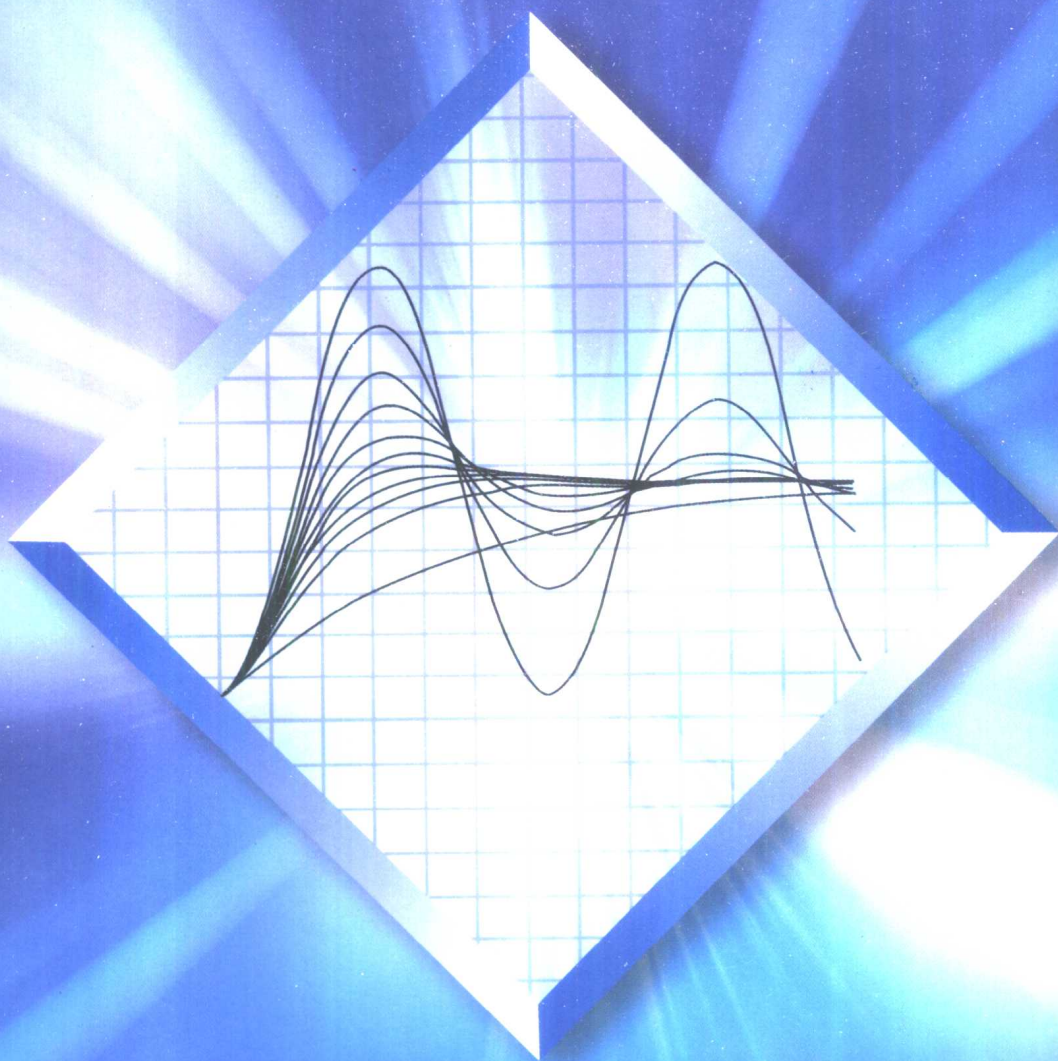


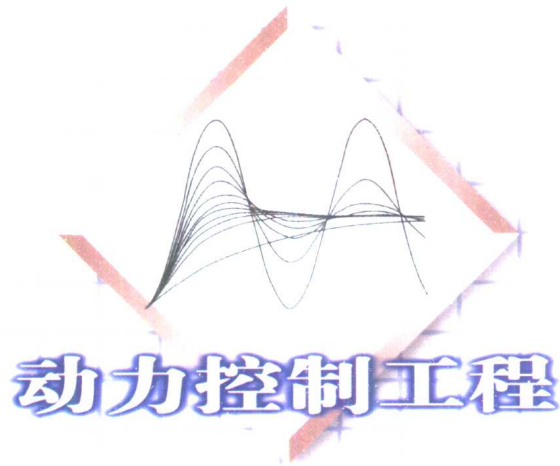
动力控制工程

连国钧



西安交通大学出版社

责任编辑：李志丹 封面设计：阎 亮



ISBN 7-5605-1392-1



9 787560 513928 >



ISBN7-5605-1392-1/TK·72

定价：16.00 元

动力控制工程

连国钧

西安交通大学出版社

内容简介

本书共分5章,主要介绍了自动控制的基本概念,自动控制系统的数学描述,自动控制系统的时域分析,频域分析和连续生产过程自动控制。本书以介绍经典控制理论为主,适当引入现代控制理论的基本概念,对于过程控制中先进的技术也做了扼要介绍。

