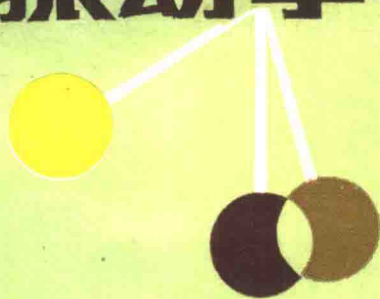


孙月明 唐任仲 编  
浙江大学出版社

# Zhen Dong

# 机械振动学

(测试与分析)



(浙)新登字10号

## 内 容 简 介

全书共七章,主要介绍了机械结构振动的数学模型、测试和信号分析方法。第一章描述机械振动的数学模型;第二章介绍振动测试技术;第三章至第五章为信号处理和分析的一般方法,着重介绍了功率谱密度函数估计的计算方法及各种参数估计的误差;第六章介绍模态参数识别方法;第七章为在信号分析方面近几年来发展的新技术。本书内容相当实用,与理论联系也十分紧密。叙述上注意深入浅出。

本书可供机械工程领域内各专业研究生和大学生学习之用,也可供教师、科研人员和工程技术人员参考。其中关于信号处理和分析方面的内容亦可供其他领域内的师生和工程技术人员参考。

### 机 械 振 动 学

(测试与分析)

孙月明 唐任仲 编

责任编辑 尤建忠

• • •

浙江大学出版社出版

德清第二印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

• • •

开本: 850×1168 1/32 印张: 11.625 字数: 281 千

1991年11月第1版 1991年11月第1次印刷

印数: 0001—1500

ISBN 7-308-00788-X

---

TH·023 定价: 3.80元

## 前 言

进行机械结构振动的测试和信号分析，其目的，一是直接了解机械结构振动的动态特性，二是通过进一步的数据处理求得反映结构动态性能的数学模型中的各个参数。建立数学模型不仅是为了能较完整地了解结构的动态特性，而且可以在这个基础上进行结构修改以达到预期的动态特性。这实际上是计算机辅助设计（CAD）的重要内容。

本书即以机械振动的测试和信号分析为中心内容来编写，以编著者和陆乃炎、裘重行等老师十年来对本校研究生讲授相应课程的讲义为基础写成的。讲义内容经过多次修改，其中也包含了我们和精密机械教研室同事们从事教学和科研工作所取得的一些心得。本书的主要内容包括三个部分：振动系统的数学模型、振动测试和信号分析。振动系统的数学模型、各种模型之间的相互关系以及模型与振动响应之间的关系在书中放在第一章中介绍，它具有“目标”的性质。信号测试方面，其基本原理、方法和常用的仪器已在大学生有关课程中述及，因此本书着重在测试和分析系统的建立和如何提高测试精度及可靠性方面

予以介绍。信号处理和分析的技术近年来由于生产和科学技术的不断发展，尤其是因快速傅里叶变换方法的出现以及电子计算技术的飞跃发展而得到迅速发展，本书以较多的篇幅介绍振动信号处理和分析方面的基本原理、方法及其发展。

本书第一章、第二章和第六章中的部分内容由唐任仲编写，其余部分则由孙月明完成。

在内容的编选以及工作过程中得到了童忠铤、程耀东两位老师极为有益的启示。在成书过程中还得到了谭晓谊和胡斯隆同志的帮助。在此谨致以衷心的感谢。

编著者水平有限，谬误和不当之处在所难免，敬请指正。

孙月明 唐任仲

1990年10月于浙大求是园

# 目 录

## 第一章 振动系统测试原理

第一节 振动系统及其动态特性	( 1 )
一、机械振动及机械振动系统	( 1 )
二、振动系统动态特性	( 3 )
第二节 振动系统动态特性表述空间	( 4 )
一、时间域	( 5 )
二、频率域	( 6 )
三、模态域	( 8 )
四、各域相互之间的关系	( 11 )
第三节 振动系统测试的时间域模型	( 12 )
一、状态空间方程	( 12 )
二、脉冲响应	( 17 )
三、相关函数	( 19 )
第四节 振动系统测试的频率域模型	( 21 )
一、传递函数	( 21 )
二、频率响应	( 23 )
三、功率谱密度函数	( 25 )
第五节 振动系统测试的模态域模型	( 28 )
一、实模态模型	( 28 )
二、复模态模型	( 33 )
第六节 各模型相互之间的关系	( 38 )

