1}{16}$的平方根是$\pm\frac{1}{4}$； (6)$-\frac{1}{2}$是$\frac{1}{8}$的立方根.

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

2. $-\sqrt{64}$的立方根是( ).

A. -4 B. ±4 C. ±2 D. -2

3. 如果$-\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{\frac{7}{8}}$，则$a$的值是( ).

A. $\frac{7}{8}$ B. $-\frac{7}{8}$ C. $\pm\frac{7}{8}$ D. $-\frac{343}{512}$

4. 下列说法中有错误的个数是( ).

(1)负数没有平方根； (2)1的平方根是1；

(3)$\sqrt[3]{8}$的平方根是$\pm\sqrt{2}$； (4)$\sqrt[3]{8+\frac{1}{8}}=2+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$.

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

5. a^3的立方根是( ).

A. a B. $-a$ C. $|a|$ D. $\pm a$

6. 要使$\frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$有意义，则x应取( ).

A. $x\neq0$ B. $x\neq2$ C. $x\geqslant2$ D. $x>2$

7. 如果$x<0$，那么x的立方根是( ).

A. $\sqrt[3]{x}$ B. $\sqrt[3]{-x}$ C. $-\sqrt[3]{-x}$ D. $\pm\sqrt[3]{x}$

8. $-\frac{1}{8}$的平方的立方根是( ).

A. 4　　B. $\frac{1}{8}$　　C. $-\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{4}$

二、填空题

1. $(-1)^{101}$的立方根是________.

2. $\sqrt{25}$的立方根是________.

3. 16 的四次方根是________，−32 的五次方根是________.

4. 立方根与平方根相等的数是________.

5. 立方根等于本身的数是________.

三、解答题

1. 求下列各式的值：

(1)$\sqrt[3]{\frac{19}{27}-1}$；　(2)$-\sqrt[3]{3+\frac{3}{8}}$；　(3)$-\sqrt[3]{-(-8)^2}$；　(4)$-\sqrt[3]{-10^2-5^2}$.

2. 求下列各式中的 x：

(1)$x^3=0.008$；　(2)$14x^3+343=0$；　(3)$(x-1)^3=8$；　(4)$8(x-1)^3=-729$.

3. 计算：$(-2)^3\times\sqrt[3]{(-4)^2}+\sqrt[3]{(-4)^3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\sqrt[3]{81}$.

4. 若 $\sqrt[3]{2y-1}$与 $\sqrt[3]{1-3x}$互为相反数，求$\frac{x}{y}$的值.

5. 已知实数 x、y 满足 $y=\sqrt{x-6}+\sqrt{6-x}+2$，试求 y^x 的立方根.

6. 已知一个正方体的棱长是 6 cm，做一个正方体，使它的体积是正方体体积的 8 倍，求所做正方体的棱长.

10.4　用计算器求立方根

重点难点考点

重点：用计算器求立方根的操作程序.

难点：求负数的立方根的处理方法及求 n 次方根的按键程序.

考点：用计算器求运算繁杂的有关实际应用的计算.

典型例题解析

例 1　用计算器求 $\sqrt[3]{1\,845}$

解析

按　键	显　示
1 8 4 5	1845
■2ndf	2F
$\sqrt[x]{y}$	1845
3	3
=	12.26494082

$\therefore \sqrt[3]{1845}\approx 12.26$

点评　*左栏为按键程序，即：1845■ $\sqrt[x]{y}$ 3 =*

例 2　用计算器计算下列各式的值(保留 4 位有效数字).

(1)$198-\sqrt[3]{29}$；　(2)$\sqrt[3]{198-29}$；　(3)$\sqrt[3]{198\times 29}$；　(4)$\sqrt[4]{345\frac{2}{3}}$.

解析 (1)198 $\boxed{-}$ 29■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 3 $\boxed{=}$ 194.9;

(2)198 $\boxed{-}$ 29 $\boxed{=}$■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 3 $\boxed{=}$ 5.529;

(3)198 $\boxed{\times}$ 29 $\boxed{=}$■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 3 $\boxed{=}$ 17.91;

(4)345 $\boxed{+}$ 2 $\boxed{\div}$ 3 $\boxed{=}$■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 4 $\boxed{=}$ 4.312.