本书重点强调基本概念,基本方法,由浅入深,内容精炼,作为教材,既可以反映学科的系统性,又有助于培养学生获取知识的能力和创新意识。本书也可供能源与动力工程、化学工程等方面工作的技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

动力控制工程/连国钧编著. —西安:西安交通大学出版社,2001.6
ISBN 7-5605-1392-1

I. 动… II. 连… III. 动力工程-自动控制
IV. TK32

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 16370 号

*

西安交通大学出版社出版发行
(西安市兴庆南路 25 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668315)

西安工业学院印刷厂印装

各地新华书店经销

*

开本:787 mm×1 092 mm 1/16 印张:11.75 字数:284 千字

2001 年 6 月第 1 版 2002 年 2 月第 2 次印刷

印数:2 001~4 000 定价:16.00 元

发行科电话:(029)2668357,2667874

前 言

人类的文明离不开能源。能源与动力工程领域的各学科有着悠久的发展史,它既是一门古老的学科,又是充满生命力的学科。自动控制技术在能源与动力工程领域的应用非常广泛,对于能源与动力工程领域科技人员和学生来说,掌握自动控制的基本知识就显得十分重要。

本书是为热能与动力工程等专业开设控制工程课所写的教材,目的是想用较少的学时,使学生对控制理论的基本概念,基本方法有所了解,为更深入地学习打下良好的基础。本书以介绍经典控制理论为主,重点是时域分析和频域分析。对现代控制理论的基础知识也做了适当介绍。结合专业特点,对过程控制做了较全面的阐述。书中也扼要地介绍了一些控制工程方面的新技术和新知识,在每一章后除习题外还附有思考讨论题,目的是想调动学生的学习主动性,引导学生阅读参考书,深入思考,提高学生获取知识的能力和灵活应用知识的能力。掌握知识、开阔思路、提高创新意识,我们希望通过本课程的学习,使学生在这些方面都有所收获。

参加本书编写的有连国钧、刘齐寿、赵福宇。刘齐寿编写第5章中的第6节,第7节并选编各章习题。赵福宇编写第1章。其余内容由连国钧编写并统稿。本书在编写过程中得到了有关人员的支持和众多同事的帮助,在此深表谢意。

尤昌德教授为本书审稿,并提出了许多宝贵的意见,使我们受益匪浅,在此表示真诚的感谢。

由于编者知识水平和能力所限,书中错误在所难免,恳请读者指正。

编者

2001年3月

EAAAS404

目 录

第 1 章 自动控制的基本概念	(1)
1.1 自动控制	(1)
1.2 反馈控制的基本原理	(2)
1.3 控制系统的分类	(3)
1.4 控制系统举例	(5)
思考讨论题.....	(7)
第 2 章 控制系统的数学描述	(8)
2.1 控制系统的数学模型	(8)
2.2 传递函数.....	(12)
2.3 控制系统的典型环节.....	(16)
2.4 控制系统的结构图.....	(21)
2.5 控制系统的状态空间表达式.....	(32)
2.6 传递矩阵.....	(41)
习题	(45)
思考讨论题	(49)
第 3 章 控制系统的时域分析	(50)
3.1 控制系统的分析.....	(50)
3.2 一阶系统的瞬态响应.....	(52)
3.3 二阶系统的瞬态响应.....	(56)
3.4 高阶系统的瞬态响应.....	(65)
3.5 控制系统的稳态误差.....	(67)
3.6 状态方程的解.....	(73)
3.7 控制系统的数值分析.....	(77)
3.8 控制系统的稳定性.....	(80)
3.9 根轨迹法简介.....	(88)
习题	(96)
思考讨论题.....	(100)
第 4 章 控制系统的频域分析	(102)
4.1 频率特性	(102)
4.2 频率特性的图示方法	(105)
4.3 典型环节的频率特性	(106)
4.4 开环频率特性	(113)
4.5 稳定性分析	(116)
4.6 频率特性与系统的动态性能	(122)
4.7 控制器的设计	(123)

习题	(130)
思考讨论题	(134)
第5章 过程控制	(135)
5.1 过程控制	(135)
5.2 被控对象的动态特性	(137)
5.3 过程控制的基本控制规律与控制器	(144)
5.4 执行器	(155)
5.5 控制系统设计	(161)
5.6 分散式计算机控制系统	(174)
5.7 现场总线控制系统	(177)
习题	(181)
讨论思考题	(181)
参考文献	(182)

