

 国家自然科学基金研究专著
NATIONAL NATURAL SCIENCE FOUNDATION OF CHINA



· 非流态化气固两相流 ——理论及应用

李洪钟 郭慕孙



hemistry

北京大学出版社

 **国家自然科学基金研究专著**
NATIONAL NATURAL SCIENCE FOUNDATION OF CHINA



非流态化气固两相流

——理论及应用

李洪钟 郭慕孙

北京大学出版社

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

非流态化气固两相流：理论及应用/李洪钟,郭慕孙著. —北京：北京大学出版社,2002.12
ISBN 7-301-06003-3

I. 非… II. ①李… ②郭… III. 气体-固体流动-研究 IV. 0359

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 092440 号

书 名：非流态化气固两相流——理论及应用

著作责任者：李洪钟 郭慕孙

责任编辑：周月梅

标准书号：ISBN 7-301-06003-3/O·0557

出版者：北京大学出版社

地 址：北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址：<http://cbs.pku.edu.cn>

电 话：邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752032

电子信箱：zpup@pup.pku.edu.cn

排版者：高新特激光照排中心 62637627

印刷者：北京大学印刷厂

发 行 者：北京大学出版社

经 销 者：新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 9.25 印张 234 千字

2002 年 12 月第 1 版 2002 年 12 月第 1 次印刷

定 价：23.00 元

前 言

“非流态化气固两相流”，作为流体-颗粒两相流的一个分支，广泛存在于自然界及应用于工农业。所谓“非流态化气固两相流”，主要指气固移动床和固定床，其特征为每个颗粒都与其周围的颗粒相互接触，处于静止或移动状态，气体则在颗粒之间的空隙中静止或流动。工业中常见的非流态化气固两相流有气固移动床反应器、气固固定床反应器、循环流态化床中用于颗粒循环的移动床料腿、旋风分离器料腿、料仓、移动床输送料管等。

如何使移动床与固定床反应器以及移动床输送设备处于连续、稳定的操作状态，避免经常发生的堵塞、沟流、死区、流动不均匀或不稳定等不正常现象，是当前面临的技术难题。如何定量预测非流态化气固两相流中气固两相的流速、流向等流动行为，也是设计与操作中的问题。上述问题的解决，除了不断地实验探索以外，重要的是将实验的结果进行归纳与总结，由经验上升为理论，在理论的指导下进行预测、设计和操作。作者多年从事非流态化气固两相流的研究，根据所积累的实验数据与操作经验，与同事们一起不断进行的理性分析与归纳，并在国内外学术期刊上所发表的论文和获得的专利，逐渐形成了将散料力学与多相流理论相融合的“非流态化气固两相流”理论体系。

本书由十二章组成。第一章介绍了将散料视为连续介质的散料力学的基础理论；第二章简要介绍了将气固两相均视为流体的双流体动力学模型的基础知识；第三章阐明了非流态化气固两相流的基本特征及定量化判据，提出了表示各种流型及其存在与相互转化条件的相图；第四章较完整地提出了非流态化气固两相流动力学理论，其中包括固相动量守恒方程、气体压降方程、空隙率方程组成的微分方程组的推导、方程组的数值解法及简化的解析解法；从第五章到第十一章是应用非流态化气固两相流的基本理论解决固定床、移动床、料腿、V型排料阀、L型排料阀、气动式排料阀、孔口落料、架拱等特定对象的定量计算与设计问题，并结合具体实验予以验证；第十二章介绍了非流态化气固两相流研究中特有的测量技术：颗粒对器壁压力的测量及空隙率微小变化的测量。

本书力求通俗易懂，图文并茂，理论与实际应用相结合，可作为从事颗粒流体两相流、流态化技术、其他颗粒学分支的科研人员及相关的工程技术人员的专业学习参考书，也可作为大专院校教师、研究生的教学参考书。

本书所包含的研究成果是在国家自然科学基金会“七五”、“八五”重大项目基金的支持下以及中国科学院多相反应开放实验室基金的支持下完成的。科研成果“移动床气固两相流理论及应用”曾获1997年中国科学院自然科学二等奖。在此，作者谨向国家的大力支持深表感谢！

由于作者水平所限，错误与疏漏在所难免，恳请读者批评指正。读者如能从本书中获得一点收益，当是作者最大的欣慰。

李洪钟

2000年7月1日

于中国科学院化工冶金研究所

目 录

第一章 散料力学基础	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 散料的力学性质	(2)
1.2.1 散料的变形及可压缩性	(2)
1.2.2 散料的抗剪强度、内摩擦力和黏聚力	(3)
1.2.3 散料的流动性及其测量	(5)
1.3 应力和应变	(7)
1.3.1 弹性平衡	(7)
1.3.2 极限平衡	(12)
参考文献	(21)
第二章 气固两相流动力学模型基础	(22)
2.1 单流体模型、双流体模型和多流体模型	(22)
2.2 颗粒群视为连续介质的条件	(23)
2.3 用双流体模型研究非流态化气固两相流	(24)
2.4 连续介质力学模型	(24)
参考文献	(25)
第三章 非流态化气固两相流的判别及其流型划分	(26)
3.1 非流态化气固两相流的基本特征及判据	(26)
3.2 非流态化气固两相流的流型划分	(27)
3.2.1 固定床气体压降方程	(27)
3.2.2 移动床气体压降方程	(29)
3.2.3 垂直移动床气固流动相图	(29)
参考文献	(31)
第四章 非流态化气固两相流动力学理论	(32)
4.1 固相动量守恒方程	(32)
4.1.1 普适性固相动量守恒方程	(32)
4.1.2 倾斜圆柱形床固相动量守恒方程	(34)
4.1.3 垂直圆锥形床的固相动量守恒方程	(34)
4.1.4 垂直圆柱形床的固相动量守恒方程	(34)
4.1.5 垂直方锥形床的固相动量守恒方程	(34)
4.1.6 垂直方柱形床的固相动量守恒方程	(35)
4.2 气体压降方程	(35)

