

张训时 著

水力电测技术



清华大学出版社

水 力 电 测 技 术

张 训 时

清 华 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书详尽地阐述了传感器的静、动态特性，各类传感器的工作原理以及在水力量测中的应用。

全书共十五章，第一章阐述了水力电测系统的组成和特点，说明了测量仪器的静态性能。第二章分析了传感器的力学模型及其动态响应。第三章和第十三章介绍电路和记录仪了常用的测量器。其它各章分别阐述了各类传感器的工作原理、构造及其应用。在第十四章中，概述了在各种水利模型试验中的综合测试系统。最后一章简要地讨论了误差分析。

本书可作为水利院校各专业的教科书及教学参考书，并可供测试技术、自动控制专业及有关工程技术人员参考。

水 力 电 测 技 术

张训时

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

人民交通出版社印刷厂排版

保定市科技印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

☆

开本：787×1092 1/16 印张：19.75 字数：499 千字

1986年4月第一版 1986年4月第一次印刷

印数：00001~3000

统一书号：15235·142 定价：3.25元

前 言

现代水利科学技术的发展，要求利用电测技术对被测信号进行采集、变换，传输和处理，使人们对客观世界在质和量两方面有一个比较准确、全面的认识，以求得水利工程技术先进、安全可靠、经济实惠。

根据当前教学和科研的需要编写了本书。全书共十五章，着重阐述了传感器的力学模型和动态特性的基本概念，系统地叙述了各类传感器的工作原理和基本结构以及它们在水利科学技术中的应用，全书汇集了目前国内一些研究新成果，内容具有一定的广度和深度。本书是一本适用于水利院校各专业学生的教科书和教学参考书，也是一本供有关工程技术人员阅读的参考书和青年同志自学的书籍。

在本书编写过程中，得到了武汉水利电力学院唐懋官教授，长江水利水电科学研究院杨裁和工程师、黄炳仁工程师，江汉石油学院蒋君工程师，清华大学黄文熙教授、张任教授和孙厚钧副教授的热情帮助，提出了许多宝贵意见，在此谨致衷心的感谢。

由于著者水平有限，时间短促，本书尚存在着许多缺点和错误，敬请读者批评指正

编 者

一九八三年十一月

11513/07

目 录

第一章 绪论	1
§1-1 水力电测技术的任务	1
§1-2 水力电测系统的组成	2
§1-3 量测仪器的静态特性	4
第二章 传感器的动态响应	8
§2-1 传感器的力学模型	8
§2-2 传递函数	9
§2-3 相似系统	12
§2-4 瞬态响应	15
§2-5 频率响应	25
第三章 测量电路	31
§3-1 测量电桥	31
§3-2 微分电路和积分电路	41
§3-3 运算放大器	45
第四章 电阻式传感器	54
§4-1 变阻器式传感器	54
§4-2 热电阻传感器	57
第五章 电阻应变片传感器	64
§5-1 工作原理	64
§5-2 电阻应变片的构造及材料	65
§5-3 电阻应变片的灵敏系数和横向效应	72
§5-4 粘贴剂和电阻应变片的粘贴工艺	77
§5-5 影响电阻应变片量测的因素及改进措施	81
§5-6 电阻应变片的应用	87
§5-7 电阻应变仪	103
第六章 电容式传感器	118
§6-1 工作原理	118
§6-2 电容式传感器的线性和灵敏度	119
§6-3 测量电路	125
§6-4 电容式传感器的一些应用	129
第七章 电感式传感器	137
§7-1 电感式传感器的工作原理及型式	137
§7-2 差动式闭磁路电感传感器	139
§7-3 差动式开磁路电感传感器	141
§7-4 测量电路	143
§7-5 变压器式电感传感器	145
§7-6 电感式传感器设计中的几个问题	147
§7-7 电感式传感器的一些应用	150