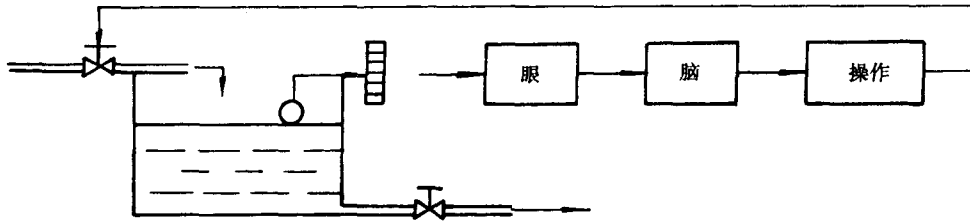


图 1.2 人工控制水箱水位的示意图

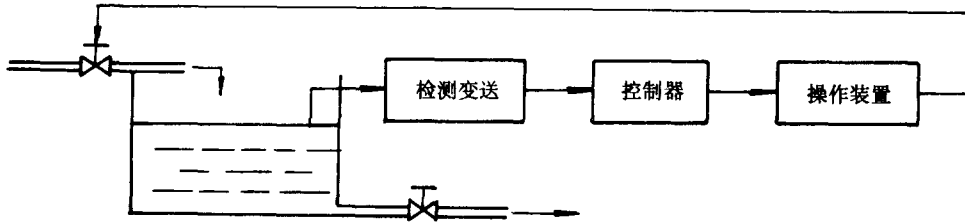


图 1.3 自动控制水箱水位的原理图

通过以上例子可以看出,所谓自动控制就是不需要人工直接操作,而是通过控制器等若干种自动控制装置,使被控制的参数按照指定的规律变化。自动控制装置延伸并扩大了人的功能。自动控制源于人工控制,但却完成了由人操纵机器到机器(自动装置)操纵机器的飞跃。自动控制的应用给人类的发展与进步带来了不可估量的影响。同时控制科学与技术与其他学科相互渗透,推动了其他理论与技术的发展,也促进了控制理论与技术自身的发展。例如,控制理论与技术与计算机科学与技术,人工智能,信息技术,系统理论的结合,促进了许多高新技术产业的形成。再如,工业生产中的单纯生产过程控制已远远不能满足社会经济发展的需要,为了提高企业高质量、高节能、高效益和高持续发展的能力,就必须把生产技术,管理和人集成到一个综合自动化系统中,逐步实现工业生产的计划,决策,设计研究,制造,市场的开发与经营的全面自动化。

近年来,控制科学与技术早已越过了传统的应用范围,广泛地扩展到了环境、医学、生物、经济管理和其他社会科学学科以及办公室、家庭等社会生活领域。因此,学习和掌握控制工程的基本知识,已不再仅仅是自动化专业学生的任务。其他各学科领域的学生也应把它作为自己必须具备的基本知识来学习,在学习过程中扩充自己的知识面,拓展自己的思路,培养自己的创新意识和综合运用各类知识的能力,全面提高自身的素质。

1.2 反馈控制的基本原理

分析上节中的水箱水位自动控制的例子,被控制的物理量是水位,加在进水阀上的控制作用是由控制器产生的,而控制器则是按实际水位和给定水位的偏差产生控制作用的;这种从被控制的变量中取得控制信息又用来控制被控制变量的控制方法,称为反馈控制。反馈控制系

统的原理如图 1.4 所示。

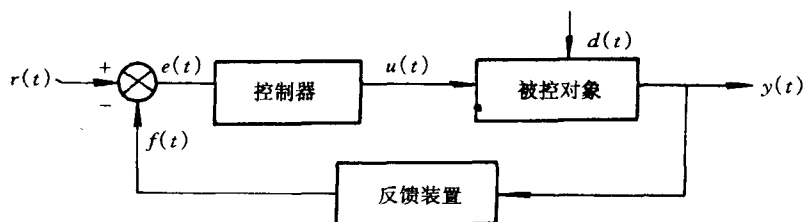


图 1.4 反馈控制系统原理图

在图 1.4 中, $y(t)$ 称为被控变量或输出变量, 它是被控对象需要被控制的量;

$r(t)$ 称为输入变量或给定值, 是输出变量的希望值。 $f(t)$ 称为反馈变量, 它是输出变量的一部分或全部, 反映了输出变量的变化;

$e(t)$ 称为偏差变量; $u(t)$ 称为控制变量, 它是根据偏差变量由控制器按一定的函数关系产生的, $u(t)$ 对输出变量 $y(t)$ 有直接的影响。

控制器、反馈装置等都是自动控制装置。在多数情况下, 反馈装置就是输出变量的测量变送装置。被控对象与自动控制装置的组合, 就构成了一个自动控制系统。图 1.4 所示的控制系统称为反馈控制系统。由于信息的传递可以构成一个闭合环路, 所以又称闭环控制系统。从输入端到输出端的信号传递路径称为前向通道, 从输出端到输入端的信号传递路径称为反馈通道。