4.3	空隙率方程	(36)
4.4	颗粒间接触压力、气体压力及空隙率的轴向分布之理论预测	(36)
4.4.1	数值解法	(36)
4.4.2	简化的解析解	(36)
4.5	床层空隙率 $\epsilon_s, \epsilon_v, \epsilon_0, \epsilon_{mf}$ 之间的关系	(37)
	参考文献	(38)
第五章	固定床	(39)
5.1	料仓	(39)
5.1.1	圆锥形料仓壁的压应力分布	(39)
5.1.2	圆柱形料仓壁的压应力分布	(40)
5.1.3	料仓的超测压现象	(41)
5.1.4	料仓设计基础	(42)
5.2	固定床反应器中的气体流动与压降	(43)
5.2.1	修正的动量守恒方程	(44)
5.2.2	气体在侧壁开孔的分布管内的静压分布	(45)
5.2.3	轴向分流不均匀度	(45)
	参考文献	(46)
第六章	移动床	(48)
6.1	颗粒间接触压力、气体压力和床层空隙率的轴向分布	(48)
6.2	移动床中的气体流动	(48)
6.2.1	气体速度及流率的理论预测	(48)
6.2.2	气体速度与流率的实验验证	(49)
6.3	气力移动床上输	(51)
6.3.1	输送管形状分析	(52)
6.3.2	移动床操作的稳定性条件	(54)
6.3.3	功耗及输送效率	(54)
6.3.4	临界移动床输送的动力学	(55)
6.3.5	移动床上输的实验研究	(58)
6.4	移动床过滤除尘	(67)
	参考文献	(69)
第七章	移动床料腿的料封作用	(70)
7.1	料封的概念	(70)
7.2	料封能力的计算	(70)
7.3	理想料封的设计	(71)
7.4	锥形斗-立管型料腿的料封能力	(73)
7.4.1	锥形斗的压降 Δp_v	(73)
7.4.2	立管的压降 Δp_l	(73)
7.4.3	锥形斗中气体对固体的曳力 F_v	(74)
7.4.4	立管中气体对固体的曳力 F_l	(74)

7.4.5 锥形斗-立管系统的理论料封能力	(75)
参考文献	(76)
第八章 锥形阀(V 阀)排料动力学	(77)
8.1 锥形阀排料系统的一般结构	(77)
8.2 锥形阀浓相排料与移动床排料的机理	(78)
8.3 锥形阀的移动床排料动力学	(79)
8.3.1 力平衡方程	(79)
8.3.2 气体压降方程	(80)
8.3.3 气体通过锥形阀的流率	(80)
8.3.4 锥形阀底部的气固相对速度	(81)
8.4 流态化下料腿的流动力学	(81)
8.4.1 料腿的压降 Δp_l	(81)
8.4.2 料腿床层的空隙率 ε_l	(81)
8.4.3 通过流态化料腿的气体流率 G_{gl}	(81)
8.4.4 通过分布板的最小气体流率 $(G_{gd})_{\min}$	(82)
8.4.5 料腿中的料面高度 h_l	(82)
8.4.6 流态化料腿的最大固体流率 $(G_p)_{\max}$	(82)
8.5 锥形阀排料系统的实验研究	(83)
8.5.1 浓相排料试验	(84)
8.5.2 移动床排料试验	(86)
参考文献	(88)
第九章 颗粒通过移动床底部孔口的流动力学	(89)
9.1 无压差立管-孔口系统的固体流率	(89)
9.2 有压差立管-孔口系统的固体流率	(89)
9.3 孔口流率的理论预测	(90)
9.3.1 流动模型	(90)
9.3.2 动力学方程	(91)
9.3.3 孔口流率的理论计算	(92)
9.3.4 孔口流率的实验	(93)
9.3.5 黏性颗粒物料通过立管-漏斗系统的流动	(94)
参考文献	(96)
第十章 架拱机理及预防对策	(98)
10.1 理论分析	(98)
10.1.1 基本假设	(98)
10.1.2 圆锥形立管中的架拱理论	(99)
10.1.3 圆柱形立管中的架拱理论	(103)
10.1.4 方锥形立管中的架拱理论	(105)
10.1.5 方柱形立管中的架拱理论	(106)
10.2 实验验证	(106)

