ELECTRODYNAMICS

电动力学

尹 真 编著

南京大学出版社

内容提要

本书介绍电磁场和电磁波的基本理论、方法和应用，特别介绍了许多与当代科学研究、科技前沿相关的新题材，例如：电磁流变液体机理、光波导、拉曼效应、超导电性、光子带隙、激光冷却原子等。本书内容丰富，重点突出，深入浅出，物理概念清楚，数学推导严谨易懂。书中精选了大量例题和习题，并附有习题答案，便于读者自学。本书适用性较宽，可以作为综合性大学物理专业和天体物理专业等学生的课本，也可以作为与物理专业相关的电子科学、材料科学系科的学生、师范院校相关系科的学生、研究生和教师的教材或参考书。

书　　名　电动力学
著 译 者　尹真　编著
责任编辑　李曾沛
装帧设计　卓　子
责任校对　谭开晖
出版发行　南京大学出版社
(南京汉口路22号南京大学校内　邮编210093)
印刷　无锡春远印刷厂
经销　全国各地新华书店
开本　850×1168　1/32　印张13.125　字数339千
1999年8月第1版　1999年8月第1次印刷
印数　1—2500
定价　17.00元
ISBN 7-305-03220-4/O·234

前　　言

电动力学研究电磁场和电磁波的基本性质、运动规律和相互作用，它是物理专业和相关专业的重要基础理论课程。自 1865 年麦克斯韦发表著名的论文“电磁场的动力学理论”[1]以来，电动力学作为一门学科得到了飞速的发展。1905 年爱因斯坦发表了“论运动物体的电动力学”[2]的论文，创立了狭义相对论。狭义相对论的问世对 20 世纪物理学产生了重大的影响。今天电动力学这门学科正在不断充实、不断发展。

作者根据在南京大学物理系、基础强化部、天文系和材料科学系多年讲授电动力学的体验，结合 21 世纪培养高素质人材目标的需求，在写作本书时对以下方面进行了探讨：

(1) 在保持电动力学的系统性、逻辑性的基础上，精简了与普通物理重复部分的内容，对一些数学上繁杂的内容也进行了必要的精简。重点突出经典电动力学理论精髓，强调物理概念和严谨的数学描述的统一。全书力求循序渐进，深入浅出，简明易懂。

(2) 增加与电动力学相关的近代科技成就、科技动向的新题材。其中一部分穿插在有关章节中叙述，例如：电致和磁致流变液体的机理，磁单极子，阿哈朗诺夫-玻姆效应，光波导，磁通量子化，拉曼效应等。大部分则集中在第十六章中分专题讨论，例如：超导理论，等离子体理论，各向异性介质中的电磁波，磁光效应，周期性势场中的电磁波，光子带隙理论，激光冷却原子等。这些题材与当代微电子、光电子等高科技紧密关联，对其讨论有利于学生开阔视野，活跃课堂讨论，拓宽撰写小论文思路，引发和培养学生对科学

研究的兴趣。

(3) 对一些近代研究课题中的思维方法和技巧进行探讨。例如金兹堡-朗道理论的绝妙的物理直觉和预见性,约瑟夫森的精确的预言,周期势场中经典光波与电子德布罗意波的对应关系等等。这些题材有利于学生拓宽思路,掌握科学研究的方法和技巧。

本书力求适用性宽,以适应几类不同学科、不同层次的学生使用。书中列举了许多有启发性的例题,以帮助读者克服解题困难。在运用基本方法和技巧解决具体问题,特别是解决那些有实际应用的重要问题时,进行了较详尽的演算和分析;讲述解题的普遍方法的同时,介绍了特殊的简易解法,以拓宽解题思路和掌握解题技巧。书中精选了约120个具有代表性的习题和许多讨论题,书后附有习题答案。附录提供了较充足的数学预备知识。书后还附有各有关新课题的参考文献,以便查阅。

鉴于作者水平所限,书中疏漏之处欢迎指正。

最后,作者要感谢南京大学冯端院士、陆埮教授、上海交通大学尤峻汉教授的鼓励和指教,感谢李正中、许敖敖、柯善哲、张明生等教授的支持,感谢南京大学的同事和学生在教学中的支持和有益讨论。本书出版中张建帮助绘制了书中部分插图,张苹校订了部分习题解答,责任编辑李曾沛副编审在成书过程中给予了热情的帮助,在此一并表示谢意。