§7-8 涡流式传感器	151
第八章 光电式传感器	156
§8-1 光电效应和光电式传感器型式	156
§8-2 光电元件	158
§8-3 光电式传感器的某些应用	165
第九章 热电偶传感器	171
§9-1 热电偶的测温原理	171
§9-2 常用热电偶材料及热电偶构造	174
§9-3 热电偶的冷端处理	176
§9-4 热电偶的校验和测温误差分析	178
第十章 感应式传感器	180
§10-1 工作原理	180
§10-2 感应式传感器设计的几个问题	182
§10-3 感应式传感器的应用	186
第十一章 压电式传感器	193
§11-1 压电效应	193
§11-2 压电材料	196
§11-3 各种压电式传感器	199
§11-4 测量电路	206
第十二章 放射性同位素在水力电测中的应用	211
§12-1 放射性同位素的基本知识	211
§12-2 γ 射线与物质的相互作用	215
§12-3 闪烁探测器	219
§12-4 放射性同位素在水力电测中的应用	225
§12-5 γ 射线的防护	238
第十三章 记录仪器	243
§13-1 光线示波器	243
§13-2 笔式记录仪	250
§13-3 磁带记录机	254
§13-4 数字打印机	259
第十四章 水利模型试验中的测试系统	262
§14-1 静态结构模型试验的测量问题	262
§14-2 水力学模型试验的自动控制和数据采集系统	268
§14-3 动态结构模型试验的测试系统	273
§14-4 水力机械试验测量系统	285
第十五章 误差分析	287
§15-1 误差与误差分类	287
§15-2 随机误差特性	288
§15-3 算术平均值与最小二乘法	292
§15-4 标准误差 σ 的计算	293
§15-5 坏值的舍弃	295
§15-6 误差的传递	296
§15-7 有效数字与计算	301
§15-8 实验数据的经验公式	302

第一章 绪 论

§1-1 水力电测技术的任务

水力电测技术的任务是通过测量手段（传感器或装置）对被测对象中的感兴趣的某些物理量（一般指非电量）进行客观的、比较准确的描述，以求人们对被测对象在质和量两方面有一个比较准确、全面的认识，从而对客观世界的运动过程能进一步控制和改造。

随着近代水利工程和科学技术的发展，要求人们更深刻地探求它们的内在规律，因而对量测技术的要求也就越来越高，用传统的一般量测仪表来测量是无法满足这种要求的。大坝、泄流闸门的振动和水流的脉动特性有关，就要求对水流脉动流速和压力进行测量。新坝型的出现，要求在结构模型中进行结构应变的多点测量和了解破坏时的应力状态。地震区水工建筑物的动态特性的观测及试验等。从而促使非电量的电测技术及某些新技术在水力量测中得到广泛应用，形成“水力电测技术”。

概括起来，水力电测技术有如下特点：

1. 可以进行连续测量和自动记录被测量随时间变化的历时过程，如水流脉动流速和压力、水工结构物的振动加速度等。并可进行多点测量和对缓慢变化的参量作巡回检测。
2. 可以进行远距离测量和遥测、遥控。
3. 测量具有一定的精度和较高的灵敏度，没有显著的惯性。
4. 测量的数值范围很广，所测的最大值和最小值之比可达 10^4 或更高。
5. 和自动控制系统相联接，可进行自动控制和自动测量。

图 1-1 示流量自动控制系统，管道中的流量经流量变换器（测流仪器），将流量按比例转换成电流信号，与给定装置输出的电流信号一起输入到 PID 调节器，在其中对此两信号差值进行比例，积分和微分调节，输出一个信号到执行机构（直行程器或角行程器），去控制调节阀的开度，使管道中的流量自动稳定在给定装置所选定的流量上。当给定装置的输出是一个随时间变化的模拟量时，则经上述控制系统的控制作用，在管道中流过的流量也是一个与模拟量相应的随时间变化的流量，如图 1-2 所示。这样可在水力学模型实验中进行不稳定流的试验。

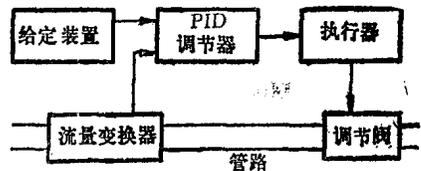


图 1-1 流量自动控制系统

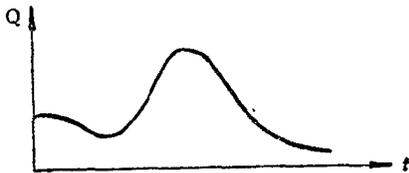


图 1-2 流量历时过程线

6. 在某些场合，还可进行无接触测量。如激光测速仪，涡流式位移计等，这样就避免了对被测对象运动状态的干扰。

正是由于上述特点，水力电测技术在水利工程和科学研究中得到了日益广泛的应用。

§1-2 水力电测系统的组成

一、水力电测系统的组成

水力电测系统由三部分组成，如图 1-3 所示。

输入装置：用于接收或敏感被测对象中感兴趣的物理量，并转换成一个与该物理量成比例的电信号输送给测量电路。输入装置通常是一个传感器。

测量电路：它是将输入装置送来的电信号根据输出装置的需要进行加工，例如衰减或放大，进行各种调制和解调、检波、数/模和模/数的转换等等。

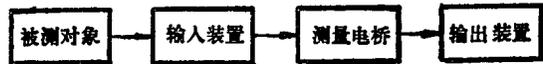


图1-3 水力电测系统的组成

输出装置：按输出装置要求的形式输出信号，它可以是电表指针或光点的偏转，数码的显示和打印等。作为输出装置有简单的指示电表，光线示波器，阴极射线示波器，磁带记录器，数字显示器和数字打印机等。

