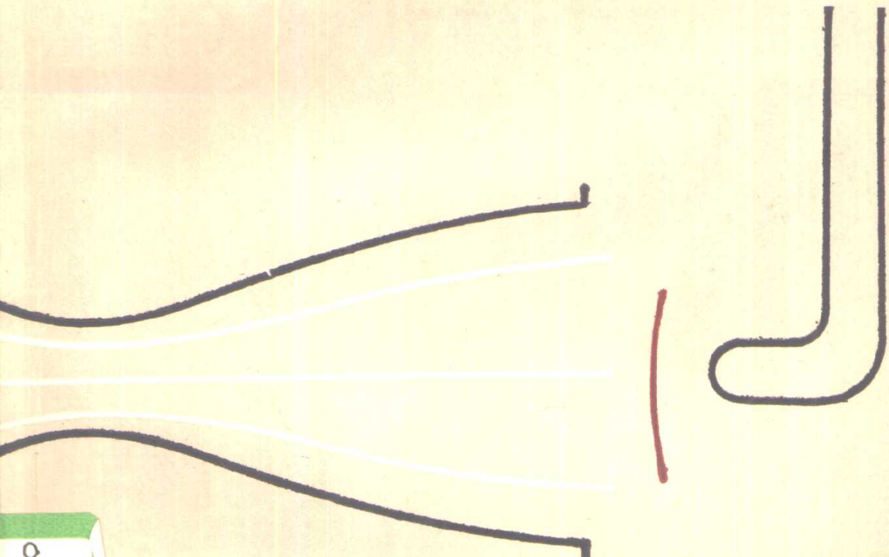
〔日〕岩本顺二郎 著

可压缩流体力学

基础●例题●习题

何卓烈 译 吴达人 校译



西安交通大学出版社

可 压 缩 流 体 力 学

基础·例题·习题

（日）岩本顺二郎著
何卓烈译　吴达人校

西安交通大学出版社

内容简介

本书介绍了可压缩流体的一元流动和二元流动，蒐集了大量工程实用的例题，提供解题方法，并选编了适量的习题及其答案。书中定理推导简明，物理概念阐述清晰，例题、习题典型实用。

本书可作为工科大学生和教师的教学参考书，尤其适合准备应考研究生者阅读，也可供工程技术人员参阅。

可压缩流体力学

基础·例题·习题

何卓烈　译

吴达人　校

责任编辑　赵孝昶

*

西安交通大学出版社出版

西安市咸宁路28号

西安交通大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店发行·各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32　印张 5.5 字数 114 千字

1985年12月第一版　1985年12月第一次印刷

印数 1—3,000

统一书号：13340.051　定价：1.30元

序　言

本书可作为工科大学学生学习流体力学，特别是学习高速气体力学的题解示范。气体以高速流动时，气体的压缩性这一基本性质就对流动情况起着支配作用。最近，随着各种机械的高速化和各种装置管路系统的高压化，这种流体压缩性的性质就变得更为重要了。

在工科的范围内，从怎样把可压缩流体力学用于实际机器中的流动这一观点出发，本书用许多实用的问题作为例子，并利用大量实际数据来说明例题的解法。

历来，在这类书中实际上使用的计算式是难以处理的，由于这种原因，往往预先把它图表化或数表化，使用这种形式的例子是很多的。本书不用这种方法，而一律采用计算的方法，其理由有二：首先是最近电子计算机普及了，易于使用能编制简单程序的计算机；另一个理由是依赖数表和图表的方法对于初学者来说，可能会妨碍其对问题本质的理解。利用数表和图表往往还会忽视对原式的建立和条件等方面的考虑。

使用本书时，希望准备好必要的纸和笔，以便对每个式子一一进行检查。另外，在解题时，首先要选定使用什么公式，采取什么步骤，并应写出从开始到最终答案的框图，重要的是要力求得到最终的解答。

本书所采取的单位制是国际上使用的SI单位制（见附录）。

编写本书时，参考了国内外的可压缩流体力学书籍，或外国大学，特别是英国各大学所用的流体力学试题。尤其要提到的是，加拿大塞斯启文大学(University of Saskatchewan)的迪克(Deckker)教授在试题方面给予了很大的帮助，表示感谢。另外，在本书出版之际，得到共立出版社濑水滕良先生的帮助，深表感谢。

1980年8月

岩本顺二郎

目　　录

第一章　可压缩流体力学基础

随着流体的压力变化而密度发生变化的性质叫做压缩性，在液体或低速流动气体的情况下，实用上不妨忽略这一性质。但是，气体在高速流动的情况下，不但不能忽略这一性质，而且，正是因为压缩性而产生了各种各样的现象。

