

王 芳 著

数学小百灵



上海科学技术出版社

说几句话(代序)

德国诗人歌德在诗篇《科夫塔之歌》一开头就这样写道：“去吧！听从我的规箴，利用你的少年光阴，及时锻炼你的聪明！”

说得多好啊，亲爱的少年朋友。每个少年应该有这样的志气：驾驭自己宝贵的少年时代，把自己锻炼得越来越聪明。怎样才能使自己聪明起来呢？很重要的一点是爱学习，不断丰富自己的知识，而且逐步学会自己去寻找知识，汲知识清泉之水浇灌自己快快成长。正因为如此，少年朋友应该和书结下不解之缘。当然，我所说的书是指好书，是增长见识，帮助大家开动脑筋的有益的书。在不少少年优秀读物中有《语文小百灵》、《数学小百灵》、《英文小百灵》。你们有兴趣的话，不妨认真读一读。

“小百灵”知识可富有啦，就谈语文吧，他对字啊、词啊、句啊、段啊，等等，等等，都了解得很多很多，而且说得那么生动，那么有趣，小伙伴佳佳、真真等都被他吸引住了。为什么他懂得那么多呢？他肯动脑筋，爱动脑筋，又会动脑筋，他在学习语文的过程中总结出好些有效的方法，这些方法好似一把把金钥匙，能够开启一座座有关知识的宝库。数学、英文也是如此，既介绍了丰富的知识，又充满了无限的情趣。

其实，书中不单单是“小百灵”聪明，其他小朋友也都是很

出色的。他们善于提出问题,又学着仔细分析,相互讨论,相互启发,寻找解决问题的最佳答案。这种勇于探讨、切磋琢磨的做法是值得称赞的。

亲爱的少年朋友,愿他们成为你们的亲密伙伴,也愿你们加入他们的行列,热烈参加讨论,在寻求知识的海洋里把自己锻炼得更加聪明,更加富有智慧!

于漪

一九八九年春

目 录

说几句话(代序).....	于漪
第一章 希望你喜欢我.....	1
第二章 数学的舞台.....	3
引言.....	3
1. 十位主要演员.....	4
2. 蒙面人.....	7
3. 谁是导演.....	9
4. 舞台监督.....	13
5. 变幻的布景(一).....	14
6. 变幻的布景(二).....	20
7. 变幻的布景(三).....	23
8. 举足轻重的小不点儿.....	28
第三章 数字的歌.....	32
引言.....	32
1. 成语里的数字(一).....	33
2. 成语里的数字(二).....	34
3. 有趣的古诗(一).....	36

4. 有趣的古诗(二).....	37
5. 有趣的古诗(三).....	38
6. 读诗解题(一).....	39
7. 读诗解题(二).....	41
8. 民间古题里的奥秘(一).....	42
9. 民间古题里的奥秘(二).....	45
10. 民间古题里的奥秘(三).....	47
11. 民间古题里的奥秘(四).....	48
12. 数学与游戏(一).....	52
13. 数学与游戏(二).....	56
14. 数学与游戏(三).....	60

第四章 学会解题.....66

引言.....	63
1. 解题方法(一)——还原法.....	67
2. 解题方法(二)——转化法.....	70
3. 解题方法(三)——假设法.....	76
4. 解题方法(四)——消去法.....	73
5. 解题方法(五)——归纳法.....	80
6. 解题方法(六)——平均分.....	83
7. 解题方法(七)——数量关系法.....	86
8. 解题方法(八)——列举法.....	91
9. 解题方法(九)——逻辑推理法.....	94
10. 解题方法(十)——特征分析法.....	97
11. 解题方法(十一)——“转”“换”法.....	101
12. 解题方法(十二)——“割”“补”法.....	106
13. 解题方法(十三)——近似求积法.....	112

14. 解题方法(十四) —— 比较判断法	116
-----------------------	-----

第五章 你能成为小百灵吗? 121

引言	121
1. 一题多解(一) —— “五个正方形”	122
2. 一题多解(二) —— “忘了带铅笔盒”	124
3. 一题多解(三) —— “一只馊了的熟鸡蛋”	126
4. 一题多解(四) —— “单价问题”	128
5. 一题多解(五) —— “还要走几分钟”	130
6. 一题多解(六) —— “白蝴蝶请客”	134
7. 一题多解(七) —— “发奖品”	137
8. 一题多解(八) —— “分糖果”	139
9. 一题多解(九) —— “能种多少棵树苗”	142
10. 一题多解(十) —— “两个物体运动”	144
11. 一题多解(十一) —— “爸爸笑了”	150
12. 一题多解(十二) —— “这个图有多大”	153
13. 一题多变	158