∴(1)$198-\sqrt[3]{29}\approx194.9$;

(2) $\sqrt[3]{198-29}\approx5.529$;

(3) $\sqrt[3]{198\times29}=17.91$;

(4)$\sqrt[4]{345\frac{2}{3}}\approx4.312$.

综合能力训练

一、选择题

1. 用计算器求 $\sqrt[3]{384+27}$的值,下列操作程序正确的是(　　).

A. 384 $\boxed{+}$ 27■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 3 $\boxed{=}$　　B. 384 $\boxed{+}$ 27 $\boxed{=}$■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 3 $\boxed{=}$

C. 384 $\boxed{+}$ 27 $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 3 $\boxed{=}$　　D. 384■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 3 $\boxed{+}$ 27 $\boxed{=}$

2. 用计算器求 $\sqrt[4]{884\div21}$的值,下列操作程序正确的是(　　).

A. 884 $\boxed{\div}$ 21■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 4 $\boxed{=}$　　B. 884 $\boxed{\div}$ 21 $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 4 $\boxed{=}$

C. 884■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 4 $\boxed{\div}$ 21 $\boxed{=}$　　D. 884 $\boxed{\div}$ 21 $\boxed{=}$■ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$ 4 $\boxed{=}$

二、填空题(用计算器求下列各式的值,保留 4 个有效数字)

1. $\sqrt[3]{378.5}=$________.　　2. $\sqrt[3]{-0.4539}=$________.

3. $-\sqrt[3]{78436}=$________.　　4. $\sqrt[5]{392\frac{3}{7}}=$________.

三、计算题

1. $\sqrt[3]{384}-\sqrt[3]{0.235}$

2. $\sqrt[4]{396}-25\times\sqrt[3]{378}$

3. $\dfrac{\sqrt[3]{35}-25\times\sqrt[4]{86}}{\sqrt[5]{3}}$

10.5 实　数

重点难点考点

重点:1. 了解无理数与实数的概念. 2. 了解实数与数轴上的点一一对应的关系.

难点:1. 对无理数的意义的理解及无理数的绝对值的求法. 2. 对"实数与数轴上的点一一对应"的理解.

考点:1. 会利用实数的概念解有关习题. 2. 会利用数轴解决数形结合问题,会比较实数的大小.

典型例题解析

例 1 在实数$-\sqrt{2}$,0,31,$\frac{\pi}{3}$,$\frac{1}{7}$,0.80108 中,无理数的个数为(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

解析 无理数的定义是无限不循环小数.有些无理数(不是全部)表现为带根号的数(如$\sqrt{2}$,$\sqrt{3}$等),但带根号的数不一定是无理数.关键要看这个形式上带根号的数,最终结果是不是无限不循环小数.如$\sqrt{4}=2$,$\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}=0.\dot{3}$.虽然形式上带根号,但都是有理数.因此,根据无理数定义,知$-\sqrt{2}$,$\frac{\pi}{3}$为无理数,故应选B.

点评 任何有理数都可以写成分数的形式(整数可以看成分母是1的分数),任何分数又都可以写成既约分数(分子、分母互质,即没有公约数)的形式.所以分数都是有理数.

例2 已知一个数的绝对值是$\sqrt{30}$,试求这个数的相反数.

解析 有理数中有关绝对值的概念,对于实数也适用.

$\because |\sqrt{30}|=\sqrt{30}$,$|-\sqrt{30}|=\sqrt{30}$,

$\therefore$绝对值是$\sqrt{30}$的数为$\pm\sqrt{30}$,$\therefore$其相反数还是$\pm\sqrt{30}$.

例3 求下列各式中的x:

(1)$|x|=\sqrt{5}$;　　　　(2)$|x^2-5|=6$.