随着电子技术的发展，信号的分析 and 数据的处理在测量系统中的应用越来越广泛了，它将传感器获得的信号进行整理分析，给出了更具有规律性的成果，加深了人们对被测物理量内在运动规律的认识。例如频谱分析仪、实时分析仪、微处理机和计算机等。

下面对水力电测系统的三个部分作一简单讨论。

二、传感器

传感器（又叫变换器，换能器）是把被测物理量转换成与该信号大小成比例的电信号的一种装置，它是将一种能量转换成另一种能量（如电能）的器件，一个理想传感器是一种尽可能把信号源的功率最大限度地传递给负载的传感器。

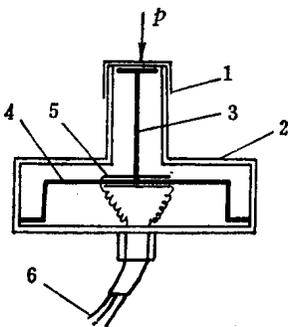


图1-4 脉动压力计

1. 止水胶膜 2. 外壳 3. 传力杆
4. 弹性梁 5. 电阻应变片 6. 导线

图 1-4 为常用的水流脉动压力计，把它安装在水槽的底部，当泄放水流时，就有水流脉动压力作用在传力杆上，使传力杆产生一个位移，导致下端简支梁发生弯曲变形，把电阻应变片粘贴在梁上，于是就产生一个正比于梁变形的电压信号送到测量电路，这个过程可表示在图 1-5 中。通过上述测量过程的分析，可以看到一个传感器是由两部分形成的：

1. **敏感元件：**将被测的非电量转换为某种易于直接转换为电量的非电量、如将水流的脉动压力转换为梁的弯曲变形，这一转换是由传力杆和简支梁来实现的（这里忽略了防水用的胶膜）。

2. **转换元件：**将敏感元件所转换的非电量再直接转换为电量，如经电阻应变片把梁的变形转换成电阻值的改变而传输给测量电路，从非电量转换为电量是由贴在简支梁上的电阻应变片来完成的。

实际上，敏感元件和转换元件是很难机械分开的。上述说明，作为一个传感器，乃至整

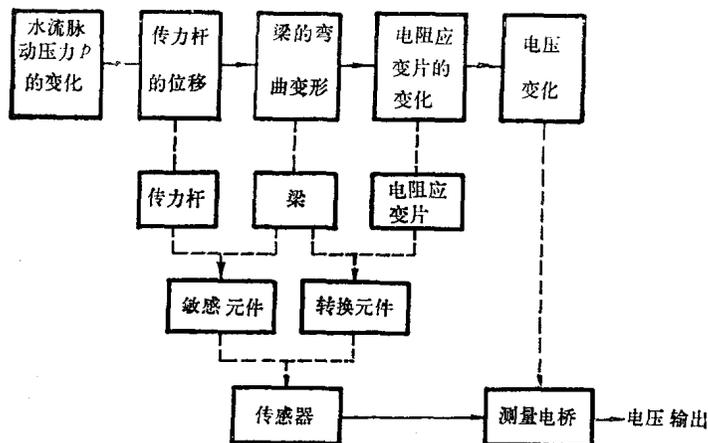


图1-5 脉动压力计的测压过程

个测量系统是由各式各样的转换元件所组成。被测量作为一种信息，在各种转换元件之间被传递、转换、变换和特征提取，最后被分类、判别，作为人们所需要的信息，而被输出、识别和记录。

结构复杂的传感器往往由许多变换环节（包括了机械、机械→电、光→电、电→电、电→机械等）所组成。作为测量电路或输出装置的信号源，在自动化仪表中，常把传感器称为一次仪表、其他部分则称为二次仪表。