一、状态空间方程和传递函数	( 38 )
二、状态空间方程和脉冲响应	( 38 )
三、脉冲响应和传递函数	( 39 )
四、传递函数和频率响应	( 40 )
五、脉冲响应和频率响应	( 41 )
六、相关函数和功率谱密度函数	( 42 )
七、相关函数和脉冲响应	( 42 )
八、功率谱密度函数和频率响应	( 43 )
九、脉冲响应按模态展开	( 44 )
十、传递函数按模态展开	( 49 )
十一、频率响应按模态展开	( 50 )
十二、状态空间方程用模态参数表示	( 50 )
第七节 模型和响应之间的关系	( 51 )

## 第二章 振动系统测试技术

第一节 振动系统测试的基本概念	( 55 )
第二节 常用主要测试仪器及设备	( 56 )
一、激振仪器及设备	( 56 )
二、拾振仪器	( 58 )
三、记录设备	( 62 )
四、分析设备	( 65 )
第三节 主要测试方法及其特点	( 70 )
一、稳态正弦激励方法	( 70 )
二、瞬态激励方法	( 72 )
三、随机激励方法	( 77 )
四、自然激励方法	( 79 )
第四节 测试数据的分类及表述	( 80 )

一、确定性数据·····	( 81 )
二、随机数据·····	( 83 )
三、频率响应数据的表示·····	( 89 )
第五节 保证和提高测试精度与可靠性·····	( 92 )
一、激振器的安装与连接·····	( 92 )
二、传感器的选用、安装和定位·····	( 95 )
三、噪声干扰影响的抑制方法·····	( 100 )
四、校准(标定)·····	( 102 )
五、附加质量影响的消除·····	( 104 )
第六节 信号分析系统·····	( 106 )
一、软硬件结合型信号分析系统·····	( 106 )
二、软件型信号分析系统·····	( 112 )

### 第三章 傅里叶变换

第一节 傅里叶级数·····	( 115 )
一、数学表示式·····	( 115 )
二、标准傅里叶级数算法·····	( 117 )
第二节 傅里叶变换·····	( 120 )
第三节 卷积(摺积)·····	( 123 )
一、系统的频率响应特性·····	( 129 )
二、卷积·····	( 130 )
第四节 有限的离散傅里叶变换·····	( 131 )
一、离散傅里叶变换过程·····	( 131 )
二、数学表达式·····	( 133 )
三、离散傅里叶变换与连续傅里叶变换·····	( 137 )
第五节 快速傅里叶变换(FFT)·····	( 144 )
一、快速傅里叶变换的原理·····	( 144 )

二、FFT 算法的普遍性表达式 .....	( 157 )
三、任意因子 FFT 算法原理 .....	( 160 )
四、关于实数数据的 FFT 算法 .....	( 163 )

## 第四章 数据处理的一般方法

第一节 数据离散化 .....	( 167 )
一、采样定理 .....	( 168 )
二、量化 .....	( 178 )
第二节 工程物理单位转化 .....	( 180 )
第三节 数据预处理 .....	( 183 )
一、剔点处理 .....	( 183 )
二、零均值化处理 .....	( 183 )
三、消除趋势项 .....	( 184 )
第四节 振动数据的检验 .....	( 187 )
一、平稳性检验 .....	( 187 )
二、周期性检验 .....	( 192 )
三、正态性检验 .....	( 200 )

## 第五章 相关函数和功率谱密度函数的数字数据处理方法

第一节 均值、均方值和概率密度函数 .....	( 207 )
一、均值和均方值 .....	( 207 )
二、概率密度函数 .....	( 208 )
第二节 相关函数 .....	( 210 )
一、通过直接计算得到自相关估计 .....	( 211 )
二、通过快速傅里叶变换得到自相关估计 .....	( 212 )



三、互相关函数	( 216 )
第三节 功率谱密度函数	( 221 )
一、通过自相关估计得到功率谱密度估计	( 221 )
二、通过快速傅里叶变换得到功率谱密度估计	( 229 )
三、互谱密度函数	( 236 )
第四节 频率响应函数、脉冲响应函数和相干函数	( 239 )
一、频率响应函数	( 239 )
二、脉冲响应函数	( 241 )
三、相干(凝聚)函数	( 242 )
第五节 功率谱密度函数估计的误差	( 243 )
一、误差的定义和分类	( 243 )
二、均方值估计的误差	( 245 )
三、功率谱密度函数估计的误差	( 249 )
四、相干函数估计误差	( 264 )
第六节 频率响应函数估计误差	( 265 )
一、偏度误差	( 266 )
二、随机误差	( 267 )
第七节 脉冲响应函数估计误差	( 274 )