解析 由绝对值的性质,正实数的绝对值是它本身,负实数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零,所以(1)中的x,(2)中的x^2-5既可以是正实数,也可以是负实数.

(1)$\because |x|=\sqrt{5}$,$\therefore x=\pm\sqrt{5}$.

(2)$\because |x^2-5|=6$,$\therefore x^2-5=\pm 6$.

当$x^2-5=6$时,$x^2=11$,$\therefore x=\pm\sqrt{11}$.

当$x^2-5=-6$时,$x^2=-1$,$\therefore x$不存在.

点评 (2)中第二种情况,$\because x^2=-1$,而负数没有平方根,$\therefore$此时x不存在.

例4 用作图的方法,在数轴上找出表示$\sqrt{3}$的点.

解析 利用勾股定理和直角三角形,使直角边长、斜边长分别为1,2,则另一直角边长为$\sqrt{3}$.如图10-1,点A即为所求.

图10-1

点评 用这种方法我们还可以作出$\sqrt{5}$,$\sqrt{7}$…等线段,也就是可在数轴上找到表示$\sqrt{5}$,$\sqrt{7}$…等无理数的点.把数从有理数扩充到实数后,所有表示有理数、无理数的点就会布满整个数轴,也就是说实数和数轴上的点是一一对应的.

例5 有理数是整数和分数的统称,为什么无限循环小数是有理数?

解析 这是因为任何一个无限循环小数和有限小数一定可化为分数.

如$0.\dot{4}\dot{5}$可化为分数,其过程如下:

设$x=0.\dot{4}\dot{5}$,那么$100x=45.\dot{4}\dot{5}$,

$\therefore 100x-x=45.\dot{4}\dot{5}-0.\dot{4}\dot{5}$,

$\therefore 99x=45$,

$\therefore x=\frac{5}{11}$,即$0.\dot{4}\dot{5}=\frac{5}{11}$.

综合能力训练

一、选择题

1. 与数轴上的点一一对应的数是(　　).

A. 整数　　B. 有理数　　C. 无理数　　D. 实数

2. 下列命题中,正确的命题有(　　).

(1)如果 a 是整数，那么 $\sqrt{a}$ 是有理数；

(2)如果 $\sqrt{a}$ 是有理数，那么 a 是整数；

(3)两个正数，较大的一个算术平方根也较大；

(4)两个无理数之和一定是个无理数.

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

3. 下列说法中正确的是（　　）.

A. 任何实数的绝对值都是正数　　B. 任何实数都有平方根

C. 两个无理数的积定是无理数　　D. π 是无理数，也是实数

4. 在 $\sqrt{2}$，$0.\dot{3}\dot{8}$，$\sqrt{16}$，$\frac{22}{7}$，-3.14 中，有理数有（　　）.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

5. 在实数范围内，下列判断正确的是（　　）.

A. 如果 $|a|=|b|$，那么 $a=b$　　B. 如果 $a^2=b^2$，那么 $a=b$

C. 如果 $a^3=b^3$，那么 $a=b$　　D. 如果 $|a|>0$，那么 $a>0$

二、填空题

1. 在数 0，$-\frac{2}{3}$，π，3.145，$\sqrt{7}$，$\sqrt[3]{2}$，$\frac{\sqrt{5}}{2}$ 中无理数有______个，有理数有______个，正实数有______个.

2. 绝对值等于 $\sqrt{15}$ 的实数是______.

3. 如果 $1\leqslant x\leqslant 2$，化简 $|x-1|+|x-2|=$______.

4. 如果 $\sqrt{a+b-1}$ 与 $|a-b+2|$ 互为相反数，则 $a=$______，$b=$______.

5. 在实数范围内 $||\sqrt{-|a|}-1|-2|$ 的值是______.

三、解答题

1. 比较下面每一组数的大小：

(1) $-\pi$ 与 -3.1416；　　(2) 0 与 $\sqrt{2}$；

(3) $-2\sqrt{3}$，$-\sqrt{6}$；　　(4) $\sqrt{3}-2$ 与 $1-\sqrt{2}$.