传感器是测量系统中的核心，它与被测的物理量紧密相连，要求研究者对被测的物理现象有比较透彻的理解，才可能正确地设计、制作和使用它，以获得被测物理量的符合实际的信息、这是本课程要讨论的重点。而二次仪表大都可利用现成的产品，故只作一般的说明。

传感器的分类：在物质世界中，信息千千万万，而为获取这些信息的传感器也是各式各样的，因而，对传感器作科学的分类是十分必要的。一般说来，传感器有两种分类方法：

1.按输入量分类：即按被测量来分类，如温度传感器，压力传感器，流量传感器等等，不一而足，这对于使用者是比较方便的，可以根据被测对象而选用合适的传感器，但这种分类势必种类繁多，而在讨论各种传感器的工作机理时也难免重复、缺乏系统性、科学性。

2.按工作原理分类：即按传感器所依据转换的物理效应和电气输出特性来分类。这样，被测的物理量可能是性质完全不同的非电量，但完全可依据同一的物理效应而获得电气特性相同的输出量。基本上可将种类繁多的传感器按其工作原理分成若干类，这种分类法比较合理、科学。

按 2，传感器可分成两大类：

(1)参量式传感器：所测的非电量在传感器中被转换成电阻，电容或电感等电参量，这类传感器的电量测定必须备有一外加电源，故又称做被动式传感器。

(2)发电式传感器：所测非电量在传感器中被转换为一电动势、它不用外加电源即可进行测定，故又称做主动式传感器。

传感器的分类如下表：

表 1-1 传感器的分类

物理效应 (输出特性)	工 作 原 理	典 型 应 用
参数式传感器 (需外加电源)		
电阻式		
变阻式	在外力作用下移动滑动触点的位置以改变电位器的阻值。	直线位移、角位移。
电阻应变片	在外加应力作用下使应变片发生拉伸或压缩变形、从而改变其电阻值。	应变、力、加速度等
热丝风速计	在流体对流冷却作用下, 使一加热元件的电阻值发生变化。	气流和水流的速度
热阻效应	在温度作用下所引起的金属体 (具有正温度系数) 和半导体 (具有负温度系数) 的电阻阻值发生变化。	温度
光电效应	硒、硒化物、碲化物和锗等半导体物质, 在入射光的照射下, 其导电性有显著的增加。	光强, 料位和液位, 浓度。
电容式	一个平板电容器, 通过改变极板间的距离, 改变极板间的面积或改变电介质的介电常数从而改变其电容值。	位移, 压力、厚度、水位。
电感式	一个电感器, 通过改变线圈中铁芯位置或衔铁的位置、导致磁路中磁阻变化而改变电感量。或者是磁路中磁阻变化, 导致副边线圈所链磁通量变化, 使副边线圈的感应电势发生变化。	力、位移
射线的吸收和散射效应	放射性同位素放射的射线 (如 γ 射线) 经物质吸收或散射, 其强度发生变化。利用射线对晶体的闪光, 气体的电离等效应探测其强度的变化。	浓度, 颗粒级配, 水流空化测量
多普勒效应	观察以某一速度走向或离开声源时感受到的声音频率是不同的。走向声源时高, 离开声源则低。	激光风速仪、超声波测速计
发电式传感器 (不需外加电源)		
热电效应	两种不同金属相连接, 在结点处受不同温度的作用而产生电动势。	温度
感应式	在磁场中运动的线圈切割磁力线而产生电动势。	速度
压电效应	石英或压电陶瓷 (如锆钛酸铅等) 在力作用下要产生电荷。	力、加速度等
光伏打效应	在光线的照射下, 光电池产生电动势。	浓度, 料位

三、测量电路

它是用来连接传感器和电气测量仪表的。最简单的是两根导线, 用以传输电信号。在一般情况下, 为了提高测量的灵敏度和精度, 大多采用桥式电路, 放大和衰减电路, 积分和微分电路, 振荡电路, 滤波电路以及数/模和模/数转换电路等。或者是这些电路的组合, 从而实现电信号的加工处理。

四、显示与记录仪表

将被测的非电量用电参数指示或记录下来。最简单的是电表指针的偏转、用于静态或变化缓慢的参数观测。对于变化迅速的动态参量, 可用阴极射线示波器或光线示波器观测与记录参量历时变化的波形, 随着数字式仪表的发展, 则可采用数字显示, 这样读数迅速而精确。对动态参量则可以采样显示。数字式仪表的输出可与数字打印机连接, 实现数字记录。当前计算机日益广泛应用, 对参数采用磁带记录器或穿孔机记录, 则可直接输入计算机处理。

