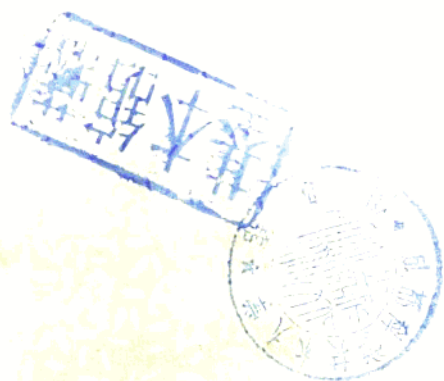


917920

《传感器原理》 习题与实验指导书

余瑞芬 主编



航空工业出版社

《传 感 器 原 理》 习 题 与 实 验 指 导 书

余 瑞 芬 主 编

航 空 工 业 出 版 社

1990

内 容 简 介

本书是根据高等工科院校教材《传感器原理》的内容与系统编写的。

全书共分十三章,有20道例题,140道习题与思考题,1份示范实验报告,以及10篇实验指导书。内容丰富,有助于学生复习巩固教学内容和掌握实验技能。

本书与教材《传感器原理》配套,供仪表与测试专业学生使用,也可供精密仪器、自动控制、计量测试等专业学生和有关工程技术人员参考。

《传感器原理》习题与实验指导书

余瑞芬 主编

航空工业出版社出版发行
(北京市和平里小关东里14号)
—邮政编码: 100013—
全国各地新华书店经售
南京航空学院印刷厂印刷

1990年5月第1版	1990年5月第1次印刷
开本: 787×1092毫米 1/16	印张: 4.25
印数: 1—2600册	字数: 102千字
ISBN 7-80046-229-3/TP·017	
定价: 1.10元	

前 言

本书是为与1987年航空工业出版社出版的《传感器原理》(修订版)一书配套而编写的。该书第一版1986年曾被原航空工业部评为优秀教材,1988年又被国家教委评为国家优秀教材。

传感器在科学研究、工业自动化、医用仪器、军事技术、生物工程及家用电器等各个领域都起着极为重要的作用。虽然近年来,有关传感器的教科书、参考书日益增多,但绝大多数书中均没有编进习题和实验指导书。

由于种类繁多的传感器在原理、结构、输出特性及误差分析等方面差异较大,造成了传感器课程的特殊性,其内容较庞杂,所涉及的学科知识既分散又密集,往往一种传感器就集中了许多知识领域的内容,这些给初学者带来一定困难。为使学困巩固课堂及书本知识,能运用教材中基本概念、基本理论解决实际问题,提高理论联系实际的能力,我们编写了这木习题、思考题与实验指导书。

在编写过程中,编者收到了来自全国各地高等院校的有关素材,特别得到了沈阳工业大学杨维明付教授、浙江大学赵阳付教授、吉林工业大学、西安交通大学、上海工业大学、合肥工业大学等兄弟院校的支持,在此谨表谢忱。

为同教材《传感器原理》相配合,本书共分为十三章,另有十一个实验。南京航空学院朱俊老师编写了实验二、三、四、六、七、八、十一共七篇实验说明书。其余均由余瑞芬编写。

东南大学黄维一教授在百忙中审阅了全书,谨致衷心的感谢。

编 者

3A003/01

目 录

第一部分 习题与思考题

第 一 章 传感器的一般特性	(1)
1.1 例题详解.....	(1)
1.2 习题与思考题.....	(11)
第 二 章 电位器式传感器	(13)
2.1 例题详解.....	(13)
2.2 习题与思考题.....	(16)
第 三 章 应变式传感器	(17)
3.1 例题详解.....	(17)
3.2 习题与思考题.....	(18)
第 四 章 电容式传感器	(22)
4.1 例题详解.....	(22)
4.2 习题与思考题.....	(24)
第 五 章 变磁阻式传感器	(26)
5.1 例题详解.....	(26)
5.2 习题与思考题.....	(27)
第 六 章 磁电式传感器	(29)
6.1 例题详解.....	(29)
6.2 习题与思考题.....	(30)
第 七 章 压电式传感器	(32)
7.1 例题详解.....	(32)
7.2 习题与思考题.....	(33)
第 八 章 谐振式传感器	(35)
8.1 思考题.....	(35)
第 九 章 压阻式传感器	(36)
9.1 例题详解.....	(36)
9.2 习题与思考题.....	(38)
第 十 章 热电式传感器	(39)
10.1 例题详解.....	(39)
10.2 习题与思考题.....	(39)
第十一章 智能传感器	(41)
11.1 思考题.....	(41)