第一章 希望你喜欢我

亲爱的小朋友，你认识我吗？我的名字叫“小百灵”。

百灵，是一种聪明、伶俐、可爱的小鸟。当你漫步在森林里，聆听百鸟啁鸣的时候，你会发现百灵鸟的歌喉最富有变化，委婉动听，无比美妙；当你极目远眺，欣赏百鸟在无际的天空中飞翔的时候，你会为百灵的轻盈、灵活而赞叹不绝。人们喜爱称我为“小百灵”，正是因为：一、我还小。不仅个儿小，而且还在读小学呢；二、说我象百灵鸟一样，歌声富有变化，飞翔轻盈灵活。总之，觉得我灵、灵、灵！

果真如此么？让我们成为好朋友，由我带领你漫游数学世界吧。数学世界很大很大，许多大数学家至今还在孜孜不倦地认识、研究，虽然人们称赞我是“小百灵”，可我也只能领你在数学世界的入门处看一看，学一学，我们的这本书也就定名为《数学小百灵》了。

亲爱的小朋友，在我领你到数学世界入门处的时候，我要告诉你：数学是数字和符号的组合，因为组合的条件和范畴不同，结果也就不同，但只要掌握它的规律、遵循它的原则，数字和符号就会组成无数美妙的图案，解决无数复杂的问题。我将为你了解、掌握数学的规律提供好的方法，希望你喜欢我。

还有，不知道你想过没有，数学与其他知识都有密切的联

系,它不是一门枯燥的学科,除了算算做做,还可以玩玩,你不信吗?利用数学知识可以做很多游戏,可以让你玩得不肯放手。我想教会你一些数学游戏,希望你喜欢我。

我当“小百灵”,也不是天生的,是我勤学苦练的结果。你想当“小百灵”吗?想的,那就跟我一起练,坚持不懈,刻苦努力,经过一段时间的努力,你的脑袋也会灵巧起来,什么问题都难不倒你,你也会成为一个聪明伶俐的小百灵,我们“小百灵”队伍将越来越壮大,到那时,你还真喜欢我呢!

第二章 数学的舞台

引 言

亲爱的小朋友，你大概已经记不起来是从什么时候开始学习数学的吧！我告诉你：当你刚刚学说话时，你就开始学数学了，不是吗，妈妈跟你说：“这个苹果大，给外婆吃；那个苹果小，留着宝宝自己吃。”这里的“大”、“小”，就是数学知识啊！当你还不识字时，就认识数字了，爸爸教你说这是1，那是2，还有3、4、5、6、7，这也是数学啊！那就是说，你从很小很小的时候起，就开始学习数学了。上学后，你每天至少上一节数学课，天天与数学打交道，不仅在学校、在社会上、在生活中也无时无刻不与数学打交道，准时上学、用钱、买东西、做游戏样样都离不开数学，请你细细想想是不是这样？

数学是一门自然科学，如果把数学这门自然科学比作是一个舞台，那可是一个无限广阔的舞台。数字、符号、图形在这无限广阔的舞台上遨游，不停地变换着方式，巧妙地汇成了一组组美丽的图象，在这数学舞台上，每一个定律、法则，每一道题都象是舞台上短促的一幕，给人留下了无限的思索和启迪。

在《数学的舞台》这一章里，我要向你介绍你所认识的数

字、符号、图形在数学的舞台上扮演一个什么角色，还要请你评一评它出任这个角色能不能胜任，或者说演得好不好。这样，当你熟悉了这些角色，掌握了这些符号、图形，你就不会在这个千变万化的数学舞台上感到迷惑不解，相反，你能从中得到无穷的乐趣。