§1-3 量测仪器的静态特性

被测的物理量有的是静态或变化极缓慢的量, 有的是迅速变化的量, 因之, 量测仪器的特性也有两方面, 即静态特性和动态特性, 对量测仪器则要进行静态校准和动态校准, 当被

测量是静态时，量测仪器只要作静态校准即可。对于量测仪器的自振频率极大地大于被测量的变化频率时，也可用静态校准来代替动态校准。

量测仪器的静态特性主要有：

1. 准确度：表示仪器读数接近于真值的程度。可以用百分数：

$$\frac{\text{真值} - \text{实测值}}{\text{真值}} \times 100\%$$

表示之，它是整个量测系统所用仪表各部分误差的总和。真值则由其它更准确的仪器和计量标准来决定（注意：这个真值实际上也只能是一个真值的近似值）。这些计量标准的准确度最后要参照国家的或国际的一些物理基本量（如长度、质量、时间、温度、电流强度和光强）的标准确定之。

有些量测仪器必须在国家计量局进行准确度校准。

2. 精确度或重复性：在稳定状态下，重复输入一个恒定的被测量时，仪器输出信号所产生的变化。这要求输入信号和输出信号的数值大致在量测仪表满刻度的60%—80%范围内。

根据高斯误差分布定律：

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \quad (1-1)$$

式中 h ——精确度指数

精确度指数 h 与标准误差 σ 的关系为

$$h = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma}$$

高斯正态分布曲线如图 1-6 所示

显然， x 越大， y 值越小， x 越小， y 值越大，当 $x=0$ 时

$$y = y_0 = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \quad (1-2)$$

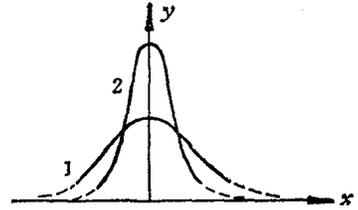


图1-6 高斯正态曲线

y_0 为正态曲线的最高点，当 h 越大，曲线中部升得越高，两旁下降越快（曲线 1）；当 h 越小，曲线变得扁平（曲线 2），故 h 值大小表示了输出信号数值在其平均值附近分布的疏密程度。诚然， h 值大，输出信号数值在平均值近旁密集，量测仪器的重复性好，精确度也高。

测量仪器的短期重复性主要受制于传输齿轮间的间隙、元件的非完全弹性、周围环境温度的微小变化等。

长期的重复性则主要决定于漂移，这指的是元件材料物理的和化学的性能缓慢变化。

3. 灵敏度：灵敏度常指一个测量系统而言，其意义为输出装置的指示器（或记录器）变动 $\Delta\alpha$ 与引起此项变动的被测量必须变动 ΔF 之比值，可以表示为：

$$S = \frac{\Delta\alpha}{\Delta F} \quad (1-3)$$

设 T 表示传感器的电参数， Q 表示推动指示器（或记录器）变动的电参数，则上式可改写为

$$\begin{aligned} S &= \frac{\Delta\alpha}{\Delta F} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta T} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta Q} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta Q} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta T} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta F} \\ &= S_D \cdot S_M \cdot S_T \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中 $S_D = \frac{\Delta \alpha}{\Delta Q}$ ——指示器（或记录器）的灵敏度

$S_M = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ ——测量电路的灵敏度

$S_T = \frac{\Delta T}{\Delta F}$ ——传感器的灵敏度

由上式可知，测量系统的灵敏度是由该系统各组成部分的灵敏度所决定的。因之，在满足测量系统总的灵敏度的要求下，要恰当地分配系统中各组成部分的灵敏度，使它们相互间取得灵敏度的最佳配合。

对于指示器，它的变化要求有一定的功率，故 $\Delta \alpha$ 与测量电路的输出功率的平方根成比例。

对于测量电路，当其中包含有电压放大器时，将极大地提高灵敏度，但应非常注意放大倍数的稳定性。

对于传感器、如前所述，它包含敏感元件和转换元件两部分。转换元件的灵敏度将在传感器的变换原理中讨论。在水力电测的传感器中、敏感元件则大都是一些简支梁，弹性膜片等，它的灵敏度则和这些元件的刚度——即产生单位位移所需加的作用力有关。刚度小则灵敏度高，表 1-2 列举了传感器中常用敏感元件的受力状况及刚度。