第十二章 光纤传感器	(42)
12.1 思考题.....	(42)
第十三章 其他传感器	(43)
13.1 思考题.....	(43)

第二部分 实验指导书

实验一 压力传感器静态特性校准示范实验报告	(44)
实验二 电阻应变片传感器综合实验(I)	(46)
实验三 电阻应变片传感器综合实验(II)	(49)
实验四 电阻应变片传感器综合实验(III)	(50)
实验五 螺管形差动电感传感器	(51)
实验六 差动变压器传感器原理与性能	(53)
实验七 差动变压器传感器测量系统	(54)
实验八 电涡流式传感器综合实验	(55)
实验九 振动筒压力传感器的静态特性	(57)
实验十 电容式位移传感器的结构分析和测量线路	(59)
实验十一 霍耳传感器特性研究	(60)

第一部分 习题与思考题

第一章 传感器的一般特性

1.1 例题详解

例一 有一只压力传感器的校准数据如表 1-1 所列, 试求 (1) 端点平移线性度, (2) 最小二乘线性度, (3) 重复性, (4) 迟滞误差, (5) 总精度。

表 1-1 已知的传感器校准数据

$x_i \times 10^5$ (Pa)		0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
次 数	y_i (V)						
1	正 行 程	0.0020	0.2015	0.4005	0.6000	0.7995	1.0000
	反 行 程	0.0030	0.2020	0.4020	0.6010	0.8005	
2	正 行 程	0.0025	0.2020	0.4010	0.6000	0.7995	0.9995
	反 行 程	0.0035	0.2030	0.4020	0.6015	0.8005	
3	正 行 程	0.0035	0.2020	0.4010	0.6000	0.7995	0.9990
	反 行 程	0.0040	0.2030	0.4020	0.6010	0.8005	

解 析

1. 先求出在计算中要用到的一些基本数据

(1) 按下列公式求出各个校准点上正、反行程校准数据的算术平均值和迟滞值, 列于表 1-2。

$$\text{算术平均值} \quad \bar{y}_i = \frac{1}{2} (y_{iI} + y_{iD})$$

$$\text{迟滞值} \quad \Delta y_H = |y_{iI} - y_{iD}|$$

上二式中, $\bar{y}_{iI} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{iI}$, $\bar{y}_{iD} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{iD}$, I 代表正行程, D 代表反行程, n 为重复测量序数, 这里 $n=3$, $i=1, 2, 3$ 。

(2) 由子样方差公式可知

$$S_{iI}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{iI} - \bar{y}_i)^2$$

$$S_{iD}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{iD} - \bar{y}_i)^2$$

式中, $n=3$, j 分别为 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 ($\times 10^5$ Pa) 压力时。计算结果列于表 1-2。

(3) 由子样标准偏差公式求出 S 值, 当 $m=6$ 时,

$$S = \sqrt{\frac{1}{2m} \left(\sum_{i=1}^m S_{Li}^2 + \sum_{i=1}^m S_{Di}^2 \right)}$$

计算结果 $S=0.0004$ 。

2. 按端点连线平移线法计算各性能指标

(1) 端点连线的截距, 斜率, 方程式, 理论值和系统误差

已知 $x_1=0 \text{ Pa}$ $y_1=0.0031 \text{ mV}$

$x_m=2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ $y_m=0.9995 \text{ mV}$