1. 十位主要演员

小百灵：在舞台上演戏，少不了演员，那么数学舞台上的演员是谁呢？下面我请它们出来作自我介绍，和你交朋友。

演员甲：我是“1”，是自然数中最小的一个，也是自然数的单位。任何一个自然数都是由若干个我组成的，从这一点就可以看出我在数学中的地位了。

人类的祖先在生产、生活中首先创造了我，以后又创造了我的其他伙伴，我为此感到荣幸。我的形象象小棒，我愿意与任意一个伙伴合在一起组成一个新的数，从不计较排列的位置，从不夸耀自己的本领，所以我的伙伴都称赞我是自然数王国中的小弟弟，但我又是数学宫殿的第一块基石，是一切数的发光点，是正数之母。我有我的个性，我是奇数，但不是质数也不是合数，这是我与其他伙伴的一个最大区别。我除以任何自然数，都只能得到这个数的倒数，我与任何自然数相乘，都只能得到原数。

你问我有多大？我好象是孙悟空的金箍棒，可大可小，大可以赛天地，小可以如毫毛。我是自然数中最小的一个，但我表示的意义并不一定是最小的，我可以表示时间：一秒钟、一分钟、一小时、一年、一世纪……；我可以表

示重量：1 毫克、1 克、1 千克、1 吨……；我可以表示长度、面积、体积，还可以表示一辆车、一堆煤、一个工厂，甚至可以表示一个城市、一个国家、一个地球……。你说我大不大？真大，大得无法估量。实际上是当我表示自然数时，我是最小的一个，但当我表示一个数量时，我就不一定是最小的一个了。请你记住了，判断我的大小要从我表示的实际意义来看，而不能从“1”字上看。

小百灵：小朋友，从“1”的自我介绍中，你看到了吗，“1”是数学舞台上的一名主要演员，而且是一名多功能的主要演员。

演员乙：我是“2”，我的样子象鸭子，两个“1”合起来就是我。我是双数，也叫偶数，但我只含有1、2两个约数，所以我是质数。我也有我的特性，把我写在一个数的右上角，这个数就是原数的平方，或者说原数乘以原数的积。例如： $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 。任何自然数除以我，就得到了原数的一半。例如： $10 \div 2 = 5$ 。能被我整除的数的特征是：个位必须是0、2、4、6、8。

小百灵：你介绍得真好，我一定常请你演戏。

演员丙：我是“3”，我的模样象耳朵，弯一弯又弯一弯。我是小三子，但作用却不少。人家都说：“无三不成儿。”也就是说“几个”一定是指“三个”以上。你看，要用到我的地方不就多了吗！我是个奇数又是个质数，能被我整除的数的特征是这个数的各个数位上数字的和是我的倍数，只要你掌握这一点，就能正确判断这个数能不能被我整除了。例如：42711这个数，只要把 $4 + 2 + 7 + 1 + 1 = 15$ ，15是3的倍数，42711定能被3整除。

演员丁：我是“4”，很高兴能向你们作自我介绍。我是偶数

又是最小的合数，我有个特性请你们记住，我与5相乘的积末尾一定有一个0，我与25相乘的积末尾一定有两个0。就是这个特性，我可以使除数是5、25或5与25的倍数的除法运算简便，我还可以使乘法中一个因素是5、25或5与25的倍数，跟我相乘运算简便。能被我整除的数也有特征，那就是这个数的末尾连续有两个0或者末两位数是我的倍数。例如：7300末尾连续两个0，7300一定是我的倍数。1348末两位数48是4的倍数，1348能被4整除。我把自己介绍给你们，希望能喜欢我。

演员戊：我是“5”，我最能被大家记住，因为在百以内，只要个位是我的数，一定是十位所表示的几十数的中间数。例如35，是30到40的中间数；95，是90到100的中间数。人们数东西时，不总是一五、一十的数吗？五正好是一半，这就足见5的地位了。我的特性是：一个数的末尾是5或0的，这个数就一定被我整除。我的朋友很多，我与谁都合得来。我有几个好伙伴，要我把他们介绍给你，他们是“6”、“7”、“8”、“9”。这几个伙伴跟我一样，是数学中不能缺少的。

小石灵：小朋友，现在你知道了吗，数学舞台上的主要演员是哪几位？“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”、“7”、“8”、“9”。

演员己：哎！请别把我忘了，我是“0”。我不是自然数，我比一切自然数小。有人说：“0就是没有”，我说这句话不完全正确，有的时候我是表示没有，但有的时候，我却表示一定的意义。例如：“今天气温 0°C ”就不能说今天没有气温， 0°C 是冰点，也表示一定的气温。“0刻度线”是每把尺上都有的，它就表示计量的起点。在一个自然数的