4. 分辨率：在输出端产生可以观察到的改变量时，所对应的输入被测量的最小变化值。它反映了在量测系统的输出端，以输出量的变化表现出所能辨别被测物理量微小变化的能力。显然，它与量测仪器的灵敏度有关、愈灵敏则分辨率愈高。

5. 线性度：表示量测系统的输出量与被测物理量之间的关系曲线偏离理想直线的程度。而理想直线可以是过所有校准点的最佳直线，也可采用零点和满刻度输入时所对应的校准点之间的连线。一般非线性度用全量程内偏离理想直线的最大偏差值与该处理想直线的数值比值的百分数表示之。

6. 零点漂移：当输入的被测量为零时，而输出量不为零，且随时间缓慢的变化着。它大多是因量测仪器受周围温度，湿度等变化所引起的，故量测仪器要采取温度补偿和防潮（对水力量测仪表是重要的）等措施。

7. 蠕变：当输入一个被测量后，测量仪器输出某一个值，但该值随时间而发生极其缓慢的变化。除去有上述的零点漂移的因素外，另一个原因是敏感元件材料发生的弹塑性或塑性变形，以及其他物理化学变化等。

8. 阈值：又称死区。起始状态时，在仪器输出量无变化的情况下输入的被测量最大改变值。它是由库仑摩擦及元件装配的间隙等引起的。

9. 滞后：在校准时，输入的被测量从小增大到某一值时的输出量比从大减小到同一值时的输出量小，如图 1-7 所示，这是因为敏感元件等存在弹性滞后固有的现象，减小它的影响要选用合适的材料和加工后适当热处理，并使敏感元件工作在完全弹性的限度内。

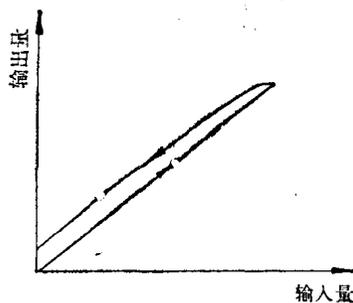
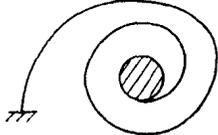
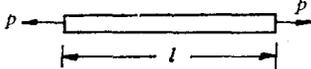
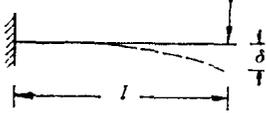
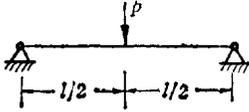
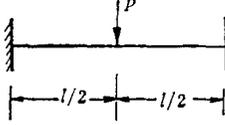
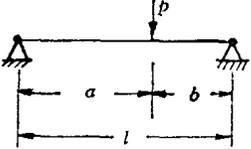
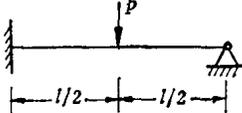


图1-7 滞后现象

表 1-2 常用敏感元件的受力状况及刚度

简 图	刚 度
	$K = \frac{EJ}{l}$ <p>E—杨氏弹性模量 J—横断面惯性距 l—总长度</p>
	$K = \frac{EA}{l}$ <p>A—截面积</p>
	$K = \frac{3EJ}{l^3}$
	$K = \frac{48EJ}{l^3}$
	$K = \frac{192EJ}{l^3}$
	$K = \frac{768EJ}{7l^3}$
	$K = \frac{3EJl}{a^2b^2}$

第二章 传感器的动态响应

在水力电测中，许多物理量都是随时间变化的，如大坝的振动位移、加速度、水流的脉动压力和流速以及地震的位移或加速度幅值等。这些物理量的量测要求量测用传感器能如实地反映被测量的动态特性，这就提出了两个问题：一是根据其他学科知识，粗略地知道了被测量的动态特性，如何来设计一个传感器；另一个是已有了一个传感器，如何正确、合理地使用它。这些都需要对传感器的动态响应有一个了解，本章的内容就是讨论传感器的力学模型及其动态响应。

§2-1 传感器的力学模型

现以电阻应变片式的脉动压力计为例来讨论，图 2-1 示脉动压力计结构简图，敏感元件为两端简支的柔性梁，当加一个适当的载荷，可以把这个梁弯曲成任何形状的曲线，设梁的水平坐标为 x ，梁的垂直变位为 y ，则描述这根曲线可用一个函数 $y=f(x)$ ，而这个函数相对应的数值是无穷的。在沿梁的每一个位置 x 上、所能给出的任何变位 y 和梁的其他 Q 质点的变位无关（在梁的强度极限内），要完全确定梁的变形必须有沿梁各点的 y 值，因此，一个完全柔性的梁系统具有无穷多的自由度。