可压缩流体的流动伴随着流体的状态变化，必然需要有热力学方面的知识。因此，本章以热力学为中心，叙述有关可压缩流体的流动入门前的预备知识。

1.1　热力学

气体的压力 p(Pa)、密度 ρ (kg/m^3) 和温度 T(K) 之间，满足以下的关系式

$$p=\rho RT \tag{1.1}$$

此式称为完全气体的状态方程。

式中 R(J/kg·K)是气体常数（参看表 1.1)。

表 1.1　各种气体的热力学常数

气　　体	温度298.15K时的比热比 κ	气体常数 R (J/kg-K)	温度 298.15K 时的比热 c_p(J/kg-K)
空气	1.400	287.06	1004.00
氩(A)	1.658	208.15	524.61
CO	1.398	296.83	1042.50
CO_2	1.288	188.92	845.73
氦(He)	1.659	2078.20	5233.50
氢(H_2)	1.405	4124.20	14315.00
甲烷(CH_4)	1.304	518.25	2223.20
氮(N_2)	1.400	296.80	1038.30
氧(O_2)	1.395	259.82	916.90

对静止的单位质量的物体从外部加入热量 dq(J/kg)，物体的内能只增加了 du(J/kg)，同时对外界膨胀作功(图 1.1)，这种关系可用热力学第一定律表示如下：

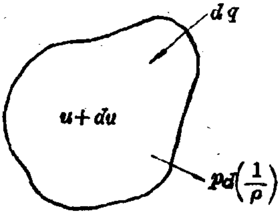


图 1.1 热力学第一定律

$$dq = du + pd\left(\frac{1}{\rho}\right) \tag{1.2}$$

把焓 h(J/kg) 定义为

$$h = u + p/\rho$$

则上式也可写成

$$dq = dh - \frac{1}{\rho}dp \tag{1.3}$$

由式 (1.2) 和 (1.3) 可得等压比热 c_p(J/kg-K) 和等容比热 c_v(J/kg-K) 为

$$c_p = \left(\frac{dq}{dT}\right)_{p=常数} = \frac{dh}{dT} \tag{1.4}$$

$$c_v = \left(\frac{dq}{dT}\right)_{\rho=常数} = \frac{du}{dT} \tag{1.5}$$

等压比热和等容比热之比为 κ，即

$$\kappa = c_p/c_v \tag{1.6}$$

κ 叫做比热比（各种气体的 κ 值，可参考表 1.1)，根据焓的定义，下式可以成立：

$$\frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{d(p/\rho)}{dT}$$

把式(1.1)、(1.4)、(1.5)代入上式，就可得到

$$c_p = c_v + R \tag{1.7}$$

由式(1.6)和(1.7)得到

$$c_p=\frac{\kappa}{\kappa-1}R \tag{1.8}$$

$$c_v=\frac{1}{\kappa-1}R \tag{1.9}$$

单位质量物体的熵 s (J/kg-K) 定义为

$$ds=\frac{dq}{T} \tag{1.10}$$

并由式(1.2)、(1.3)、(1.4)和(1.5)可得

$$ds=c_v\frac{dT}{T}-R\frac{d\rho}{\rho} \tag{1.11}$$

$$ds=c_p\frac{dT}{T}-R\frac{dp}{p} \tag{1.12}$$

由某一状态 (s_0, p_0, ρ_0, T_0) 变化为另一状态(s, p, ρ, T)时，可把式(1.8)和(1.9)代入上式，得到

$$s-s_0=R\ln\left[\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{-1}\right] \tag{1.13}$$

$$s-s_0=R\ln\left[\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-1}\right] \tag{1.14}$$

在等熵变化的情况下，因 $s=s_0$，可得

$$p/p_0=(\rho/\rho_0)^{\kappa} \tag{1.15}$$

$$T/T_0=(\rho/\rho_0)^{\kappa-1} \tag{1.16}$$

1.2 微小压力变化的传播

如图 1.2(a) 所示，研究等截面 A(m²) 的管内静止流体中微小压力变化传播的情况。把压力发生变化的部分叫做波面，其传播速度称为音速（以C表示），紧靠波面之前的流体压力为 p，密度为 ρ，通过波面后，速度为 dV，压力为 $p+dp$，密度为 $\rho+d\rho$。在此情况下，如果着眼于静止流体

中的一点，则因为通过波面后其状态发生了变化，流动是随时间而变化的，即成了非定常的流动。为了把问题简化起见，可以设想把座标系固定在波面上。因此，就像图 1.2(b) 所示那样，波面为静止的，此时的状态不随时间而变化，这样就能够把流动变换为定常的流动。