因此, 截距

$$b = \frac{y_1 x_m - y_m x_1}{x_m - x_1} = 0.0031$$

斜率

$$k = \frac{y_m - y_1}{x_m - x_1} = 0.39856$$

端点连线方程

$$y = 0.0031 + 0.39856x$$

由该方程式可以计算出各校准点的理论值, 以及正、反行程的系统误差即正、反行程各点的算术平均值与理论值之差, 这些数值均列于表 1-2。

(2) 端点连线平移线的截距, 斜率, 方程, 理论值和非线性误差

先算出各标准点上相对于端点连线的最大正误差 $(\Delta y)'_{\max}$ 和最大负误差 $(\Delta y)''_{\max}$, 即

$$(\Delta y)'_{\max} = 0.0004$$

$$(\Delta y)''_{\max} = 0.0009$$

由此可求出端点连线平移线的截距与斜率,

$$b = y_1 + \frac{|(\Delta y)'_{\max}| + |(\Delta y)''_{\max}|}{2} = 0.00285$$

$$k = k_1 = 0.39856$$

于是, 得端点连线平移线的方程,

$$y = 0.00285 + 0.39856x$$

由该方程可求出各校准点的端点连线的理论值和非线性误差即正、反行程校准数据算术平均值与理论值之差, 这些数据也列于表 1-2。

(3) 各性能指标计算

a. 理论满量程输出

$$y_{F.S.} = (x_m - x_1)k = 0.9964 \text{ V}$$

b. 重复性 取置信系数 $\lambda=3$, $S=0.0004$,

$$\xi_R = \frac{\lambda S}{y_{F.S.}} \times 100\% = 0.12\%$$

c. 非线性度

$$\xi_L = \frac{(\Delta y_L)_{\max}}{y_{F.S.}} \times 100\% = 0.03\%$$

d. 迟滞误差

$$\xi_H = \frac{(\Delta y_H)_{\max}}{y_{F.S.}} \times 100\% = 0.12\%$$

e. 精度 由于最大系统误差 $(\Delta y)_{\max} = 0.0007$, 并取置信系数 $\lambda=3$, 则精度为

表 1-2 端点连线平移法和最小二乘直线法各项数据

压力 $\times 10^5 \text{ Pa}$ x	平均值 (V)		迟滞 值 Δy_H (V)	子样方差 平方根		子样标准 偏差 S_x, S_{yH}	端点连线 $y = 0.0031 + 0.39856x$		正反 行程 平均值 y_i (V)	端点连线平移线 $y = 0.00285 + 0.39856x$		最小二乘直线 $y = 0.00298 + 0.39850x$			
	正 行程	反 行程		理论值 y (V)	系统误差 正行程 $(\Delta y)'$ (V)		反行程 $(\Delta y)''$ (V)	理论值 y (V)		非线性 误差 Δy (V)	理论值 y (V)	系统误差 正行程 $(\Delta y)'$ (V)	反行程 $(\Delta y)''$ (V)	非线性 误差 Δy (V)	
0	0.0027	0.0035	0.0008	0.0008	0.0005	0.0031	-0.0004	+0.0004	0.0031	0.0028	0.0003	0.0030	-0.0003	+0.0005	+0.0001
0.5	0.2018	0.2027	0.0009	0.0003	0.0005	0.2024	-0.0006	+0.0003	0.2023	0.2021	0.0002	0.2023	-0.0005	+0.0004	+0.0000
1.0	0.4008	0.4020	0.0012	0.0003	0.0000	0.4017	-0.0009	+0.0003	0.4014	0.4014	0.0000	0.4015	-0.0007	+0.0005	-0.0001
1.5	0.6000	0.6012	0.0012	0.0000	0.0003	0.6009	-0.0009	+0.0003	0.6006	0.6007	0.0001	0.6008	-0.0008	+0.0004	-0.0002
2.0	0.7995	0.8005	0.0010	0.0000	0.0000	0.8002	-0.0007	+0.0003	0.8000	0.8000	0.0000	0.8000	-0.0005	+0.0005	0
2.5	0.9995	0.9995	0	0.0005	0.0005	0.9995	0	0	0.9995	0.9992	0.0003	0.9993	+0.0002	+0.0002	+0.0002

$$\xi = \frac{|(\Delta y)_{\max}| + \lambda S}{y_{F.S.}} \times 100\% = 0.19\%$$

3. 按最小二乘法计算各性能指标

(1) 截距, 斜率, 方程式, 理论值和系统误差

由已知数据可以求出,

$$\sum_{i=1}^{33} x_i = 37.5$$

$$\sum_{i=1}^{33} y_i = 15.0425$$

$$\sum_{i=1}^{33} x_i y_i = 25.5618$$

$$\sum_{i=1}^{33} x_i^2 = 63.75$$

于是, 截距与斜率可算出如下

$$k = 0.39853$$

$$b = 0.002986$$

因此, 最小二乘法直线方程为

$$y = 0.002986 + 0.39853x$$

依此方程计算出的理论值, 系统误差和非线性误差一并列于表 1-2。

a. 理论满量程输出

$$y_{F.S.} = |(x_m - x_1)k| = 0.9964 \text{ V}$$

b. 重复性 取置信系数 $\lambda=3$, $S=0.0004$

$$\xi_R = \frac{\lambda S}{y_{F.S.}} \times 100\% = 0.12\%$$

c. 非线性度

$$\xi_L = \frac{(\Delta y_L)_{\max}}{y_{F.S.}} \times 100\% = 0.03\%$$

d. 迟滞误差

$$\xi_H = \frac{(\Delta y_H)_{\max}}{y_{F.S.}} \times 100\% = 0.12\%$$

e. 精度

$$\xi = \frac{|\Delta y|_{\max} + \lambda S}{y_{F.S.}} \times 100\% = 0.19\%$$

现将依端点连线平移法和最小二乘法分别算出的性能数据归纳于表 1-3, 以资比较。

表 1-3 性能数据归纳

指 标	端点连线平移线法	最小二乘直线法
重 复 性 ξ_R	0.12%	0.12%
迟滞误差 ξ_H	0.12%	0.12%
非线性度 ξ_L	0.03%	0.03%
精 度 ξ	0.19%	0.19%