10.2.1 与文献数据的对比	(106)
10.2.2 实验验证	(106)
参考文献	(109)
第十一章 气控式颗粒状物料的加料及排料技术	(110)
11.1 L 型阀	(110)
11.1.1 L 型阀结构尺寸设计的一般原则	(111)
11.1.2 垂直管段的气固流动力学	(111)
11.1.3 水平管段的气固流动力学——拟整体流动模型	(113)
11.1.4 L 型阀气固两相流动力学模型的求解	(116)
11.1.5 L 阀模型的实验验证	(116)
11.1.6 预测 L 型阀排料速率的经验关联式	(117)
11.2 气动式排料阀	(117)
11.2.1 实验装置及实验条件	(118)
11.2.2 实验结果及讨论	(120)
11.2.3 气动式排料阀设计程序	(121)
11.3 气控式脉冲加料器	(121)
11.4 气控气球式高压粉料连续加料装置	(122)
11.4.1 加料装置的结构及工作原理	(122)
11.4.2 实验考察	(123)
参考文献	(127)
第十二章 非流态化气固流的测试技术	(129)
12.1 非流态化气固两相流中固体颗粒对器壁压力的测量	(129)
12.1.1 压力传感器的选型与研制	(130)
12.1.2 传感器的标定	(130)
12.1.3 测量结果	(131)
12.2 非流态化气固两相流空隙率的测量	(133)
参考文献	(134)
符号表	(136)

第一章 散料力学基础

1.1 引言

散料力学是物理学科的一个分支,它研究散料与其他物体的相互作用,以及散料中颗粒之间的相互作用和由此所产生的力及其位移^[1].

散料是由大量彼此接触的单个颗粒所组成的集合体,如砂土、砾石、碎煤、水泥、谷物、食盐、各种药物及其他粒状及粉状的材料.组成散料的颗粒按其材料、大小及形状可以是相同的或不相同的.颗粒之间的间隙称为空隙,其中可能由空气、水或某种胶结物质所填充.一般而言,粒径小于 $100\text{ }\mu\text{m}$ 的叫粉体料,粉料又可分为极细粉料 (ultra fine powder, $0.1\sim 1.0\text{ }\mu\text{m}$),超细粉料(super fine powder, $1.0\sim 10\text{ }\mu\text{m}$)和粒状粉料 (granular powder, $10\sim 100\text{ }\mu\text{m}$);粒径大于 $100\text{ }\mu\text{m}$ 而小于 3 mm 的散料称为粒状固体 (granular solid);粒径大于 3 mm 的散料则称为破碎固体 (broken solid);通常统称粒径大于 $10\text{ }\mu\text{m}$,而小于 3 mm 的散料为粒状物料 (granular material)^[2];而粒径小于 $0.1\text{ }\mu\text{m}$ 的粉体又称纳米颗粒 (nanometer particles).

散料的物理性质介于固体和液体之间.散料与固体不同,它具有流动性,仅在一定的范围内能保持其形状,具有对挡护面产生压力的性质,不能或不大能抵抗拉力,抵抗剪切力的能力取决于作用的压力;散料又与液体不同,液体比散料具有更大的流动性,液体没有固定的形状,抗剪切的能力比散料更小.

散料力学是随着工农业生产的需要产生并且发展起来的一门学科,比如建筑物地基、江河堤坝、散料仓库等的设计.散料输送及其物理和化学加工都离不开散料力学.

散料力学的研究范围通常有如下两方面:

(1) 研究处于极限平衡状态的散料.实质上是研究散料的屈服破坏阶段,此时一般不去研究它的变形和位移.

(2) 研究处于正常平衡状态下的散料.实质上是研究处于稳态或弹性平衡状态下的散料,此时需研究它的变形和位移.

需要指出的是试验的重要性在散料力学中比在其他力学中更大,因为发生在散料中的现象和过程比发生在固体中和液体中的要更复杂.

在散体力学中和在其他力学中一样,采用科学的抽象,在保持实际散料基本性质的前提下,抛弃某些在所研究的现象中不起本质作用的性质,建立简化的计算模型.目前在散料力学中采用的有两种计算模型:整体的连续介质模型^[1,2,3,4]和粒状不连续介质模型^[5].整体的连续介质又分为黏性散料(既有内摩擦力,又有黏聚力),无黏性散料或称理想散料(无黏聚力),以及理想塑性散料(无内摩擦力)三种.整体连续介质模型的优点在于:它能够利用把应力看作

为内力强度的概念,并能够采用微分平衡方程式,如同弹性理论及塑性理论一样^[3].利用关于连续性的假设,就可以用一个统一的计算模式代替所有各种各样的散料,模型的性质可以用为数不多的、由试验确定的常数来表征.实验证明,理想散料的计算模型与谷物、面粉、水泥等散料的实际性质相符合,黏性散料的计算模型适宜于干燥状态的黏土等.在此计算中所指的仅是作用在散料块体上的平均应力,实际上还有在颗粒接触点上产生的接触应力.即使散体块体上的平均应力相当小,颗粒接触点上的应力也是极大的.

粒状不连续介质模型假定散料由相互接触的、形状规则的固体颗粒组成,这种介质可以是无侧压的和有侧压的,颗粒的相互作用服从概率法则,它研究颗粒接触处所发生的现象,并根据数理统计公式给出这些现象的描述^[5].粒状不连续介质考虑了散料实际颗粒组成的结构,并能根据静力学原理研究单个颗粒及其总和的性状,它不受显然是现象学的连续性假定的限制.然而在粒状不连续介质模型中,不得不采用关于把颗粒形状理想化和关于颗粒接触条件的许多其他假定,以代替连续性的假定,这些假定所带来的不精确程度还不清楚.此外,目前还没有用试验来确定散料作为不连续介质的力学性质常数值的方法.