反馈控制的原理是将输出变量 $y(t)$ 经反馈装置传送到输入端并且与给定值比较, 产生偏差变量

$$e(t) = r(t) - f(t)$$

这种反馈称为负反馈。控制器根据偏差 $e(t)$ 产生相应的控制变量 $u(t)$, 从而把控制作用加在被控对象上, 使输出变量向消除偏差的方向变化。因此, 反馈控制是按偏差进行控制的, 即输入变量 $r(t)$ 与输出变量 $y(t)$ 共同参与了控制过程。

图 1.4 中还有一个变量 $d(t)$, 称为扰动变量。凡作用在控制系统中, 可以引起输出变量 $y(t)$ 变化的除去控制变量 $u(t)$ 以外的其他因素, 都可以称为扰动。扰动变量可以分为内扰和外扰两类。由反馈控制系统内部产生的扰动, 如元件参数的变化, 称为内扰。而由反馈控制系统外部引入的扰动, 如负载变化, 能源变化等, 称为外扰。扰动对控制系统是一种不利因素。克服扰动对输出变量的影响是反馈控制系统的主要任务之一。扰动变量 $d(t)$ 对整个反馈控制系统来说也是一种输入变量。为了区别, 把给定值称为控制输入变量, 把扰动变量称为扰动输入变量。

1.3 控制系统的分类

自动控制系统可以按多种方法进行分类。以下是几种常见的分类方法。

1.3.1 线性系统与非线性系统

这是按照控制系统特性进行分类的方法。

线性控制系统是由线性元件构成的系统。线性元件是指输入和输出静特性的关系为线性的元件。也可以说,线性系统是可以由线性微分方程描述的系统。当线性微分方程的系数为常数时,称为线性定常系统。当线性微分方程的系数是时间的函数时,称为线性时变系统。线性系统的主要特点是满足叠加原理和齐次原理。叠加原理是指当系统有多个输入时,系统的输出等于每个输入单独作用下系统的输出之和。齐次原理是指当输入增大或缩小若干倍时,系统的输出也相应增大或缩小若干倍。所以,还可以这样说:凡是既满足叠加原理又满足齐次原理的系统就是线性系统。

若控制系统中至少含有一个非线性元件,系统就是非线性系统。或者说用非线性微分方程描述的系统就是非线性系统。非线性微分方程的特点是系数与方程变量有关。例如非线性方程

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + y \frac{dy}{dt} + y = r \quad (1.1)$$

可以改写为

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \left(\frac{dy}{dt} + y\right) \frac{dy}{dt} + y = r \quad (1.2)$$

式中 $\frac{dy}{dt}$ 项的系数 $\left(\frac{dy}{dt} + y\right)$ 就与方程的变量 y 有关。

实际上理想的线性系统是不存在的,但在一定条件下,如变量在工作点附近做小范围的变化,或忽略系统中的一些次要因素等,许多非线性系统可以近似为线性系统。线性系统在数学上处理较为容易,线性系统理论也相当成熟,而非线性系统目前还缺少统一的数学处理方法。本书所讨论的系统都是线性定常系统。

1.3.2 开环控制系统与闭环控制系统

这是按照控制系统结构进行分类的方法。

开环控制系统的原理如图 1.5 所示。图中,由于不存在从输出端到输入端的反馈回路,所以称为开环控制系统。

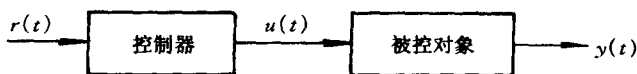


图 1.5 开环控制系统的原理图

在开环控制系统中,控制变量 $u(t)$ 只根据控制输入变量 $r(t)$ 产生,输出变量 $y(t)$ 在控制过程中对控制变量不产生影响。

开环控制系统比较简单,反应速度快。当控制系统受到各种扰动作用时,输出变量会产生一定的误差。开环控制在原理上没有修正误差的能力,这就影响了开环控制的精度。若要达到较高的控制精度,必须选用精度高,抗干扰能力强的元器件,这就增加了控制系统的投资。

开环控制的应用相当广泛。轻工、食品、机械加工、纺织等许多行业的自动生产线都是按开环控制设计的。家用洗衣机以及某些家用电器也是按开环控制设计的。

闭环控制是按偏差控制的,以检测偏差,消除偏差为特征。各种扰动对被控变量产生的影响,都可以通过偏差检测出来,控制系统都能自动纠正。所以,闭环控制系统具有较强的抗干

扰能力,因而组成系统的元件不必要求太高仍可得到较高的控制精度。但闭环控制由于反馈的存在,可能引起控制过程的振荡,使控制系统不能稳定地工作。闭环控制的应用非常广泛。我们所说的自动控制系统,一般都是指闭环控制系统。