今研究图 1.2(b) 中虚线所包围的波面区域（该区域称为控制体，包括控制体的表面称为控制面），首先，可以采用质量守恒方程，作为联结波面前后状态的方程。从上游侧流入控制体的质量，必须等于下游侧流出的质量，所以有

$$\rho c A=(\rho+d\rho)(c-dV)A$$

略去右边的微量项($d\rho\cdot dV$)，经整理后可得

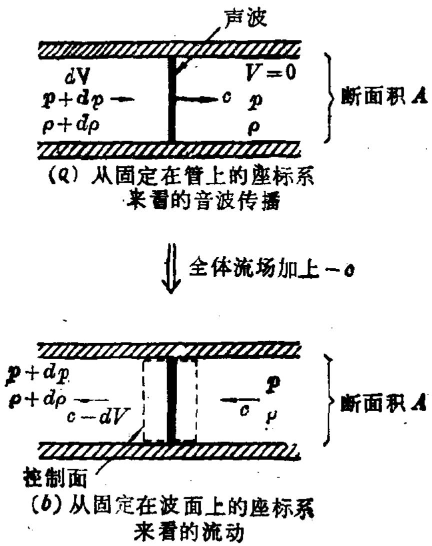


图 1.2 音波的传播

$$\frac{d\rho}{\rho}=\frac{dV}{c} \tag{1.17}$$

其次，研究波面前后流动的动量守恒。单位时间通过控制体的质量若为 $\dot{m}$(kg/s)，则可得（参看图 1.3）：

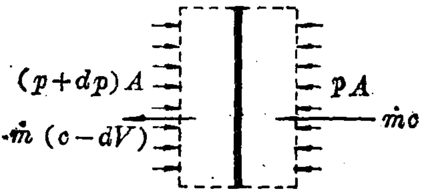


图 1.3 控制体和动量守恒定理

$$\dot{m}\{(c-dV)-c\}=A\{p-(p+dp)\}$$

把 $\dot{m}=\rho cA$ 代入上式，经过整理后可得

$$dp=\rho c\cdot dV \tag{1.18}$$

由 (1.17) 式和 (1.18) 得

$$c^2=\frac{dp}{d\rho} \tag{1.19}$$

把等熵关系式 (1.15) 和 (1.1) 代入上式，则得

$$c^2=\kappa\frac{p}{\rho}=\kappa RT \tag{1.20}$$

在不可压缩流体的情况下，对于某一压力变化并不发生密度 $d\rho$ 的变化($d\rho=0$)，因此，从式(1.19)可得 $c\to\infty$。因此，在不可压缩流体中，其中某一点处所产生的压力变化就会立即传播到整个流场。

1.3 马赫数

可压缩流体力学中所使用的最重要的无量纲量是马赫

数。若流场某点处的流速为 V(m/s)，对应于该点流动状态的音速为 c(m/s)，则马赫数M可定义为

$$M=V/c \tag{1.21}$$

如图 1.4(a) 所示，管内流动处于静止时，管内发生的微小压力变化就以音速向左右传播，在管内流体速度低于音速 ($V<c$) 的流动情况下，则该压力变化以 $c+V$ 向下游且以 $c-V$ 向上游传播(图 1.4(b))。流体速度大于音速($V>c$) 时，压力变化就不再能向上游传播，则以 $V\pm c$ 向下游方向传播。$V<c$ 即 $M<1$ 的流动称为亚音速流动；$V>c$ 即 $M>1$ 的流动则称为超音速流动。还有，M数近于 1 的流动，包括 $M=1$ 在内，跨于亚音速和超音速两个领域的流动则叫做跨音速流动。

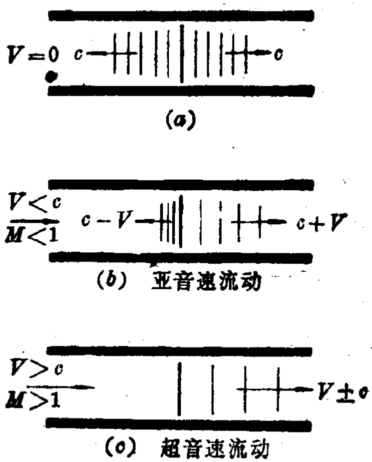


图 1.4 管内传播的声波

[例题 1] 用离心式压缩机压缩空气，使空气的压力

由 100kPa 等熵压缩至 600kPa，初始温度为 300K，试求由于离心压缩机的压缩而引起的空气温度变化和内能变化。

[**解**] 初始的压力和温度以 p_1(Pa)，T_1(K) 表示，终了压力和温度则以 p_2(Pa)，T_2(K)表示，于是由式 (1.15) 和 (1.16) 得

$$T_2/T_1=(p_2/p_1)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\therefore \quad T_2=T_1(p_2/p_1)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}=300\left(\frac{600\times10^3}{100\times10^3}\right)^{\frac{0.4}{1.4}}$$

$$=500.6(\mathrm{K})$$

所以，温度变化为

$$T_2-T_1=500.6-300.0=200.6(\mathrm{K})$$

由式 (1.5) 和 (1.6) 得

$$du=c_V dT=\kappa c_p dT①$$

所以利用表 1.1 可得内能变化为

$$u_2-u_1=\kappa c_p(T_2-T_1)①$$
$$=1.400\times1004\times200.6$$
$$=2.820\times10^5(\mathrm{J/kg})$$