例二 玻璃水银温度计通过玻璃温包把热量传给水银，可用一阶微分方程来表示，现已知某玻璃水银温度计特性的微分方程为，

$$4 \frac{dy}{dt} + 2y = 2 \times 10^{-3} x$$

式中 y ——水银柱高，m；

x ——输入温度，℃。

试确定该温度计的时间常数及静态灵敏度。

解 析

一阶系统输入输出的动态特性表达式为

$$a \frac{dy}{dt} + by = cx$$

使上式中 y 的系数为 1 时，则有

$$\frac{a}{b} \frac{dy}{dt} + y = \frac{c}{b} x \quad (1)$$

再改变成标准形式，即

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = kx \quad (2)$$

式中 τ ——以秒(s)为单位的时间常数；

k ——静态灵敏度，以 y/x 的比值为单位。

比较式(1)和(2)，可得 $\tau = a/b$ 和 $k = c/b$ 。

还可用微分算子 D 的形式将式(2)改写一下，微分算子为 $D = d/dt$ ， $D^2 = d^2/dt^2$ ，等等。因此得

$$\tau Dy + y = kx$$

即 $(\tau D + 1)y = kx$

或 $\frac{y}{x} = \frac{k}{1 + \tau D} \quad (3)$

将已知水银温度计的特性方程改写成如式(2)的标准形式，得

$$2 \frac{dy}{dt} + y = 10^{-3} x$$

于是可知，时间常数 $\tau = 2$ s，静态灵敏度 $k = 10^{-3} \text{ m/}^\circ\text{C} = 1 \text{ mm/}^\circ\text{C}$ 。

用式(2)与(3)式来确定一阶系统的阶跃响应和频率响应是较为方便的。

1. 阶跃响应

一阶系统的阶跃响应曲线示于图 1-1(a)，可见它是一根指数曲线，按指数规律上升至最终值，这是一阶系统的特征。对于阶跃输入，理想的响应应该是阶跃输出，而实际输出却是指数曲线，这种差异就造成了动态误差。比较下一阶系统理想的和实际的两种阶跃响应，可以看出，阶跃响应的动态误差随时间增长而减小。图 1-1(b) 更详细地描述了阶跃响应，由图可得到一阶系统阶跃响应的的时间常数 τ 的定义：时间常数是指以初始速度等速上升至最终值所需的时间，或者说是按指数规律上升至最终值的 63.2% 所需的时间。

重要的是，要注意在时间 $t=0$ 时，响应曲线的初始斜率为 $1/\tau$ 。要使斜率大，输出与输

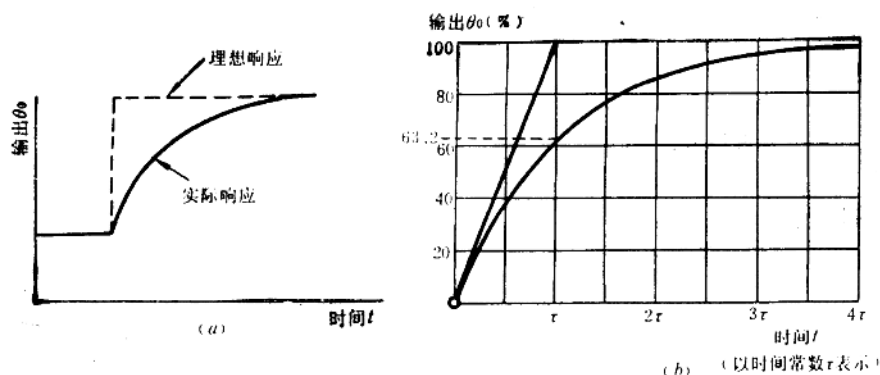


图 1-1 一阶系统的阶跃响应

入差异小, 就要求 τ 值小。所以, τ 有决定响应速度的重要作用。为减小动态误差, 应尽可能采用时间常数 τ 小的测量系统。

2. 频率响应

通常利用已知幅值的正弦波输入一阶系统, 从输出正弦波的变化情况获得系统的相频特性和幅频特性。图 1-2 表明一阶系统不能如实地响应输入, 输出滞后于输入。输出幅值与输入幅值之比称为幅值比 K , 理想情况下它应该是一个同输入频率无关的常数。图 1-3 是一阶系统标准的频率响应曲线, 说明了幅值比随频率变化的情况, 图中理想的频率响应适用于 $K=1$, 或者说这时的幅值比是实际输出幅值与理想输出幅值的比值。为了使不同的时间常数 τ 都能利用这频率响应曲线, 故横坐标一般由角频率 ω 标注改为 $\omega\tau$ 。而对某一特定的时间常数, 欲获得幅值与频率的关系, 则可将横