## 第六章 模态参数识别

第一节 图解识别法	( 276 )
一、幅频、相频图	( 278 )
二、实频、虚频图	( 287 )
三、矢量法与幅相图	( 292 )
第二节 频域识别法	( 299 )

第三节 时域识别法	( 302 )
-----------	---------

## 第七章 数字信号分析方法中的若干新技术

第一节 频段扩展快速傅里叶变换	( 309 )
一、基于复调制的细化 FFT 方法	( 310 )
二、相位补偿细化方法	( 314 )
第二节 倒频谱分析技术	( 316 )
一、基本表达式	( 317 )
二、倒频谱与解卷积	( 318 )
三、倒频谱分析技术及应用	( 321 )
四、复倒频谱	( 325 )
第三节 声强测量技术	( 327 )
一、互功率谱声强测量原理	( 328 )
二、声强测量系统	( 335 )
三、差分误差与相位误差	( 341 )
四、声强测量在工程中的应用	( 345 )
第四节 希尔伯特变换及其应用	( 349 )
一、基本原理	( 349 )
二、应用举例	( 351 )

## 参考文献

# 振动系统测试原理

---

## 第一节 振动系统及其动态特性

### 一、机械振动及机械振动系统

在现实世界中,存在各种各样的系统,比如机械、电气、电子电路、工业装置和经济系统等。所谓机械振动系统,就是指将围绕其静平衡位置作来回往复运动的机械系统,单摆就是一种简单的机械振动系统,而系统所发生的这样一种特殊形式的运动就称为机械振动。

构成机械振动系统的基本要素有惯性、恢复性和阻尼。惯性就是能使系统当前运动持续下去的性质,恢复性就是能使系统位置恢复到平衡状态的性质,阻尼就是能使系统能量消耗掉的性质。这三个基本要素通常分别由物理参数质量 $M$ 、刚度 $K$ 和阻尼 $C$ 表征。

反映系统与其外部相互作用的性质有输入(激励)和输出(响应)两个变量。输入(激励)表示外部对系统的作用,由系统外部确定;输出(响应)则表示系统对外部的作用,由系统外部感知。

质量、刚度、阻尼、输入(激励)、输出(响应)构成机械振动系统的物理模型,如图1-1所示。

机械振动系统可按其不同方面的性质进行不同的分类,如

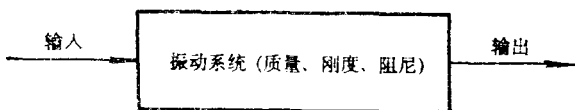


图1-1 机械振动系统的物理模型

按其叠加性质可分为线性系统和非线性系统，按其稳定性质可分为稳定系统和非稳定系统，按其参数的分布性质可分为离散系统和连续系统，按其参数随时间变化的性质可分为定常系统和时变系统，等等。本书只限于对机械振动系统中的稳定离散线性定常系统进行讨论。

稳定系统是指对于每一个可能的有界输入都产生一个有界的输出的系统；离散系统是指可由有限多个集中参数描述的系统；线性系统是指满足可加性和齐次性（叠加原理）的系统；定常系统是指参数不随时间变化的系统。

根据机械振动理论<sup>[1]</sup>，对于一个具有 $n$ 自由度的稳定离散线性定常振动系统，可用如下常系数线性微分方程描述：

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = [F]\{u(t)\} \quad (1-1)$$

- 式中
- $[M]$ ——质量矩阵， $n \times n$ 阶实对称正定矩阵；
  - $[C]$ ——阻尼矩阵， $n \times n$ 阶实对称正定或半正定矩阵；
  - $[K]$ ——刚度矩阵， $n \times n$ 阶实对称正定或半正定矩阵；
  - $[F]$ ——广义输入矩阵， $n \times r$ 阶矩阵，反映广义的激励位置（坐标）和力幅大小等；
  - $\{q(t)\}$ ——广义位移， $n \times 1$ 阶列向量；
  - $\{\dot{q}(t)\}$ ——广义速度， $n \times 1$ 阶列向量；
  - $\{\ddot{q}(t)\}$ ——广义加速度， $n \times 1$ 阶列向量；