1.3.3 恒值控制系统与随动控制系统

恒值控制系统与随动控制系统是根据控制系统的控制输入变量 $r(t)$ 进行分类的方法。

当控制系统的控制输入变量 $r(t)$ (即给定值)为常量时,称控制系统为恒值控制系统,又可称为恒值调节系统。这类控制系统的任务就是克服各种扰动对系统的影响,使输出变量与给定值保持一致。

在有些情况下,控制系统的输入变量不可能事先确定,即 $r(t)$ 是时间的随机函数。如拦截飞行器的导弹的控制,电力生产中负荷的控制等。这类控制系统的任务就是要保证输出变量以一定的精度快速跟随输入变量 $r(t)$ 的变化。这种控制系统称为随动控制系统。

实际应用中的控制系统,有时为了满足较高的控制要求,往往采用既有调节功能,又有随动功能或其他控制功能的综合控制方式。

1.3.4 单变量系统和多变量系统

单变量系统又叫单输入单输出控制系统(SISO),是只有一个输入变量和一个输出变量的控制系统。

随着生产和科学技术的发展,被控对象越来越复杂,控制要求也越来越高,因而出现了多变量控制系统,即多输入多输出控制系统(MIMO),这类控制系统中,变量之间相互耦合,控制难度较大,控制系统的结构也比较复杂。

1.3.5 连续系统和离散系统

若控制系统中各部分的信号都是连续的(即是时间的连续函数),称这类控制系统为连续系统。

在控制系统中,只要有一处信号是不连续信号,则称其为离散系统。离散系统中的信号是脉冲信号。离散系统中应用最广泛的是采样控制系统。通过采样开关,可以把连续信号变为脉冲序列信号(采样信号),这样的控制系统称为采样控制系统。如果对采样信号进一步量化为数码信号,这类控制系统则称为数字控制系统。应用计算机构成的数字控制系统已经获得了广泛的应用。

1.4 控制系统举例

本节给出一些自动控制应用的例子。通过这些例子的分析,可以进一步加深对自动控制基本概念的理解。

例1 图1.6是一个数控机床的控制原理图。在机械零件加工前,先由技术人员根据技术要求将有关工艺步骤及数据编成程序输入到计算机中。计算机按照程序向数字脉冲控制元件发出各种指令,数字脉冲控制器按照这些指令对脉冲进行分配及功率放大,驱动步进电机,

带动刀具对零件进行加工。

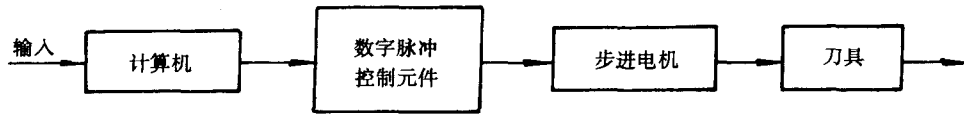


图 1.6 数控机床的控制原理

这是一个开环控制的例子。由于采用了计算机、数字脉冲技术和步进电机,控制精度较高。若自动控制系统的输入是时间的已知函数,即预先规定了系统的动作顺序及动作转换条件,控制系统根据输入的程序发出控制指令,这类控制方式称为顺序控制。顺序控制在操作过程复杂、操作频繁且有规律性的场合应用非常普遍。

例 2 传热设备的控制。图 1.7 是一个热交换器的控制原理图。工艺介质通过热交换器被蒸汽加热,要求工艺介质出口温度恒定。该方案采用了反馈控制系统。用温度测量变送器表测量工艺介质的出口温度并转换为电信号,该信号在控制器中经过与给定值比较,求出偏差,控制器对偏差进行运算,产生控制指令信号,控制信号加在流量调节阀上,通过控制加热蒸汽的流量来控制工艺介质的出口温度。采用反馈控制方案,不论任何因素的扰动对工艺介质出口温度的影响,都可以得到克服,使工艺介质出口温度与给定温度保持一致。