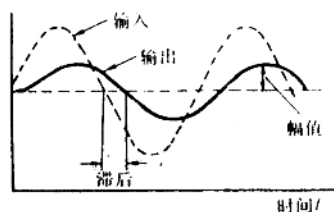


图 1-2 正弦波输入的输出响应

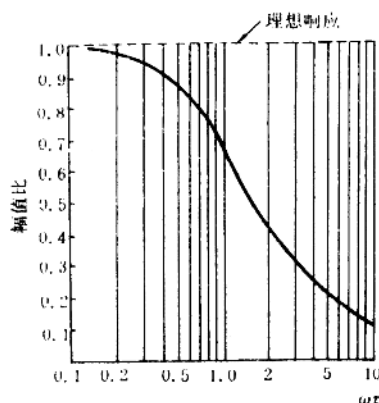


图 1-3 一阶系统的频率响应

坐标 $\omega\tau$ 的刻度乘以系数 $1/\tau$ 后再作分析。由图可见, 在 $\omega\tau=0.3$ 范围内, 幅值失真很小。如果 $\tau=0.3\text{ s}$, 这时对应的频率上限 $\omega=1\text{ rad/s}$, 可见, 时间常数 τ 越小, 失真小的工作频率范围越宽, 反之, 则此工作频率范围越窄。

由此可见, 欲使频率响应的动态误差减小, 应尽可能采用时间常数 τ 小的测量系统, 这与阶跃响应所要求的情况相同。

例三 若一阶传感器的时间常数为 0.01 s ，传感器响应的幅值百分误差在 10% 范围内，此时 $\omega\tau$ 最高值达 0.5 ，试求此时输入信号的工作频率范围。

解析

传感器响应的幅值百分误差在 10% 范围内即相当于幅值比应大于 0.7 。可用 $\omega\tau=0.5$ 来确定输入信号工作频率范围的上限。因而得出上限频率为

$$\omega = \frac{0.5}{\tau} = \frac{0.5}{0.01} \text{ rad/s} = 50 \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{50}{2\pi} \text{ Hz} = 8 \text{ Hz}$$

可知，所求工作频率范围为 $0-8 \text{ Hz}$ 。

例四 某一质量、弹簧、阻尼系统在受到阶跃输入激励下，出现的第一个超调量大约是最终值的 40% 。如果从阶跃输入开始至第一个超调量出现所需时间为 0.8 s ，试估算阻尼比 ξ 和固有角频率 ω_0 的大小。

解析

在计算前先把二阶系统的数学模型、阶跃和频率响应理论作一分析。

1. 数学模型

二阶系统的输出输入关系可用下列微分方程表达，

$$a \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + cy = dx \quad (4)$$

式中 a 、 b 、 c 、 d 都是常数。为使 $d^2 y/dt^2$ 项的系数为 1 ，可将上式变换为

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{b}{a} \frac{dy}{dt} + \frac{c}{a} y = \frac{d}{a} x$$

上式可再改写成标准形式：

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = k'x \quad (5)$$

式中 ω_0 ——无阻尼固有角频率， rad/s ；

ξ ——阻尼比；

k' ——常量，若在静态条件下，则有 $\omega_0^2 y = k'x$ ，于是静态灵敏度 $k = \frac{y}{x} = \frac{k'}{\omega_0^2}$ 。

用微分算子形式来表示，式 (5) 可变换为

$$(D^2 + 2\xi\omega_0 D + \omega_0^2)y = k'x$$

因而可得出传递因子为

$$\frac{y}{x} = \frac{k'}{D^2 + 2\xi\omega_0 D + \omega_0^2}$$

再变换一下，上式右边分子分母同除以 ω_0^2 ，可得

$$\frac{y}{x} = \frac{k}{\left(\frac{1}{\omega_0^2}\right)D^2 + \left(\frac{2\xi}{\omega_0}\right)D + 1}$$

式中 k 就是静态灵敏度。

需要指出的是，固有角频率 ω_0 是衡量二阶系统响应速度的一种尺度， ω_0 值越大，意味着系统对瞬态变化的响应越快。

阻尼比 ξ 则是系统存在阻尼的一种量度，它等于实际阻尼系数与临界阻尼系数之比， ξ 值的大小决定了阶跃响应和频率响应的形式，现说明于下。

(1) 当 $\xi < 1$ 时，系统呈欠阻尼状态，这导致阶跃响应中发生振荡，在频率响应中出现谐振（对 $\xi < 0.707$ 而言）。这里所说的“谐振”是指输出信号的幅值比理想的输出信号的幅值大得多。