整体连续介质模型的很多解,实际应用时常常过于复杂.在这种情况下,要利用简化的解,如在材料力学和结构力学中所采用的,其特点是引用某种简化的假定,使其能够用初等方法解决某些问题,而不用复杂的数学手段.所得结果与复杂方法计算的结果基本相同.如假定滑动面为某种形状而建立的理论,就可以用初等方法求解许多重要的实际问题.

本章将着重于整体连续介质模型的计算方法,在研究散料的应力状态时,用沿着散料任意断面连续分布的想象力来代替作用在散料单个颗粒接触点上的实际的力.

1.2 散料的力学性质

散料的力学性质参数如粒径及其分布、颗粒形状及表面粗糙度、颗粒密度、比表面积、空隙率、含水量、堆积密度等的定义及测量技术,已经在有关颗粒学专著与手册中论及^[14],无需重述.下面就其他一些有关的力学性质分别简要说明.

1.2.1 散料的变形及可压缩性

当任何其他物体对散料作用时,使散料产生的运动状态的变化都由它的变形,即体积和形状的改变表现出来.散料的变形可分为结构变形、塑性变形和弹性变形.

(1) 结构变形

散料的结构变形是指其颗粒或像单个固体一样的颗粒团的位移:加荷之后,要么散料颗粒转移到新的更加稳定的平衡位置,要么散料由于颗粒之间的联系被破坏而发生破裂.结构变形是不可能恢复的,并带有断裂的性质,它不是连续函数.

(2) 塑性变形

当外力达到或超过某极限值时,散料达到屈服点,发生剪切和流动,此时,散料处于塑性状态,发生的变形称塑性变形.结构变形和塑性变形的区别在于前者有可能在体积不变的情况下发生,而后者则伴随有体积的变化.

(3) 弹性变形

散料的弹性变形是由颗粒本身的可恢复的和不可恢复的变形而引起的.弹性变形在每个

颗粒所占据的体积范围内是连续的, 一般情况下, 弹性变形是非线性的。

(4) 可压缩性

散料在一定的密度范围内具有可压缩性。通常静置的散料, 当外力增加时, 体积缩小, 密度增加, 空隙率减少。但当外压减小时, 体积不可能复原。这种性质可用所谓“压缩系数”^[5]来定量地描述。压缩系数可由图 1-1 所示的方法测量。用被测散料添满、高为 h_0 的扁平圆形盒子。然后依次从小到大向盒盖施加压力 σ' , $\sigma'' > \sigma'$, $\sigma''' > \sigma''$ 。测量各压力下盒中散粒层高度的变化 $\Delta h'$, $\Delta h''$, $\Delta h'''$, 以 $\log(\Delta h)$ 为纵坐标, $\log[\sigma(h_0 - \Delta h)]$ 为横坐标作图, 通常为一直线。该直线的斜率, 则定义为压缩性系数。压缩性系数是体积-压力函数的曲率的量度。它与固体的弹性模量无关, 而与弹性模量对压力的导数有关。

流动着的散料的堆积密度是其所受压力的函数。当压力为常数时, 散料在恒密度下剪切; 当压力增加时, 散料被压缩, 其密度增加, 相反, 当压力减少时, 散料膨胀, 密度减少。这一关系可由下式定量计算^[7]:

$$\text{当 } \bar{\sigma} > \bar{\sigma}_c \text{ 时,} \quad \epsilon = \epsilon_c; \quad (1-1)$$

$$\text{当 } \bar{\sigma} \leq \bar{\sigma}_c \text{ 时,} \quad \epsilon = \epsilon_{mf} - (\epsilon_{mf} - \epsilon_c) \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}_c}, \quad (1-2)$$

式中 $\bar{\sigma}$ 为平均压应力, 它可以是作用于散料体单元上的单向压应力之值, 也可以是二维或三维压应力之平均值 (N/m^2); ϵ 为空隙率; ϵ_{mf} 为初始流态化空隙率; ϵ_c 为流动散料的最小空隙率。

1.2.2 散料的抗剪强度、内摩擦力和黏聚力

散料的强度系指其破坏强度, 主要决定于它的抗剪强度。抗压强度则决定于颗粒本身的强度和它在接触处所受到的压力。

散料的抗剪强度可由直接剪切仪测定。其简单方法如下: 把散料均匀地倒入由上下两部分组成的环内, 下环是固定不动的, 上环可以在剪切力 T 的作用下, 沿 $I-I$ 断面在水平方向移动 (见图 1-2), 垂直于断面 $I-I$ 施加力 N 。每一次试验依如下程序进行: 力 N 固定不变, 逐渐加大力 T , 一直加到散粒体一部分对另一部分刚刚发生滑动为止。对于不同的 N 值进行重复试验, 对于每组试验找出一个极限剪力值 T_{lim} 。试验结果表明, 散料体的抗剪力 T_{lim} 与法向压力 N 之间的关系如图 1-3(a) 所示。

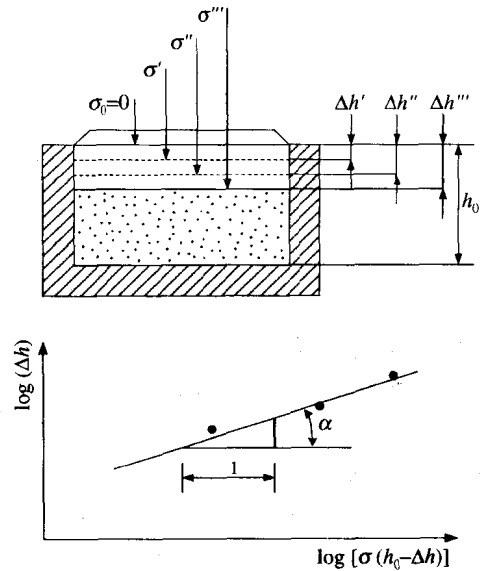


图 1-1 压缩系数的测量^[7]