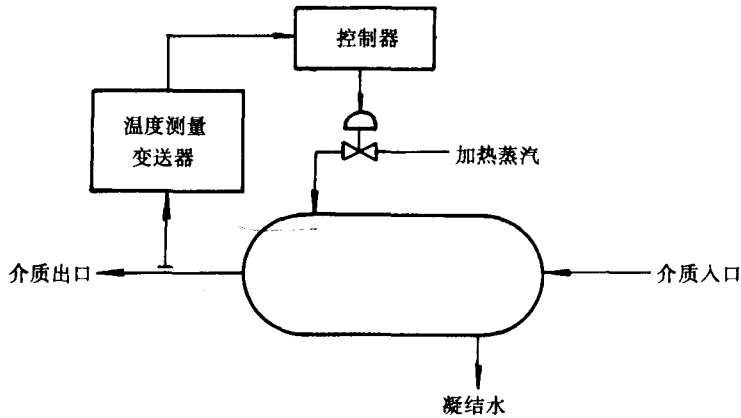


图 1.7 热交换器的控制原理图

例 3 图 1.8 是一个恒压自动供水系统的控制原理图。

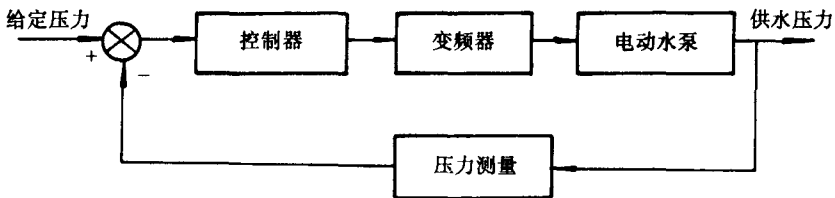


图 1.8 恒压自动供水系统的控制原理图

随着城市建设的发展和高层建筑的增多,传统的高位水箱(水塔)供水方式由于建筑成本高又存在二次污染而逐步被其他现代化供水方式取代。图 1.8 所示的系统,无论供水流量大小,供水系统都能自动维持供水管网的压力不变。压力测量变送仪表测出水泵出口压力并与设定压力比较,控制器根据偏差控制变频器的频率从而改变水泵转速,使水泵出口压力保持恒定。该系统使用了变频调速现代技术。变频器是集微电子、电力电子和控制技术于一体的高新技术产品。它通过将固定频率的电网交流电转换成电压可调、频率可调的交流电,实现对交流电机的调速。

例 4 家用电冰箱的温度控制原理如图 1.9 所示。用户在温控器上设置自己需要的冰箱温度,即提供控制系统的给定值。安装在冰箱内的感温元件测出的温度与给定温度比较,控制器根据偏差,按冰箱温控特性曲线通过继电器控制压缩机停止或工作,从而使冰箱温度得到控制。

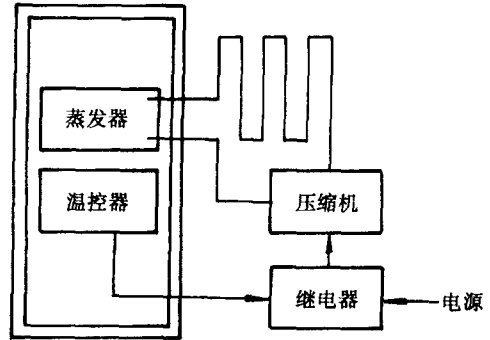


图 1.9 电冰箱的温度控制原理

思考讨论题

1.1 举出我们见到的自动控制的例子,说明其工作原理。

1.2 应用反馈控制的主要目的是什么?

1.3 1.4 节的例 3 中的恒压供水可否改为开环控制? 和闭环控制相比有什么特点?

1.4 1.4 节的例 4 中冰箱温度能否与给定值保持一致? 为什么要采用例 4 中的控制方法? 你有什么其他控制方案?

第 2 章

控制系统的数学描述

2.1 控制系统的数学模型

在自然科学、社会科学及日常生活中,人们广泛地使用各种模型来表示现实事物。模型反映了实物某一方面的属性和特征,是对现实事物的一种表示形式。例如,地球仪是地球的一种模型,军事演习是实战的一种模型,实验室的某些装置是工厂大型设备的模型等。以上这些模型是以实物来表示实物,可以称为具体模型或物理模型。如果对现实事物进行简化、抽象,用方程、公式、图表、曲线等来描述客观事物的内在规律,揭示其运动的本质,我们则称这些数学表达式、图表、曲线等是现实事物的数学模型。数学模型舍弃了现实事物的具体特点而抽象出了它们的共同变化规律。因此,这类模型称为抽象模型。

为了对控制系统进行定性和定量的分析研究,深刻地揭示控制学科的内在规律,建立控制系统的数学模型成为一项必不可少的工作。

控制系统的数学模型主要是指描述控制系统及其各组成部分特性的微分方程、状态空间表达式、差分方程、传递函数、频率特性以及基于神经网络、模糊理论而建立的模型等。

建立控制系统的数学模型有两种基本方法:一种是根据控制系统内部的运动规律,分析各种变量间的因果关系而建立起来的系统的数学模型。这种方法称为机理建模或理论分析法;另一种方法则是根据实际测试的数据或计算数据,按一定的数学方法,归纳出系统的数学模型,这种方法称为系统辨识法或试验分析法。在对控制系统的运动机理、内部规律比较了解的情况下,适合应用机理建模法。用这种方法建立的数学模型,能科学地揭示系统内部及外部的客观规律,因而代表性强,适应面广。在系统运动机理复杂很难掌握其内在规律的情况下,往往需要按系统辨识的方法得到系统的数学模型。这种模型是根据具体对象而得出的,因而适应面较窄,通用性差。

建立控制系统的数学模型,是分析研究控制系统的基础。描述各种客观事物内在规律最基本的数学工具就是微分方程。下面,我们通过一些实例,来讨论建立控制系统微分方程的一般过程。