(2) 当 $\xi = 1$ 时，这是临界阻尼状态，也就是在阶跃响应中无超调（超调是指在响应过程中超出最终值的最大偏离量与最终值之比，用百分数表示），也无振荡，在频率响应中没有谐振。这是从欠阻尼状态到过阻尼状态的转折点。

(3) 当 $\xi > 1$ 时，这时系统呈过阻尼状态，系统响应迟缓，在阶跃响应中仍无超调，在频率响应中也无谐振。

二阶系统最常见的实例是质量-弹簧-阻尼系统。

2. 阶跃响应

我们已经知道，二阶系统的阶跃响应并不只有一种形式，根据系统阻尼比 ξ 的大小不同，可以有无数种形式。图 1-4 示出对应于几种 ξ 值的二阶系统阶跃响应曲线，它说明了超调和振荡随着系统阻尼比的减小而增加。为了使固有频率 ω_0 高的或低的系统都能应用图上同样的响应曲线，可以将图中横坐标 $\omega_0 t$ 改为 t 标注，这时横坐标的刻度都要除以 ω_0 。若 $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ ，则横坐标原刻度不变，若 $\omega_0 = 0.5 \text{ rad/s}$ ，则横坐标原刻度 $\omega_0 t = 1$ 处要改为 $t = 2 \text{ s}$ ，以此类推。这样变换后，图上响应曲线依然可用。很明显，对应于图上同一响应曲线（即 ξ 值一定），达到同一高度时， $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ 的系统所用时间比 $\omega_0 = 0.5 \text{ rad/s}$ 的系统用的少。即 ω_0 值越高，响应速度越快。

图 1-5 所示是描述第一个超调量与阻尼比之间关系的实用曲线。可以利用该关系曲线来估算某一欠阻尼二阶系统阶跃响应的 ξ 值。

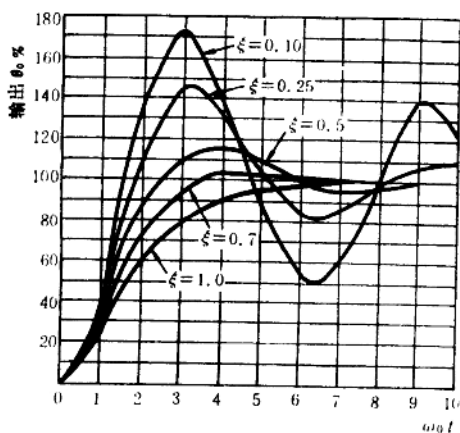


图 1-4 二阶系统的阶跃响应

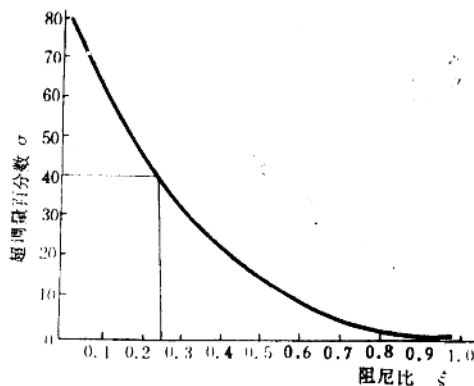


图 1-5 百分数超调量与阻尼比的关系曲线

3. 频率响应

图 1-6 所示为典型的二阶系统的频率响应曲线族, 为分析方便起见, 纵坐标“幅值比”的刻度是假设 $k=1$ 时描绘的, 横坐标则用“频率比” ω/ω_0 标注。如果要用角频率标注, 则原刻度都要乘以固有角频率 ω_0 。如在 $\omega/\omega_0=0.6$ 处。当 $\omega_0=1000 \text{ rad/s}$ 时, 对应的角频率 $\omega=600 \text{ rad/s}$, 可见, 固有角频率 ω_0 越高, 误差小的工作频率范围越宽, 反之则越窄。由图 1-6 还可以看出, 对于阻尼很小的系统, 如果输入信号的频率接近系统的固有频率, 这时会有谐振作用, 又如果输入频率增高到远远超过固有频率时, 则此时的幅值比将大大减小, 说明该系统响应不了这么高的频率。理想的频率响应应该对所有输入频率都具有同一的幅值比。就阻尼比 ξ 而言, 最接近理想状态的响应是在 $\xi=0.6\sim 0.7$ 范围。