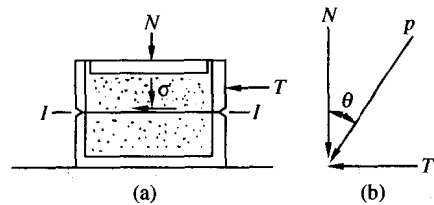


图 1-2 直接剪切的试验^[10]

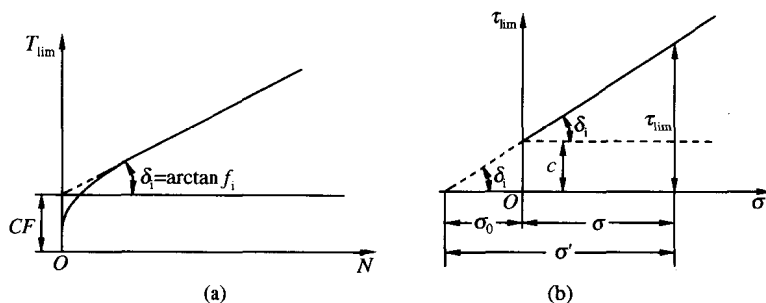


图 1-3 散料的剪切曲线^[10]

因为这条曲线在整个长度上,除了开始一段外,曲率很小,所以为了实用,用直线(图 1-3(a) 中的虚线)来代替,相当于采用 Coulomb(库仑)定律. 根据此定律,散料体的抗剪力等于内摩擦力和黏聚力之和,由下式表示:

$$T_{\lim} = N f_i + CF, \quad (1-3)$$

式中 f_i 为颗粒内摩擦系数,等于内摩擦角 δ_i 的正切,即 $f_i = \tan \delta_i$ 或 $\delta_i = \arctan f_i$; C 为单位黏聚力,即发生在单位剪切面上的黏聚力; F 为剪切面积.

为了得到剪切强度,需用剪切面积除上式的两边,得

$$\begin{aligned} \tau_{\lim} &= \frac{T_{\lim}}{F} = \frac{N}{F} f_i + C = \sigma \tan \delta_i + C \\ &= \left(\sigma + \frac{C}{\tan \delta_i} \right) \tan \delta_i = (\sigma + \sigma_0) \tan \delta_i = \sigma' \tan \delta_i, \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中 $\sigma = \frac{N}{F}$ 为垂直于剪切平面的压力; $\sigma' = \sigma + \sigma_0$ 为换算的法向压力,其中包含由内部黏聚力引起的黏性压力; $\sigma_0 = \frac{C}{\tan \delta_i}$ 为黏性压力. 图 1-3(b)表明了上述各值间的关系.

可见散粒体抗剪强度的条件为

$$\tau \leq \tau_{\lim}, \quad (1-5)$$

由图 1-2(b)知, $T = N \tan \theta$, $\tau = \sigma \tan \theta$, 故散料体抗剪强度条件也可表示为

$$\sigma \tan \theta \leq \sigma \tan \delta_i + C, \quad (1-5a)$$

对无黏性散体, $C=0$, 故其抗剪强度条件为

$$\theta \leq \delta_i. \quad (1-5b)$$

对于极限应力状态, $\tau = \tau_{\lim}$, $\tan \theta = \tan \delta_i + \frac{C}{\sigma}$. 若同时无黏性, 则 $\theta = \delta_i$.

角 θ 为合力 p 与剪切面法线之夹角, 称为偏角. 显然, 无黏性散体处于极限应力状态时, 内摩擦角等于偏角.

顺便说明, 当直接剪切仪的下半环用容器壁的材料所填充时(其表面应与壁面光洁度相同), 用同样的方法可测得散体与器壁之间的摩擦系数 μ 及相应的壁摩擦角 ϕ .

散粒体内产生内摩擦力的原因可解释为

第一, 一些颗粒陷入其他颗粒之间的深凹处而互相咬合.

第二, 在颗粒之间的接触面上直接产生滑动摩擦力和附着力. 散粒间的摩擦力不仅取决于颗粒的滑动, 而且取决于颗粒的滚动. 内摩擦角的大小与许多因素有关, 首先与散料颗粒的堆

积密度、形状、尺寸、均匀性及表面特征等有关。

1.2.3 散料的流动性及其测量

散料的流动性的大小与颗粒之间的内摩擦力和黏聚力的大小有关。散料的流动性大小可以用休止角、流动因数、有效内摩擦角和测压系数等来表征。

(1) 休止角

由于散料的物理性质介于固体和液体之间,所以它的流动性是有限的,并且只有在边坡与水平面所成的角度不超过一定极限的情况下才能够保持其形状(见图 1-4(a))。这个极限角度 θ_r 称休止角或自然坡度角。