但是，我们对一个传感器系统，总要抓住主要矛盾，将实际系统简化，以降低系统的自由度，由于在简支梁的中点安装了一个传力杆以接受外部的作用力 p ，这时，可将传力杆看成是一个位于简支梁中点的一集中质量 m ，那么，要描述质量 m 的位置只要知道该时刻梁中点的 y 值即可。这样，我们就可以得到一个自由度系统。

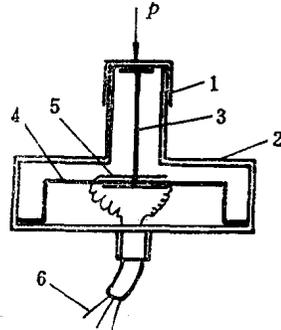


图 2-1 脉动压力计

1. 止水胶膜 2. 外壳 3. 传力杆
4. 弹性梁 5. 电阻应变片 6. 导线

一般说来，传力杆的质量可较梁的质量大得多，而变形则较梁小得多，这样，就可以将传力杆看成一个刚性质量块，而梁则纯粹起一个弹簧的作用，它具有刚度 K 而忽略其质量。当梁的质量与传力杆的质量大致差不多而不能忽略时，也可以将梁的质量归算到杆的质量上。简言之，在一个自由度的简化模型中，作为质量看待的部分，它的变形是可以忽略的。而作为弹簧看待的部分，它的质量可以略去。于是，一根不计质量的弹簧 K ，一头固定在天花板上，另一头连着不计变形的质量块 m ，这就是一个自由度系统的力学模型，通称为弹簧-质量系统。大多数的传感器都可以简化为这样的力学模型。

但在实际的系统中，当它运动时总存在着阻力，这种阻力有各种不同的来源：如两物体间的干摩擦力；有润滑剂的两个面与面之间的摩擦力；空气或液体的阻力；由于材料非完全弹性而产生的内部摩擦；以及电磁阻力等，这些统称为阻尼。

不同的阻尼具有不同的性质，两个干燥的光滑面之间的摩擦力 F 与两面之间的正压力 N 成正比，即：

$$F = fN \quad (2-1)$$

式中 f ——摩擦系数，当两接触面粗糙时，则摩擦系数 f 与两面间相对运动速度有关，速度越大， f 值越小。

在两接触面之间有滑润剂并有一层连续油膜存在时，阻力与滑润剂的粘性和速度成正比，其方向与速度方向相反，即：

$$F = cv \quad (2-2)$$

式中 c ——粘性阻尼系数，它决定于运动物体的形状，尺寸及滑润剂介质的粘性。

一个物体以低速在粘性液体内运动，阻力也与速度成正比，同属于粘性阻尼。

材料的内部摩擦引起的阻力，称为结构阻尼，它与位移成正比。

由于粘性阻尼是与速度成正比，称为线性阻尼，它使问题的求解简化，故传感器中的阻尼假定为此类型，如果阻尼的性质属于其他情况，为了分析方便，则引进“等效粘性阻尼”的概念来归算。

综上所述，考虑到阻尼的存在，传感器可简化为一弹簧，质量和阻尼器力学模型，如图 2-2 所示，粘滞阻力系数用 c 表示。

§2-2 传递函数

图 2-2 所示的弹簧-质量-阻尼器力学模型是一个集中参数的线性时不变系统，又简称线性系统。一个系统常用方框图来表示，如图 2-3，系统的输入——激励信号为 $x(t)$ ，系统的输出——响应用 $y(t)$ 表示。

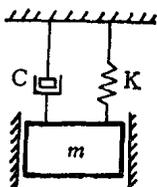


图 2-2 传感器力学模型

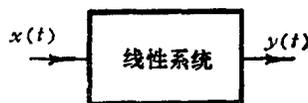


图 2-3 线性系统示意图

一、线性系统的基本特性

线性系统的基本特性有：

1. 叠加性和齐次性

叠加性是表示几个激励信号同时作用于系统时，总的输出响应等于每个激励信号单独作用时所产生的响应之和，设激励信号为 $x_1(t)$ 时，系统的输出响应为 $y_1(t)$ ，相应于 $x_2(t)$ 则有 $y_2(t)$ 。那么，当 $x_1(t) + x_2(t)$ 作用于系统输入端时，则系统的输出响应为 $y_1(t) + y_2(t)$ 。