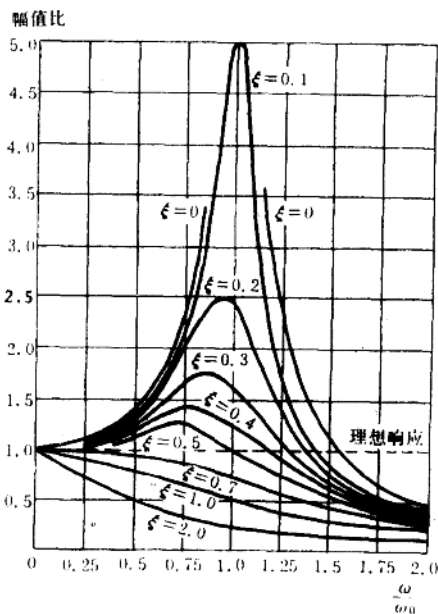


图 1-6 二阶系统的频率响应

由上述分析可知, 对于二阶系统, 无论是阶跃响应还是频率响应, 都要求系统的固有角频率 ω_0 应尽可能地高, 而阻尼比 ξ 的最佳值则要求在 $0.6\sim 0.7$ 之间, 常用 0.64 。必须指出, ξ 的“最佳值”是为获得阶跃信号和正弦信号的最佳响应而提出的。然而, 有些二阶传感器专门设计在过阻尼状态下工作, 并不要求迅速响应变化的信号, 而仅需给出平均值, 这时, ξ 的最佳值应该是最大的。

在了解了以上的数学模型, 阶跃响应和频率响应后, 就可对本例题作出解答。

从图 1-5 可以估计, 40% 超调量所对应的 ξ 值约为 0.25 , 就可利用图 1-4 来确定 ω_0 值。在 $\xi=0.25$ 曲线的第一个超调量处, 有

$$\omega_0 t = 3.2 \text{ 坐标单位}$$

因此, 固有频率
$$\omega_0 = \frac{3.2}{t} = \frac{3.2}{0.8} \text{ rad/s} = 4 \text{ rad/s}$$

由本例可见, 用图解方式提供了一种由阶跃响应的超调量百分数估算 ξ 值的迅速而简便的方法。

最好的阶跃响应应该是怎样的呢?

可以这样来分析: ξ 值较小, 响应就较快, 但超调量却增加; ξ 值较大, 则响应迟缓, 但无超调。所以, 二阶系统阶跃响应的最佳状态应该在满意的响应速度和最小的超调量之间综合权衡, 通常采用 $\xi=0.7$ 。

由上可得到结论, 二阶系统的响应速度取决于系统的固有角频率 ω_0 和阻尼比 ξ 。为减少阶跃响应的动态误差, 系统的阻尼比应在 0.7 左右, 系统的固有频率应尽可能的高。

例五 在某一二阶传感器的频率特性测试中发现, 谐振发生在频率 216 Hz 处, 并得到最大的幅值比为 1.4 , 试估算该传感器的阻尼比 ξ 和固有角频率 ω_0 的大小。

解 析

对照图 1-6, 与 $\xi=0.4$ 对应的最大幅值比为 1.4, 所以, 传感器的阻尼比为 $\xi=0.4$ 。

又由该图可见, $\xi=0.4$ 的谐振发生在 $\omega/\omega_0=0.8$ 处, 而 $\omega=2\pi f=2\pi\times 216=1357 \text{ rad/s}$, 因此, 这只传感器的固有频率为

$$\omega_0 = \frac{\omega}{0.8} = \frac{1357}{0.8} = 1696 \text{ rad/s}$$

应当指出, 对于欠阻尼情况, $\omega_0 < \omega_n$, 只有 $\xi=0$ 时, $\omega_0=\omega_n$ 。这里, ω_n 为无阻尼时系统的固有频率。

例六 设一力传感器可以简化成典型的质量-弹簧-阻尼二阶系统, 已知该传感器的固有频率 $f_0=1000 \text{ Hz}$, 若其阻尼比 $\xi=0.7$, 试问用它测量频率分别为 600、400 Hz 的正弦交变力时, 其输出与输入幅值比 $A(j\omega)$ 和相位差 $\varphi(\omega)$ 各为多少。

解 析

讨论传感器动态特性时, 常用无量纲幅值比 $A(j\omega)$, 当 $f_0=1000 \text{ Hz}$, $\xi=0.7$ 的传感器用来测量 $f=600 \text{ Hz}$ 的信号时,

$$|A(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{600}{1000}\right)^2\right]^2 + 4 \times 0.7^2 \times \left(\frac{600}{1000}\right)^2}} = 0.95$$
$$\varphi(\omega) = -\text{tg}^{-1} \frac{2 \times 0.7 \times \left(\frac{600}{1000}\right)}{1 - \left(\frac{600}{1000}\right)^2} = -52.7^\circ$$