建立控制系统微分方程的主要步骤有:

(1)明确要解决问题的目的和要求,确定系统的输入变量和输出变量。

(2)全面深入细致地分析系统的工作原理、系统内部各变量间的关系。在多数情况下,所研究的系统比较复杂,涉及到的因素很多,不可能把所有复杂的因素都考虑到。因此,必须抓住能代表系统运动规律的主要特征,舍去一些次要因素,对问题进行适当的简化,必要时还必须进行一些合理的假设。

(3)如果把整个控制系统作为一个整体,组成控制系统的各元器件及装置则可以称为子系统。从输入端开始,依照各子系统所遵循的物理定律或其他规律,写出子系统的数学表达式。

(4)消去中间变量,最后得到描述输入变量与输出变量关系的微分方程式。

(5)写出微分方程的规范形式,即所有与输出变量有关的项应在方程左边,所有与输入变量有关的项应在方程右边,所有变量均按降阶排列。

系统微分方程的一般形式是

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \cdots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x \quad (2.1)$$

式中: y 为输出变量;

x 为输入变量;

$a_n, a_{n-1}, \cdots, a_0$ 和 b_m, \cdots, b_1, b_0 为方程的系数。

本书只讨论线性定常系统,因此,这些系数均为常数。

由于控制系统的被控对象和控制元件都具有惯性,当输入量发生变化时,输出量不可能在瞬时完成对输入量的响应,而必须经历一个过渡过程即动态过程,所以我们把描述控制系统的微分方程又称为动态方程。

例1 机械运动系统的数学模型。图2.1是一个由弹簧、质量块和阻尼器构成的机械运动系统。

弹簧的劲度系数为 k (N/m)

质量块的质量为 m (kg)

阻尼器的阻尼系数为 f (N·S/m)

阻尼器是吸收系统能量的一种装置,其产生的阻力与活塞运动的速度和阻尼系数成正比。我们现在来建立质量块在外力 $F(t)$ 作用下位移变化 $x(t)$ 的方程。很显然,这个系统的输入变量为 $F(t)$,输出变量为 $x(t)$ 。为了使问题简化,我们忽略质量块重力的影响。

作用于质量块的合力 P 为

$$P = F(t) - kx(t) - f \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.2)$$

根据牛顿定律

$$P = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

消去中间变量 P ,写成规范形式

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + f \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F(t) \quad (2.3)$$

这个二阶常微分方程就是我们要建立的机械运动系统的数学模型。

例2 直流电动机的数学模型。直流电动机可以在较宽的速度范围和负载范围内得到连续和准确的控制,因此在控制工程中应用非常广泛。直流电动机产生的力矩与磁通和电枢电流成正比,通过改变电枢电流或改变激磁电流都可以对直流电机的力矩和转速进行控制。图2.2是一个电枢控制式直流电动机的原理图。在这种控制方式中,激磁电流恒定,控制电压加

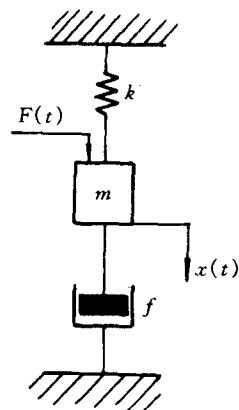


图2.1 机械运动系统

在电枢上,这是一种普遍采用的控制方式。

设 $u(t)$ 为输入的控制电压(V)

i 为电枢电流(A)

M 为电机产生的主动力矩(N·m)

M_r 为负载力矩(N·m)

ω 为电机轴的角速度(rad/s)

L 为电机的电感(H)

R 为电枢导线的电阻(Ω)

$e(t)$ 为电枢转动中产生的反电势(V)

J 为电机和负载的转动惯量($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)

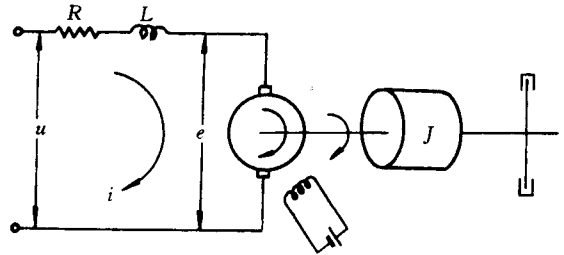


图 2.2 直流电动机

根据电路的克希霍夫定理

$$L \frac{di}{dt} + Ri + e(t) = u(t)$$

电机的主动转矩

$$M = \frac{K_m}{i(t)}$$

其中 K_m 为电机的力矩常数。

反电势

$$e(t) = K_e \omega(t)$$

式中 K_e 为电机反电势比例系数

力矩平衡方程

$$M - M_r = J \frac{d\omega(t)}{dt}$$

消去中间变量 $M(t), e(t), i(t)$ 后得到

$$\frac{LJ}{K_m} \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{JR}{K_m} \frac{d\omega}{dt} + K_e \omega = u - \left(\frac{L}{K_m} \frac{dM_r}{dt} + \frac{R}{K_m} M_r \right)$$