末尾添上一个“0”，这个自然数就扩大了10倍。这能说是没有吗？所以我的用处非常大，我能与各位演员合作，演好每一台戏，我又是一个多产演员。

但我也有自己的个性，当剧本内容与我冲突时，我只好放弃角色，免得砸了一台戏。例：我不能作除数、分母。

$\frac{1}{0} = 0$ ， $\frac{0}{0} = 0$ ，这两个算式对吗？不对！为什么呢？如果

果 $\frac{1}{0} = 1$ ，那么分子 $1 = 0 \times \text{商}$ $1 = 0$ ，不是自相矛盾了

吗？再看 $\frac{0}{0} = 0$ ，能说 $0 = 0 \times 0$ 吗？如果能的话，那 $0 =$

0×1 ，说明 $\frac{0}{0} = 1$ ； $0 = 0 \times 2$ ，说明 $\frac{0}{0} = 2$ ；……，这样

$\frac{0}{0}$ 可代表任何数，那是没意义的。所以导演请我出任舞

台上的分母或除数这个角色，也是绝对不可能的。那

$\frac{0}{1} = 0$ 呢？这就行了，因为任何数与0相乘都得0。还有，

任何数与0相加、任何数减0，它们的值不变；两个相同数相减等于0。这些唯我所有的特性使我在数学舞台上光彩夺目。请你们不要忘了我。

小百灵：差点把“0”给漏了，“0”是数学舞台上不可缺的一名主要演员，这样一来，活跃在数学舞台上的主要演员共有10名。亲爱的小朋友，你记住了吗？

2. 蒙面人

小百灵：亲爱的小朋友，你一看到蒙面人一定吓了一跳，这不是侠客吗？其实，蒙面人只是把自己的脸蒙起来，使别人

见不到他的真面目而已。数学舞台上的演员蒙面人究竟是谁呢?请它作自我介绍吧!

蒙面人:我是“ x ”,也是数学舞台上的演员-蒙面人。为什么取这个名字呢?因为我常常使人捉摸不透。我没有一个固定的面目,我可以是一个数字,也可以是一个数量;可以是一个算式,也可以是一个代数式;可以是一个符号,也可以是一个图形,我根据剧本的需要,随时更换面目,反正,未知数都可以用我代替。别人看我,总觉得我脸上蒙着一层面纱,一眼望不到结果。但当人们揭开我的面纱,见到我的真面目时,都要为我庆贺一番,这时的我,就象劫富济贫的侠客胜利归来一样神气活现,因为我正确地解答了一个问题。我这样介绍自己你们满意吗?数学舞台上只要出现我,就会被蒙上一层神奇的色彩,不信你可以接着看我的表演。

小百灵:我们都很喜欢蒙面人,他能帮助大家解决困难,他是见难而上、绝对不后退的勇士。有一次,我有个问题解决不了,只好请蒙面人登台,结果蒙面人把这台戏演活了,赢得了全场暴风雨般的掌声。我记得是这么个问题:“已知妈妈比小华大27岁,并且今年妈妈的年龄正好是小华的4倍,小华和他妈妈今年各是多少岁?”27岁与4倍这两个数量之间的关系很难搞清楚,问题一时解决不了,只好去请蒙面人,蒙面人说好解决,假设我是今年小华的岁数,……,于是它帮助解决了问题。