同理, 若用来测量 $f=400 \text{ Hz}$ 的信号, 则

$$|A(j\omega)| = 0.99$$

$$\varphi(\omega) = -33.7^\circ$$

由上可见, 在 $\xi=0.7$ 的情况下, 该传感器对于 $\omega/\omega_0 \leq 0.6$ 这一频率段的信号, 其幅值比的变化量不大于 5%, 而对于 $\omega/\omega_0 \leq 4$ 时, 其幅值比变化量不大于 1%。该传感器的输出相对于输入的滞后时间为

$$\tau = \frac{\varphi(\omega)}{\omega} = \frac{-52.7^\circ}{2\pi \times 600} = -13.4 \text{ ms}$$

$$\tau = \frac{\varphi(\omega)}{\omega} = \frac{-33.7^\circ}{2\pi \times 400} = -14.0 \text{ ms}$$

两者相差很小, 说明相位差 $\varphi(\omega)$ 与被测信号圆频率 ω 近似成直线关系。如果被测信号中有多种频率成分时, 由于各个频率成分通过传感器后输出的滞后时间近似为常数, 因而不致引起失真。

需要强调指出的是, 同样是二阶测量系统, 即使其结构也都是由质量-弹簧-阻尼系统组成, 当激励位置不同, 是作用在质量块上, 还是作用在基础上, 或者激励(被测量)与响应(即输出信号)有着不同的组合方式时, 其传递函数形式可能会有很大的差别, 从而有着完全不同的频率响应特性。

1.2 习题与思考题

1-1 试述传感器的定义及组成, 传感器有哪几种分类方法? 各有什么特点?

1-2 衡量传感器静态特性的重要指标有哪些? 它们是如何定义的?

1-3 设某压力传感器的校准数据如表 1-4 中“输出值”栏所示, 试分别计算以端点连线平移线和最小二乘直线为工作特性时的非线性度、迟滞和重复性误差。

表 1-4 校准数据列表

压 力 (MPa)	输 出 值 (mV)					
	第一次循环		第二次循环		第三次循环	
	正 行 程	反 行 程	正 行 程	反 行 程	正 行 程	反 行 程
0	-2.74	-2.72	-2.71	-2.68	-2.68	-2.67
0.02	0.66	0.66	0.61	0.68	0.64	0.69
0.04	3.95	4.05	3.99	4.09	4.02	4.11
0.06	7.39	7.49	7.42	7.52	7.45	7.52
0.08	10.88	10.94	10.92	10.88	10.94	10.99
0.10	14.42	14.42	14.47	14.47	14.46	14.46

1-4 某一阶传感器的时间常数为 6 ms, 幅值比 0.7, 试求相当于 $\omega\tau=1$ 时的频率和在此频率处幅值的百分误差。

1-5 有两个测量系统, 它们的动态特性可分别用下面两个微分方程描述, 试求这两个系统的时间常数 τ 和静态灵敏度 k 。

$$a. \quad 30 \frac{dy}{dt} + 3y = 1.5 \times 10^{-5} \theta_1$$

式中 y ——输出电压, V;

θ_1 ——输入温度, $^{\circ}\text{C}$ 。

$$b. \quad 1.4 \frac{dy}{dt} + 4.2y = 9.6x$$

式中 y ——输出电压, V;

x ——输入压力, Pa。

1-6 已知一热电偶的时间常数 $\tau=10\text{ s}$, 如果用它来测量一台炉子的温度, 炉内温度在 540°C 和 500°C 之间接近正弦曲线波动, 周期为 80 s, 静态灵敏度 $k=1$, 试求该热电偶输出的最大值和最小值, 以及输入与输出信号之间的相位差和滞后时间。

1-7 一只具有单位稳态增益的一阶传感器, 其时间常数为 1 s, 试求 (1) 输入 1V 阶跃电压时, 在 1 s、2 s、3 s 和 4 s 后的输出电压值; (2) 阶跃响应的初始频率。

1-8 用一只时间常数为 0.355 s 的一阶传感器去测量周期分别为 1 s、2 s 和 3 s 的正弦信号, 问幅值误差为多少?

1-9 若用一阶传感器作 100 Hz 正弦信号的测试, 如幅值误差要求限制在 5% 以内, 则时间常数应取多少? 若在该时间常数下, 同一传感器作 50 Hz 正弦信号的测试, 这时的幅值误差和相角差有多大?