$\{u(t)\}$ ——广义力,  $r \times 1$ 阶列向量。

$n$ ——系统的自由度数;

$r$ ——激振点数,  $r \leq n$ 。

在今后的讨论中, 如不特殊说明, 我们所说的系统或振动系统就是指能由(1-1)式描述的稳定离散线性定常振动系统。

## 二、振动系统动态特性

一个系统的动态特性, 是指其受随时间变化的输入(激励)作用下所表现出来的性能, 工程上一般借助于数学模型来描述, 如脉冲响应、频率响应、传递函数等等。因此, 研究系统动态特性的主要任务就是建立系统的数学模型。

系统数学模型的建立, 一般有理论分析、有限单元分析和实验测试分析等方法。理论分析法就是直接利用分析动力学的概念和方法建立系统的数学模型, 如常微分方程, 这种方法仅适合于结构比较简单的小型系统。有限单元分析法是先把任一形状和不同材料组成的系统分割成许多简单几何形状的单元, 在单元内假设近似函数, 然后根据单元的动态特性、各单元间的相容条件和系统边界条件等, 采用数值计算的方法建立系统的数学模型, 这种方法能应用于实际场合中的大型复杂系统。实验测试分析法是根据对系统的输入(人为激励或自然激励)和输出的测试和分析, 建立系统的数学模型, 这是一种把实验和理论分析结合起来的方法, 适合应用于大型复杂的实际系统, 这一方法正是本书将要介绍和讨论的内容。

系统的数学模型, 按其表述域可分为时间域模型、频率域模型和模态域模型等; 按其是否显含参数可分为参数模型和非参数模型。表1-1给出了常用的系统数学模型及其分类情况。

表中除带有\*号的外, 均为实验测试分析法中常用的数学

表1-1 系统数学模型及其分类

	时间域模型	频率域模型	模态域模型
参数模型	状态空间方程 常微分方程* 时间序列模型*	传递函数	实模态模型 复模态模型
非参数模型	脉冲响应 相关函数 阶跃响应*	频率响应 功率谱密度函数	

模型。在本章以下各节中我们将详细讨论和介绍这些数学模型的定义、数学表达式和意义，以及这些数学模型之间的内在联系。本书的其它章节则讨论和介绍这些数学模型的辨识、估计方法以及它们在工程实际中的一些应用。

## 第二节 振动系统动态特性表述空间

系统的动态特性，可在不同的表述空间借助于各种数学模型来描述。在振动测试与分析中，系统动态特性的描述通常是在时间空间（时间域）、频率空间（频率域）和模态空间（模态域）内进行的。尽管在各域中处理问题的具体方式各不相同，但它们之间是可以相互转换的。当从一个空间变换到另一个空间时，关于对象的信息不会有任何损失。然而由于引入了不同的空间，改变了观察事物的角度，这就有可能使得在某个空间（例如在时间空间）难于解决的问题，当被变换到另一个空间（例如频率空间或模态空间）去讨论时，变得迎刃而解了。本节我们将定性地对时间域、频率域和模态域及其它们之

间的关系进行讨论<sup>[2]</sup>，而定量讨论将在本章其它各节分别进行。

## 一、时间域

时间域是我们最为熟悉的描述事物变化的空间，也是振动测试与分析中采用的最传统、最直接的表述空间。例如，我们描述图 1-2 所示音叉的振动，就可用振动方程表示其振动幅值  $A$  随时间  $t$  的变化关系，或采用图 1-3 所示波形曲线表示这种关系，这就是在时间域对系统运动（在这里是音叉的振动）的一种描述。

假如现在我们想知道音叉发出来的声音是一个音调组成还是几个音调组成，是哪几个音调组成，则仅凭借图 1-3 这种在时间域内对音叉声波的描述，能回答出来吗？我们说是回答不出来或很难回答出来的。但是如果换一个表述域来描述该音叉的声波，比如在频率域内，情况就完全不一样了。