作　者

1999 年 5 月

目　　录

第一章　静　电　场

§1.1　库仑定律

1785 年库仑(Coulomb)根据实验定量地研究点电荷之间的作用力，得到著名的库仑定律。真空中库仑定律可以表述为

$$\boldsymbol{F}_{12} = k\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\boldsymbol{e}_{12} = -\boldsymbol{F}_{21} \tag{1.1}$$

$$r_{12} = |\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|$$

式中 q_1 和 q_2 分别表示两个点电荷的电量；电荷分开距离为 r_{12}；$\boldsymbol{e}_{12}$ 是位矢 $\boldsymbol{r}_{12}$的单位矢量；$\boldsymbol{F}_{12}$是 q_2 对 q_1 的作用力，它的方向决定于电荷 q_1 和 q_2 的正负；k 是比例系数，决定于所选用的单位制。本书采用有理化 MKSA 单位制(见附录 H)，比例系数 k 为

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times 10^9\mathrm{m/F} \tag{1.2}$$

这里 ε_0 是真空电容率

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 &= 8.85\times 10^{-12}\mathrm{C^2/N\cdot m^2}\\ &= 8.85\times 10^{-12}\mathrm{F/m}\end{aligned} \tag{1.3}$$

值得注意的是，库仑定律仅对点电荷成立，因此当 $r_{12} \to 0$ 时，不能再认为两个带电体是几何点，而要考虑带电体的形状及其电荷分布情况。其次，电荷必须是稳定的，如果电荷运动速度很大，则需考虑推迟效应。

§1.2 电场强度

近代物理认为，库仑定律实质上是一个电荷在空间激发电场，该电场对另一个电荷产生作用力，反之亦然。电场可以脱离电荷而存在。为描述电场的强弱，定义**电场强度** $\boldsymbol{E}$，它是检验电荷在电场中受到的力与该检验电荷的电量之比，表示为

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q_0} \tag{1.4}$$

这里 q_0 为检验电荷。电场强度的单位是伏/米(V/m)。

设空间一点(x', y', z')有一点电荷 q，如图 1.1 所示。根据定义，在 $P(x, y, z)$ 处的电场强度为

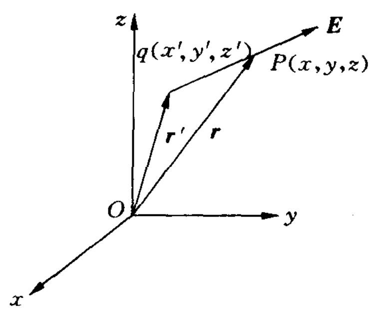

图 1.1

$$\boldsymbol{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3} \tag{1.5}$$

$$|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \tag{1.6}$$

通常把空间位置划分为源点和场点。电荷 q 所在位置称*源点*，源点矢径用带撇符号表示为 $\boldsymbol{r}'$。观测电场的点称为*场点*，场点矢径用不带撇符号表示为 $\boldsymbol{r}$。

电荷是量子化的、不连续的，但是对于宏观物体，常常可以把电荷看成连续分布的。如图 1.2 所示，我们把区域 V 内一个无限

小范围 $d\tau'$ 内分布的电荷写为 dq'，并且处理为一个点电荷。体积 V 内的全部电荷在 P 点的电场强度为

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{dq'(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3} \tag{1.7}$$

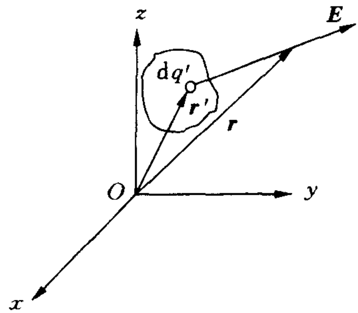

图 1.2

定义单位体积的电荷为体电荷密度 $\rho(\boldsymbol{r}')$，那么

$$dq' = \rho(\boldsymbol{r}')d\tau' \tag{1.8}$$

因此电场强度表示为

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(\boldsymbol{r}')(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3}d\tau' \tag{1.9}$$

这里小体积元 $d\tau'$ 应该是指在宏观上、实验室尺度上是小的，而在微观上、原子尺度上它又是足够的大，以致于可以包含许多原子或分子。仅在这种条件下可以把电荷密度 ρ 处理为位置的连续变化的函数。(1.9)式积分是对电荷所在区域的体积 V 进行的。

类似地，对分布在表面或界面上单位面积的电荷定义为面电荷密度 σ，

$$dq' = \sigma(\boldsymbol{r}')dS' \tag{1.10}$$

则电场强度为

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma(\boldsymbol{r}')(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3}dS' \tag{1.11}$$

积分是对电荷所在的表面 S 进行的。

对于分布在一条线上的电荷，定义单位长度上的电荷为线电荷密度 λ，

$$dq' = \lambda(\boldsymbol{r}')dl' \tag{1.12}$$

则电场强度为

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_C \frac{\lambda(\boldsymbol{r}')(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}dl' \tag{1.13}$$