[**例题 2**] 从大气状态(温度293.2K，压力 101.3 kPa) 吸入的空气由往复式压缩机压缩。压缩机活塞所用润滑油的燃点为 530K，如果压缩机的最高容许温度比该燃点低 5%，试问等熵压缩情况下能达到的容许压力为多少。

[**解**] 由压缩机入口处的温度 $T_1=293.2$(K)，压力 $p_1=101.3\times10^3$(Pa)，压缩至容许温度

①此式系误，因为 $k=c_p/c_v$，所以 $c_v=c_p/k$，正确的答案应为 1.438×10^5(J/kg)——译者

$$T_2=530\times(1-0.05)=503.5(\text{K})$$

时的压力为 p_2(Pa)。

由式 (1.15) 和 (1.16) 得

$$p_2=p_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$=101.3\times10^3\times\left(\frac{503.5}{293.2}\right)^{\frac{1.4}{0.4}}$$

$$=672.3\times10^3(\text{Pa})=672.3(\text{kPa})$$

[**例题 3**] 某一气体作等熵流动。在流动的压力变化非常小时，试证明其密度变化可以用下式表示。

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\doteq\frac{1}{\kappa}\frac{\Delta p}{p_0}$$

式中 p_0 和 ρ_0 分别为平均压力和平均密度。

[**解**] 把 $p=p_0+\Delta p$，$\rho=\rho_0+\Delta\rho$ 代入 (1.15) 式，

$$\frac{p_0+\Delta p}{p_0}=\left(\frac{\rho_0+\Delta\rho}{\rho_0}\right)^{\kappa}$$

上式右边以二项式定理展开，可得

$$1+\frac{\Delta p}{p_0}=1+\kappa\frac{\Delta\rho}{\rho_0}+\frac{\kappa(\kappa-1)}{2}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^2+\cdots\cdots$$

略去上式中二阶以上的微量项，即得

$$\frac{\Delta p}{p_0}\doteq\kappa\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$$

这就是所要得到的关系式。

[**例题 4**] 试证明在温度为 T(K) 状态的空气中，其音速可以用下式表示

$$c=20.05\sqrt{T}\quad(\text{m/s})\qquad(1.22)$$

又，在摄氏温度 t (℃)的情况下，当温度不太高时，试把音

速用 t 的一次式表示。

［**解**］ 由式(1.20)和表 1.1，可得

$$c=\sqrt{\kappa RT}=\sqrt{1.4\times 287.06\times T}=20.04\sqrt{T}$$

把 $T=273.2+t$ 代入上式，得

$$\begin{aligned} c&=20.05\sqrt{T}\\ &=20.05\sqrt{273.2\left(1+\frac{t}{273.2}\right)}\\ &=331.4\left\{1+\frac{1}{2}\frac{t}{273.2}-\frac{1}{8}\left(\frac{t}{273.2}\right)^2+\cdots\cdots\right\}\\ &\doteq 331.4+0.61\,t \text{（省略了二阶以上的微量项）}\end{aligned}$$

［**例题** 5］ 试求以下各状态的空气的音速

(1) 压力 103.4 kPa，温度 243.2K

(2) 压力 103.4kPa，密度 1.245kg/m³

［**解**］ (1)由式(1.22)有

$$c=20.05\sqrt{243.2}=312.7\ \text{m/s}$$

(2)由式(1.20)有

$$c=\sqrt{\kappa\frac{p}{\rho}}=\sqrt{1.4\times\frac{103.4\times 10^3}{1.245}}$$

$$=341.0(\text{m/s})$$

［**例题** 6］ 喷气式飞机以时速 1050 公里飞过海面时，马赫数为多少？设大气的温度为 280K。

［**解**］ 由式(1.22)，得大气的音速 c 为

$$c=20.05\sqrt{280}=335.5(\text{m/s})$$

因此，马赫数为

$$M=V/c=\frac{1050\times 10^3}{60\times 60}\times\frac{1}{335.5}=0.869$$

［**例题** 7］ 等压比热 $c_p=917.0\text{J/kg}-\text{K}$，比热比 $\kappa=$