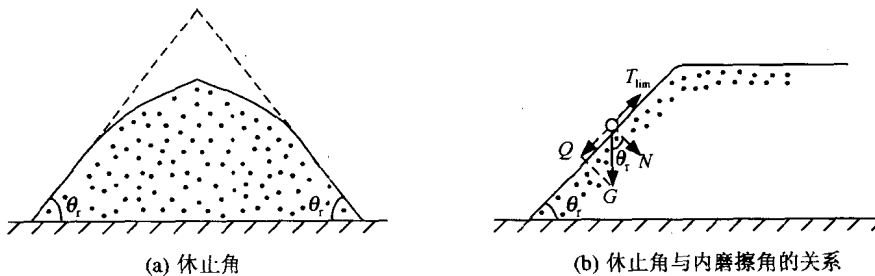


图 1-4 休止角^[10]

散料体自由表面的内摩擦角与自然坡度角之间有着内在的联系。为此,可研究一下位于斜坡表面上任意部分重量为 G 的散料体(参见图 1-4(b))。在所取重量为 G 的那部分散料体上沿着斜坡方向作用着两个大小相等方向相反的力:滑动力 Q 和摩擦力 T_{lim} 。由图可知, $Q = G \sin \theta_r$, $N = G \cos \theta_r$ 。由式(1-3)知 $T_{lim} = N f_i + CF = G \cos \theta_r \tan \delta_i + CF$, F 为所研究的那部分散体与斜坡之间的接触面积,因滑动力与摩擦力彼此相等,故得

$$G \sin \theta_r = G \cos \theta_r \tan \delta_i + CF,$$

即

$$\tan \theta_r = \tan \delta_i + \frac{CF}{G \cos \theta_r}. \quad (1-6)$$

由式(1-6)可看出,黏性散料体的自然坡度角大于其自由表面处的内摩擦角;无黏性散料体的自然坡度角等于其表面处的内摩擦角。但是应当指出,对于深处的或处于压力作用下的散料体,由于此处颗粒紧紧挤入其他颗粒之间的缝隙,因此,内摩擦角大于它的自然坡度角。还需要指出,自然坡度角的大小也与斜坡的高度和堆放地表面的粗糙程度有关,所以严格说来不能把它看作为散料体的一个物理常数。

(2) 流动因数

表征散料流动性的另一个重要参数是由 Jenike^[8]首先提出的“流动因数”(flow factor)。流动因数表示散粒体的加固压力(即压强) p 与其所产生的强度 f 之间的关系,由特别设计的流动因数试验仪测定。其测定原理如下:把一定量的散料体加入一个内壁非常光滑无壁摩擦力的横截面为 A 的圆筒模型之中,然后通过一个活塞用力 $p \times A$ 加固此散体(参见图 1-5(a)),在无扰动的情況下,把被加固了的散体从模型中取出来放在一桌面上,再从上给它施一压缩力,该力从零逐渐增加直到使此散体圆柱破裂,此时压力值为 $f \times A$ (参见图 1-5(b))。在不同的加固压力 p 下重复若干次上述试验,得到对应的值 f 。然后用 p 对 f 作图,得到光滑的 f - p

曲线,如图 1-5(c) 所示,此种关系曲线称为散料的流动因数曲线.实际上,模型壁不可能无摩擦力,此外在一个相对较高的圆筒模型中做到均匀加固也是困难的.为此已根据剪切试验的原理(图 1-2)设计了“流动因数试验仪”^[8].

散体流动因数 FF 定义为加固压力 p (或主应力 σ_1 ,当无摩擦时, $p=\sigma_1$)和无约束的屈服强度 f 之比值,即

$$FF = \frac{\sigma_1}{f} = \frac{p}{f}. \quad (1-7)$$

可见 FF 值越大,物料的流动性越好.实验数据表明, f 与 p 之间不存在线性关系,故严格说来散体物料 FF 值并非常数.由图 1-5(c)可见,它随着 p 的增加略有增加.

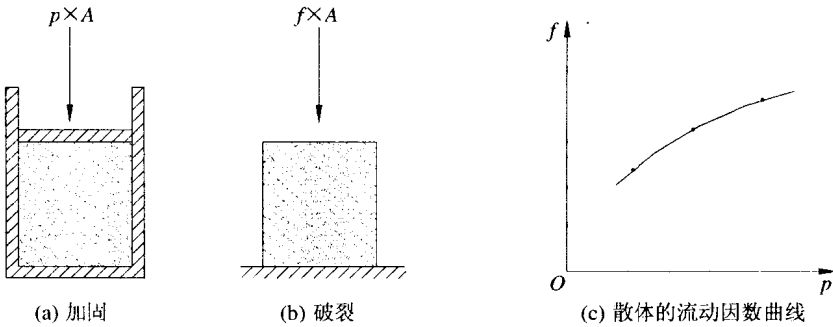


图 1-5 流动因数试验^[8,9]

流动因数试验仪实际上是一个特制的剪切试验仪,其操作原理如图 1-2 所示.被试样品首先在给定的垂直压力下通过剪切加固到临界状态,然后在另一个较小的垂直压力下,做剪切强度试验.在固定垂直加固压力的情况下,改变较小的垂直压力值,做一系列上述试验,便可得到一条在固定加固压力下的屈服曲线(见图 1-6).过原点做半圆与该屈服曲线相切,可得 f 值;做半圆与屈服线顶端点相切,可得 σ_1 值.这样可以获得流动因数曲线上的一个点.然后再多次改变加固压力,重复上述程序,便可得到多个点,从而做出图 1-5(c)所示的流动因数曲线.