2. 求下列各式中的 x：

(1) $|x-1|=3$；　　(2) $|x^2+2|=18$.

3. 计算：

(1) $\frac{1}{2}+\sqrt{2}-\pi$（精确到 0.01）；

(2) $\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}$（保留 3 个有效数字）.

4. 若 $a=|-\sqrt{3}-\sqrt{5}|$，$b=|-\sqrt{3}|-|-\sqrt{5}|$，$c=-\sqrt{3}-|-\sqrt{5}|$，$d=-|-\sqrt{3}|-(-\sqrt{5})$，试确定 a、b、c、d 的大小关系.

单元拔高训练

一、选择题

1. 下列命题中正确的是（　　）.

A. 两个无理数的积一定是无理数　　B. 无理数是开方开不尽的数

C. 两个无理数之和不一定是无理数　　D. 无限小数都是无理数

2. 下列命题中错误的是（　　）.

A. 实数中无最小正数，也无最大负数　　B. 若 $a\neq b$，则 a 与 b 之间有无数个实数

C. 若$a^2=b^2$，则$a=b$　　D. 若$|x|=|y|$，则$x=y$或$x=-y$

3. $-x$是a的立方根，那么下列结论正确的是(　　).

A. $-x$也是$-a$的立方根　　B. x也是$-a$的立方根

C. x也是a的立方根　　D. 以上结论都不正确

4. 16的平方根是±4的数学表达式是(　　).

A. $\sqrt{16}=\pm4$　　B. $\sqrt{16}=4$　　C. $\sqrt{16}=-4$　　D. $\pm\sqrt{16}=\pm4$

5. 在$\frac{22}{7}$，1.414，$-\sqrt{2}$，π，$2+\sqrt{3}$，$\sqrt[3]{9}$，$\sqrt{15}$这些数中，无理数的个数是(　　).

A. 2个　　B. 3个　　C. 4个　　D. 5个

6. 下列说法不正确的是(　　).

A. 实数包括正实数、负实数和零

B. 平方根、算术平方根相等的实数是零

C. 无理数是无限小数

D. 有理数是有限小数

二、填空题

1. $\sqrt{81}$的平方根是_______.

2. $\pm\sqrt{6}$是_______的平方根，$\sqrt[3]{-8}=$_______.

3. $A=\sqrt[3]{-91\frac{1}{8}}$，则$A$的相反数是_______，$A$的绝对值是_______.

4. 用计算器计算$8+\sqrt{358\times72}$时，在下列各键中(1)$\boxed{+}$(2)■(3)$\boxed{\sqrt[x]{y}}$(4)$\boxed{\times}$(5)$\boxed{8}$(6)$\boxed{358}$(7)$\boxed{72}$(8)$\boxed{2}$(9)$\boxed{(}$(10)$\boxed{)}$(11)$\boxed{=}$按键程序是_______.(填序号)

5. 若$3x-5$和$5x-19$是正数a的两个平方根，则$a=$_______. 若$3x-5$是-27的立方根，则$x=$_______.

三、解答题

1. 求下列各式中的x，y：

(1)$81x^2-49=0$；　(2)$27x^3+8=0$；　(3)$\sqrt{3x-18}+\sqrt{y^3+27}=0$.

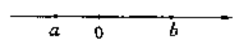

图 10 - 2

2. 已知：实数a，b在数轴上的点如图10 - 2所示：

试化简：$-|b|+|a+b|-|a-b|+|a|$.

3. 比较数的大小：(1)$-3\sqrt{6}$与$-2\sqrt{13}$；　(2)$\sqrt{5}$与2.24.

4. 一个圆柱体侧面积是200 cm^2，底面圆直径是高的2倍，求圆柱体的体积.(设圆柱体的底面半径为R，高为h，侧面积$S=2\pi Rh$，体积$V=\pi R^2h$，结果保留三个有效数字，可用计算器计算)

5. 已知$(a+b+3)(a+b-3)=-5$. 求$a+b$的值.