整理后

$$T_e T_m \frac{d^2\omega}{dt^2} + T_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = K_1 u - K_2 \left(T_e \frac{dM_r}{dt} + \frac{R}{K_m} M_r \right) \quad (2.4)$$

式中: $T_e = \frac{L}{R}$ 称为直流电动机的电气时间常数;

$T_m = \frac{JR}{K_e K_m}$ 称为直流电动机的机电时间常数;

$K_1 = \frac{1}{K_e}, K_2 = \frac{R}{K_m K_e}$ 为比例系数。

直流电动机电枢绕组的电感比较小,一般情况下可以忽略不计,式(2.4)可简化为

$$T_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = K_1 u - K_2 M_r \quad (2.5)$$

例 3 液位系统的数学模型。图 2.3 是一个液位系统。

设液箱的横截面积为 $C(\text{m}^2)$ 。在稳定状态下,流入液箱的水和流出液箱的水流量相同,均为 $Q_0(\text{m}^3/\text{s})$,此时液箱的水位为 $H_0(\text{m})$ 。当流入液箱的流入量有一增量 $q_i(\text{m}^3/\text{s})$ 时,我们

来建立水位增量 h (m) 的微分方程。液箱水位的变化为

$$c \frac{dh}{dt} = q_i - q_0$$

流出液箱的水的增量 q_0 (m^3/s) 与出口阀的阻力和液箱水位有关。一般情况下, h 和 q_0 是非线性关系。假设 q_0 较小, 可以近似认为 h 和 q_0 满足线性关系

$$q_0 = \frac{h}{R}$$

式中 R 为流出阀的液阻 (s/m^2), 是常量。

消去中间变量 q_0 后可得到

$$RC \frac{dh}{dt} + h = Rq_i \quad (2.6)$$

若要研究流入量 q_i 变化对流出量 q_0 的影响, 描述二者关系的微分方程为

$$RC \frac{dq_0}{dt} + q_0 = q_i \quad (2.7)$$

这说明, 对同一个物理系统, 当研究的目的不同时, 所得到的数学模型是不一样的。另外, 微分方程中的输入变量和输出变量是指系统中具有因果关系的变量, 必须和实际系统中具体物质的流入量与流出量区别开来。

例4 热力系统的数学模型。 图 2.4 是一个电加热热水器的示意图。我们现在来建立热水器出口水温受加热器加热量影响的微分方程。为了使问题简化, 假设没有热量向周围环境散失, 加热器容器中水的温度是均匀的, 都具有和出口温度相同的温度。设热水器出口水温相对于稳定状态下的增量为 θ_0 (K), M 为热水器中水的质量 (kg), C_p 为水的比热容 ($\text{kJ}/\text{kg}\cdot\text{K}$), q_i 为电加热器传输给水的热流量的增量 (kJ/s), G 为水的流量 (kg/s), 根据热量平衡关系

$$MC_p \frac{d\theta_0}{dt} = q_i - GC_p\theta_0$$

整理后为

$$MC_p \frac{d\theta_0}{dt} + GC_p\theta_0 = q_i \quad (2.8)$$

若要考虑水入口温度的影响, 设入口水温的变化量为 θ_i (K), 则有

$$MC_p \frac{d\theta_0}{dt} + GC_p\theta_0 = q_i + GC_p\theta_i \quad (2.9)$$

若要考虑更多的因素, 微分方程将变得更加复杂。

由此可以看出合理假设和简化在建立系统的数学模型中是很重要的。不同的简化和假设会得到不同的模型。假设的条件太多, 过分简化, 虽然数学模型简单, 数学处理容易, 但可能无法反映出事物的主要特征或达不到应有的准确性。若考虑的因素太多, 数学模型将变得很复

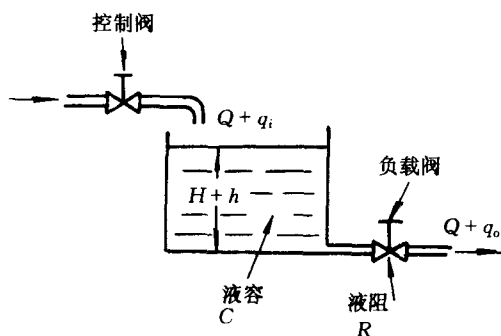


图 2.3 液位系统

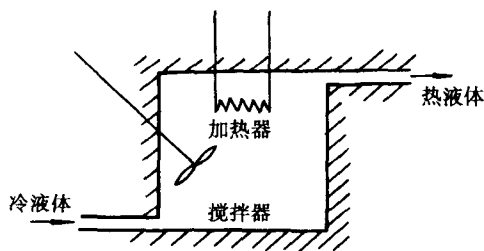


图 2.4 电热水器