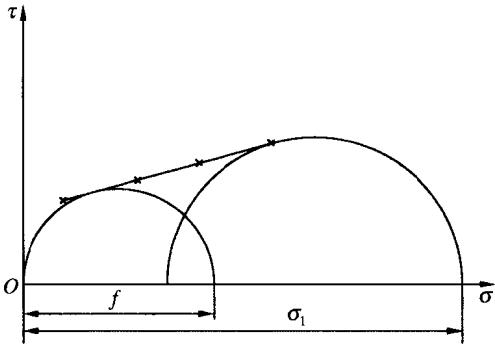


图 1-6 屈服特性曲线^[9]

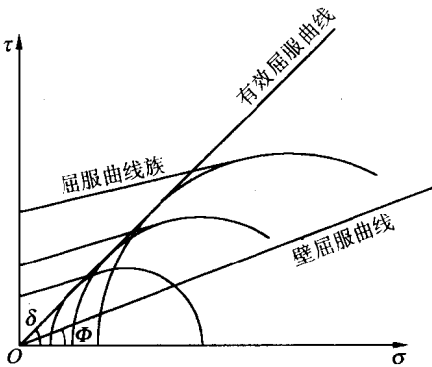


图 1-7 有效屈服曲线^[9]

(3) 散料的有效内摩擦角

对实际具有黏结性的散粒体,在不同的加固压力条件下,可得到不同的屈服曲线,因此存在一个屈服曲线族(参见图 1-7),每条曲线的终点对应于其加固应力.过每条曲线的终点可做一半圆与之相切,可做出一系列这样的半圆,然后做一曲线与每个半圆相切,此包络线则称为

散体的有效屈服曲线. 实验发现, 有效屈服曲线近似为一直线, 而且通过原点, 该直线与 σ 轴之间夹角 δ 称为有效内摩擦角. 有效屈服曲线可以用来确定散体流动期间的应力场, 以及极限平衡状态的应力场.

(4) 侧压系数

装在容器里的散料对容器壁所产生的压力相对来说比液体静压力小, 散料受压时, 如无侧向膨胀, 则散料垂直地作用于容器壁上的压力与施于散料上的垂直方向压力成正比. 即

$$p_k = \xi p_z, \quad (1-8)$$

式中 p_z 为作用在散料上的垂直方向压力, 单位是 N/m^2 ; p_k 为垂直地作用在容器壁上的散料压力, 单位是 N/m^2 ; ξ 为侧压系数. 侧压系数 ξ 也是表示散料流动性参数之一, 通常侧压系数由下式计算:

$$\xi = \frac{1 - \sin \delta}{1 + \sin \delta}. \quad (1-9)$$

式(1-9)实际上是当散料处于极限应力状态时, 最小与最大主应力之比. 随后于散料应力理论中将给出更准确的表达式. 然而对于处在非极限应力状态的散料, 无论哪个表达式都没有严格的理论依据.

1.3 应力和应变

1.3.1 弹性平衡

弹性平衡研究处于正常稳定状态下的散料.

通常在外力作用下的散体单元受二方向或三方向的拉伸或压缩, 处在复杂的应力状态下. 应力理论规定, 没有切应力的面叫做主平面. 作用在这种面上的垂直应力叫做主应力. 弹性力学证明, 在任何应力体的每一点上都可以作三个互相垂直的面, 经过这三个面传递三个主应力, 这三个主应力中有两个具有极值, 一个是最大正(垂直)应力 σ_1 , 另一个是最小正(垂直)应力 σ_3 , 第三个是中间值正应力 σ_2 . 在应力体的每一点, 都可以取出一个周面为主平面的单元立方体, 该立方体的材料受三个互相垂直的、经过这些面传来的主应力的拉伸或压缩(参见图 1-8).

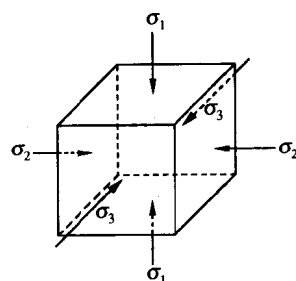


图 1-8 主平面单元立方体^[10]

当所有三个主应力都不等于零时, 叫三向应力状态. 当一个主应力等于零时, 叫二向应力状态. 当两个主应力等于零时, 叫单向应力状态.

(1) 平衡微分方程式

(1.1) 空间问题的一般情况

在 $Oxyz$ 坐标系中, 研究从散体中分割出来的平行六面单元体(图 1-9). 这种坐标系在散料体力学中是最为方便的, 因为当把坐标原点取在散料体表面上时, z 轴指向散料体的深度并与重力方向一致.

正应力用一个带脚标的字母 σ 来标志, 脚标用坐标轴字母, 表示该坐标轴垂直于正应力的作用面, 也表示这个应力平行于该坐标轴.

剪应力用带两个脚标的字母 τ 来标志, 脚标用坐标轴字母表示. 其中第一个脚标表示该轴垂直于剪应力的作用面, 第二个表示该轴平行于这个剪应力. 如 τ_{zx} 表示作用在垂直于 x 轴的平面上并平行于 z 轴方向的剪应力.

应力的符号规定为: 正应力, 受压时为正, 受拉时为负.