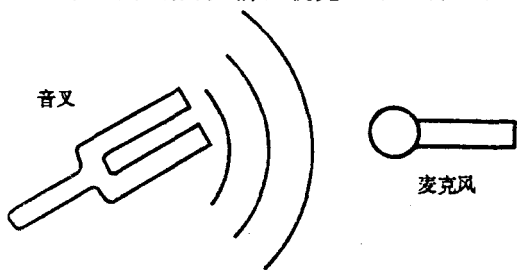


图1-2 音叉的机械振动（产生声波）



图1-3 音叉声波的时间域波形

## 二、频率域

早在 100 多年前，傅里叶就指出，存在于现实世界中的任何波形，都可以通过把某些正弦波叠加起来而生成，图 1-4 就是一个简单的例子。反过来，我们也可以把现有的任何波形分解成许多正弦波的叠加。而且可以证明，这种分解和叠加是唯

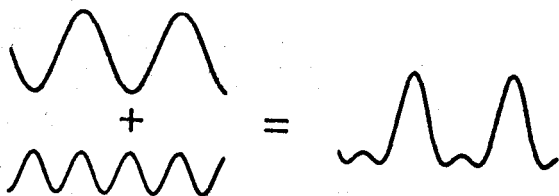


图1-4 两正弦波相加生成一个一般的波形

一的，即任何波形仅可以用一种正弦波的组合形式表示。

图1-5(a)用一个三维图像表示了上述正弦波叠加的概念。坐标轴  $A$  和坐标轴  $t$  就是在时间域里已经出现过的幅值坐标和时间坐标。第三个坐标轴  $f$  为频率坐标，在该坐标轴上按频率展示出了组成一个复杂波形的各个正弦波。当沿频率轴来观看这张三维图时，得到图1-5(b)所示图像。这些图（虚线）就是各个正弦波在时间域上的表示，将它们叠加起来便可得到原来的复杂波形（实线）。现在我们来沿时间轴观看，得到与前面截然不同的图像，如图1-5(c)所示，该图表示的是幅值与频率之间的关系，这就是通常所说的频率域。在频率域中，从原复杂波形分解出来的各个正弦波是一根根垂直线，垂直线的高度表示了正弦波的幅值大小，其位置表示了正弦波的频率。因为每一根垂直线代表了一个正弦波，所以原复杂波形信号被唯一地确定了（当然还得记下每一个正弦波的初相位）。信号的这种频率域表示称之为谱，每一根谱线代表了原信号的一个频率分量。



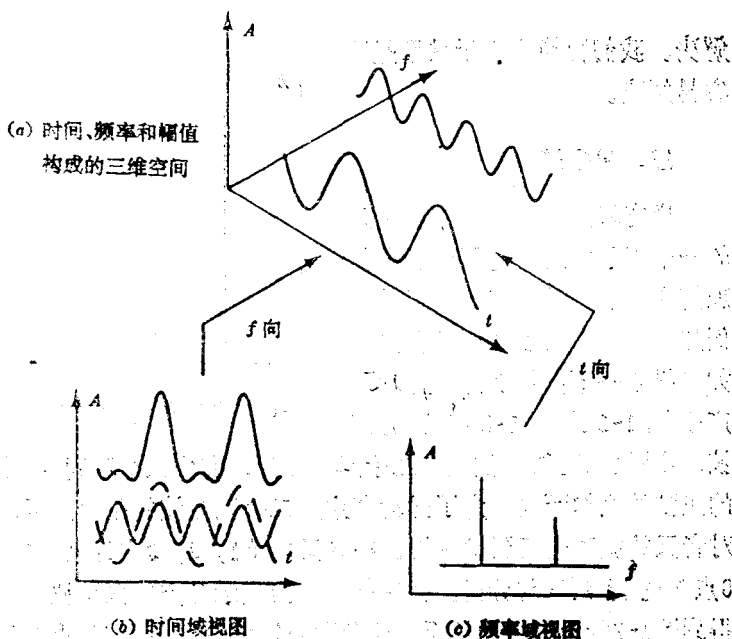


图1-5 时间域和频率域之间的透视关系

因此在频率域中，关于原波形信号的信息既没有增加，也没有减少，而仅仅只是改变了观察信号的角度和采用了不同的表示方式。

现在我们在频率域内表示图1-3所示音叉声波，得到图1-6。该图表明，音叉声波由二个不同频率的正弦波组成，所以音叉发出来的声音不是一个音调，而是由二个音调组合而成的（每一个频率分量对应一个音调）。这个在时间域内难以回答的问题，在频率域内很容易就回答出来了。

我们总是希望一个音叉只发出一种仅由单一的音调组成的声音，现在该音叉发出的声音包含二个音调，如何去掉或减小其它频率分量呢？这又是一个难题，在时间域和频率域内均难