积分是对电荷所在的曲线 C 进行的。

例 半径为 a 的环形线，电荷密度为 λ，求轴线上场强。

解 如图 1.3 所示，环上 dq' 产生的电场为

$$d\boldsymbol{E} = \frac{dq'(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}$$

式中场点矢径 $\boldsymbol{r} = z\boldsymbol{e}_z$，源点矢径 $\boldsymbol{r}' = a\boldsymbol{e}'_\rho$。

$$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}' = z\boldsymbol{e}_z - a\boldsymbol{e}'_\rho$$

$$dq' = \lambda a d\theta'$$

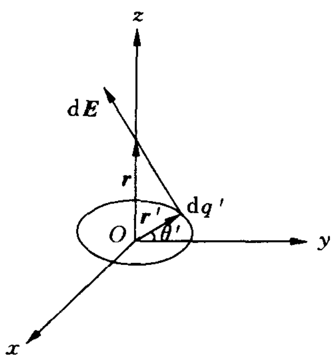

图 1.3

由对称性可知，合场强在 z 方向

$$E_z = \int_C \frac{dq'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{e}_z}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\frac{z\lambda a d\theta'}{(z^2+a^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qz}{(z^2+a^2)^{3/2}} \tag{1.14}$$

这里 $q = 2\pi a\lambda$。

尽管该例题可以用普通物理的分量积分方法做，但是这里采用把源点和场点矢径表示式直接代入公式进行积分，运算简洁明了。另一方面，由于电动力学公式推导经常要分清源点和场点坐标，因此读者应从本章习题开始尝试用此方法作练习。

§1.3 静电场散度方程

电场对某曲面的面积分 $\int_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 被称作为**电通量**。对于一个点电荷，通过包围该电荷的任意闭合曲面的总的电通量为

$$\begin{aligned}\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} &= \oint_S \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\boldsymbol{r} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}}{r^3} \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint_S \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{e}_r}{r^2} \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint \mathrm{d}\Omega \\ &= \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (1.15)\end{aligned}$$

这里我们已假定坐标原点在点电荷位置，并且利用了立体角元 $\mathrm{d}\Omega$ 的性质（见附录 D）。

(1.15)式表明电场通过某闭合曲面的总的电通量等于该闭合曲面内的电量与 ε_0 之比，这就是著名的**高斯(Gauss)定理**。

如果点电荷在所考虑的闭合曲面以外，那么由于该曲面对原点所张立体角的积分 $\oint \mathrm{d}\Omega = 0$，电场对该曲面的电通量为零。

对于多个点电荷被包围在闭合曲面内情形，高斯定理可表示为

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i \qquad (1.16)$$

对于电荷连续分布情形，(1.16)式中的求和以积分替代

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \mathrm{d}\tau \qquad (1.17)$$

式中 V 是被曲面 S 包围的体积，(1.17)式通常称为高斯定理的积分形式。对(1.17)式利用数学上的高斯定理（见附录 A），则

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{E} \mathrm{d}\tau = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(\boldsymbol{r})\mathrm{d}\tau \qquad (1.18)$$

由于 τ 是任意的，比较(1.18)式最后一个等式两边可得到

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (1.19)$$

这是高斯定理的微分形式，是描述静电场局域特性的一个微分方程，又称为*散度定理*。散度定理说明，空间某点的电场的散度与该点的电荷密度有关，电荷密度为正时电场散度为正，电力线从正电荷源发出；反之电场散度为负，电力线终止于负电荷。

通常电荷密度 ρ 是与空间位置有关的有限连续函数。如果 ρ 不是有限连续的，例如点电荷，或分布在一表面上或一曲线上的电荷，我们可以用*狄拉克*(Dirac)δ *函数*来表示它们。

例如，我们可以表示一个点电荷的密度为

$$\rho(\boldsymbol{r}) = q\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) \qquad (1.20)$$

表示一组点电荷的密度为

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{N} q_i\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i) \qquad (1.21)$$

表示一个在原点处的电偶极子为

$$\rho(\boldsymbol{r}) = -(\boldsymbol{p} \cdot \nabla)\delta(\boldsymbol{r}) \qquad (1.22)$$

我们也可以在曲线坐标系中用 δ 函数表示电荷密度。

例如，在球坐标系中均匀分布在半径 R 的球壳上的电荷为 q，则电荷密度为

$$\rho(r) = \frac{q}{4\pi R^2}\delta(r - R) \qquad (1.23)$$

在柱坐标系中均匀分布于半径为 b 的圆柱面上每单位长度的电荷为 λ，则电荷密度为