设:今年小华 x 岁,今年妈妈 $4x$ 岁。

$$\text{解: } 4x = x + 27, \quad x = 27 \div 3$$

$$4x - x = 27 \quad x = 9$$

$$3x = 27 \quad 4x = 4 \times 9 = 36$$

答：今年小华 9 岁，妈妈 36 岁。

他说还可以这样解决。

设：今年妈妈 x 岁，今年小华 $\frac{1}{4}x$ 岁。

$$\text{解： } x - \frac{1}{4}x = 27 \qquad x = 108 \div 3$$

$$\frac{3}{4}x = 27 \qquad x = 36$$

$$3x = 27 \times 4 \qquad \frac{1}{4}x = \frac{1}{4} \times 36 = 9$$

答：今年妈妈 36 岁，小华 9 岁。

他说还可以用这两种设句，列出别的方程来解题。你们看，在数学舞台上能少了蒙面人这个角色吗？绝对不能，少了他就少了生气。

3. 谁是导演

小百灵：数学舞台上的主要演员都已一一亮相，那么谁是导演呢？要演好一台戏，导演的指导是很主要的，导演领会不了戏的内容，物色了再出色的演员，也演不成一台有特色的戏。

导演甲：我是“加号”，代替我的符号是“+”，读作“加”。我是用在求两个数的和的加法运算中的，一般把两个数合并成一个数的运算叫加法。“加”是运算的方法，“和”是加法运算的结果。例如： $3+2=5$ ，“3”和“2”是两个加数，“+”是加号，“5”是和，读作“3 加 2 等于 5”。可以表达为：(1) 3 加 2 是多少？(2) 3 与 2 相加，和是多少？(3) 求 3 与 2 的和。(4) 一个加数是 3，另一个加数是 2，

和是多少？(5)比3多2的数是几？

我导演的戏都很精采，深受大家的欢迎，只要能完成演出任务的演员，我都会启用，有时会挤满一台。我决不冷遇某一演员，参加我导演的戏，包你称心如意。

导演乙：我是“减号”，代替我的符号是“-”，读作“减”。我是用在求两个数的差的减法运算中的，一般把已知两个加数的和与其中的一个加数，求另一个加数的运算叫减法。“减”是运算的方法，“差”是减法运算的结果，减法是加法的逆运算。例如： $5 - 3 = 2$ ，“5”是被减数，“3”是减数，“-”是减号，“2”是差，读作“5减3等于2”。可以表述为：(1)5减3是多少？(2)5与3相差多少？(3)被减数是5，减数是3，差是多少？(4)两个加数的和是5，其中一个加数是3，另一个加数是多少？(5)5比3多多少？3比5少多少？(6)比5少3的数是几？

我导演的戏面广、路子宽，很有味，但演员却越演越少，而且在上台的先后上有严格的控制，不信，你来参加一次我导演的戏，亲身体验一下。

导演丙：我是“乘号”，代替我的符号是“ $\times$ ”，读作“乘以”。我是用在求两个数的积的乘法运算中的，一般把求相同加数的和的简便运算叫乘法。“乘”是运算方法，“积”是乘法运算的结果。例如： $2 \times 3 = 6$ ，“2”是被乘数，“3”是乘数，“2”和“3”又都叫做积的因数，“ $\times$ ”是乘号，“6”是积，读作“2乘以3等于6”或“3乘2等于6”。可以表述为：(1)2乘以3是多少？(2)3乘2是多少？(3)3个2连加的和是多少？(4)被乘数是2，乘数是3，积是多少？(5)2的3倍是多少？

我导演戏的要求很严格，出场先后不得有半点含糊，

特别是对演员“1”和“0”，我是严加控制，不轻易让他们登台，我每场戏总有个美满的结尾，而且这个结果总是唯一的。

导演丁：我是“除号”，代替我的符号是“÷”，读作“除以”。我是用在求两个数的商的除法运算中的，一般把已知两个因数的积与其中的一个因数，求另一个因数的运算叫除法。“除”是运算方法，“商”是除法运算的结果，除法是乘法的逆运算。例如： $6 \div 3 = 2$ ，“6”是被除数，“3”是除数，“÷”是除号，“2”是商，读作“6除以3等于2”或“3除6等于2”。可以表述为：(1) 6除以3是多少？(2) 3除6是多少？(3) 把6平均分成3份，每份是多少？(4) 6里面有几个3？(5) 被除数是6，除数是3，商是多少？(6) 两个因数的积是6，其中一个因数是3，另一个因数是多少？(7) 6是3的几倍？(8) 从6里连续减去3，几次减完？

我的戏路很宽，但我导演的戏受某些条件的限制，我从不请演员“0”作除数，要有疏忽就砸了一台戏，除此以外我都能使观众满意。

小百灵：这四位导演向我们介绍了各自的演技和手法，还详尽地描述了他们导演的效果，以便我们排戏时能准确地根据各自的特性和剧本的要求进行选择。这四位出色的导演能携手同导一台戏，那效果将更好，各自拿出自己的绝招，那将是锦上添花，美不胜收。

导演戊：请别把我漏了，我是天才导演，只要有我在场，一台戏可以演成几台戏。你问我是谁？对不起！急于表功，忘了报自家大名，我是“括号”，代替我的符号是“（ ）”、“[]”、“{ }”。我们有三兄弟，大家称我们“小括号”、“中括号”、“大括号”。三兄弟中，导演剧目最多的数“小