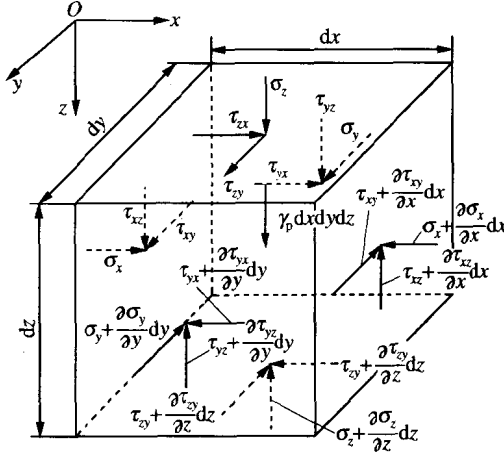


图 1-9 平行六面单元体^[10]

剪应力, 如果方向与坐标轴方向一致, 同时这个平面上的压应力方向又与相应的坐标轴方向的正向相同, 则为正. 如果压应力的方向与坐标轴的正向相反, 则指向坐标轴反向的剪应力也为正. 作用在从散料体分割出来的单元平行六面体上的应力的正方向如图 1-9 所示. 当从左面到右面, 从后面到前面, 从上面到下面过渡时, 应力得到一个增量, 它们是坐标 x, y, z 的函数. 当从平行六面体的左面向右面过渡时, 为坐标 x, y, z 的函数的正应力 σ_x 只随坐标 x 的变量 dx 而变化, 且在右面变为 $\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx$, 其中 $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}$ 为 σ_x 对 x 的偏导数, 正应力 σ_y, σ_z , 及剪应力 $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$ 的增量依次类推. 除作用在界面上的这些应力外, 在平行六面体单元分离体的重心上还作用着体积重力, 等于 $\gamma_p dx dy dz$, 其中 γ_p 为散体的堆积重度. 对于平行六面单元分离体, 可建立六个平衡微分方程式:

$$\begin{cases} \sum x = 0, & \sum y = 0, & \sum z = 0, \\ \sum M_x = 0, & \sum M_y = 0, & \sum M_z = 0, \end{cases} \quad (1-10)$$

其中前三个为力平衡方程式, 后三个为力矩平衡方程式.

由所有力对通过平行六面体重心的坐标轴取矩而建立的后面三个力矩方程式, 在归并同类项和略去三阶无穷小后得

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad (1-11)$$

这就是材料力学中的剪应力成偶或互换的性质, 使 τ 的脚标顺序可以互换.

由式(1-10)前面三个力平衡方程式, 在归并同类项和利用式(1-11)后, 得到三个平衡微分方程式

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma_p, \end{cases} \quad (1-12)$$

所得方程式(1-12)包括有六个未知数,为了求解这些函数,还必须建立三个与散料体应力有关的方程式.如果物体所有点的位移都必须坐标的连续函数,则变形连续性方程式就是这些不足的方程式.对于固体,它在弹性工作阶段,变形连续的条件是足够可靠的.但是,在散料体中,变形的连续条件在大多数情况下是不能满足的.根据弹性非线性规律,并考虑结构变形来研究处于弹性平衡状态的散料体,是一个极其复杂的问题.通常都把这一问题加以简化,即完全不考虑变形,并且应力状态采用散料体运动初始瞬间的状态,也就是说散料体的每一点都将发生剪切.散料体的这种应力状态称为极限应力状态.

(1.2) 平面问题

在散料体介质平面变形的情况下,散料介质的所有点只能在两个方向位移,也就是只在 xOz 一个平面内位移,而垂直与该平面方向的应力是不变的,所以从研究中可取消坐标 y ,取平行六面体在 y 轴方向的边长等于 1. 对于这样的单元体,可由三个平衡方程式 ($\sum x=0, \sum z=0, \sum M=0$) 得到两个平衡微分方程式:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = \gamma_p. \end{cases} \quad (1-13)$$

此外,由在 y 轴方向没有相对变形的条件可求得:

$$\sigma_y = \mu_0(\sigma_x + \sigma_z), \quad (1-14)$$

式中 μ_0 为泊松比,即材料的横向压缩(膨胀)和纵向伸长(缩短)之比.

当散料体处于无侧向膨胀状态时,可以推导出如下关系式:

$$\mu_0 = \frac{\xi}{1 + \xi}, \quad (1-15)$$

式中 ξ 为侧压系数.

(2) 斜面上的应力

为了研究散料体的极限应力状态,需讨论发生在任何连续体斜平面上的应力.

(2.1) 空间问题

对于与平行六面分离体的面相倾斜,并且具有法线 ν 的平面(图 1-10),平行于坐标轴的分应力可由下列公式表示:

$$\begin{cases} p_{vx} = \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n, \\ p_{vy} = \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n, \\ p_{vz} = \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n, \end{cases} \quad (1-16)$$

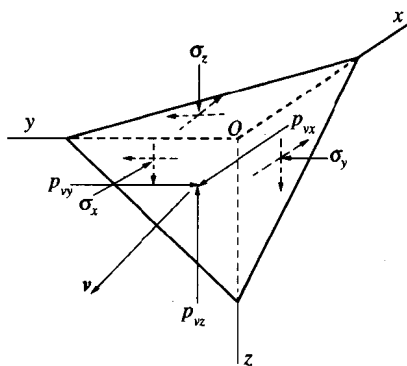


图 1-10 斜平面上的应力(空间问题)^[10]