齐次性是指当激励信号乘以一常数 k 时，则系统的输出响应也倍乘相同的常数 k ，即当系统输入 $kx(t)$ 时，则系统输出为 $ky(t)$ 。

综合叠加性和齐次性，当激励为 $k_1x_1(t) + k_2x_2(t)$ 时，则系统的响应为 $k_1y_1(t) + k_2y_2(t)$ ，如图 2-4 所示。

2. 时不变性

系统的参数不随时间而变化，则称该系统为时不变系统（又称定常系统），由于系统的

时不变性，故在相同的起始条件下，系统的响应与激励施加于系统的时间无关，此特性如图 2-5 所示，它表明当激励延迟一段时间 t_0 ，系统输出响应也同样延迟一段时间 t_0 ，而波形不变。

3. 因果性

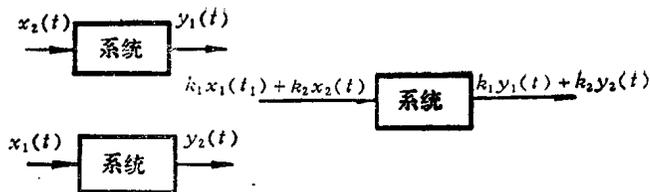


图2-4 线性系统的叠加性和齐次性

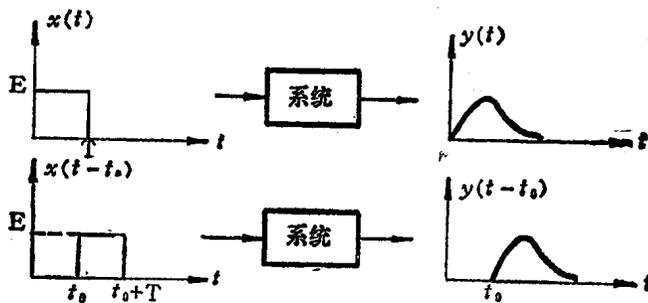


图2-5 线性系统的时不变性

当 $t < t_0$ 时，系统的激励信号为零，相应的输出响应在 $t < t_0$ 时也为零，这个系统称为因果系统。否则为非因果系统。激励是产生响应的原因，响应是激励引起的后果。有因才有果，这种特性称为因果性。显然，所有实际运行的物理系统（当然也包括传感器）都是因果系统。

通常把 $t = 0$ 接入系统的信号（在 $t < 0$ 时信号为零）称为因果信号，因果信号作用于因果系统，其输出响应也是因果信号。

二、拉普拉斯变换

对于一个线性系统，可以用一个常系数线性微分方程来描述它的激励 $x(t)$ 与响应 $y(t)$ 之间的关系：

$$\begin{aligned}
 a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y \\
 = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x
 \end{aligned} \quad (2-3)$$

式中 $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0, b_m, b_{m-1}, \dots, b_1, b_0$ 均为常数， m, n 为正整数， $n \geq m$ 。

式(2-3)的解有两部分：(1) 齐次方程的通解，它反映了系统的过渡过程，与系统的初始条件有关。(2) 方程式的特解，它反映了系统的稳态输出。我们采用拉普拉斯变换解上述问题，从而可将上述方程转化成求解代数方程，并自动计及了初始条件。对于式(2-3)等号右边具有不连续输入或力函数的情形，用拉普拉斯变换求解仍然有效。

下面给出拉普拉斯变换的定义。

设函数 $f(t)$ ，当 $t \geq 0$ 时有定义，而且积分

$$\int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (S = \sigma + j\omega \text{ 是一复变量})$$

在 S 的某一域内收敛，则由此积分所确定的函数可表示为

$$F(S) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2-4)$$

式(2-4)称为函数 $f(t)$ 的拉普拉斯变换式 (简称拉氏变换式), 可记为

$$F(S) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

$F(S)$ 称为 $f(t)$ 的拉氏变换, 或称为象函数。

若 $F(S)$ 是 $f(t)$ 的拉氏变换, 则称 $f(t)$ 为 $F(S)$ 的拉氏反变换, 或称为象原函数. 定义为

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(S)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(S)e^{st} dS \quad (t>0) \quad (2-5)$$

于是, 式(2-4)和(2-5)为一个拉普拉斯变换对, 写在一起成为

$$\left. \begin{aligned} F(S) &= \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \\ f(t) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(S)e^{st} dS \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

上述关系可由富立叶变换推出, 读者可参阅有关数学书籍。

拉氏变换存在的条件要比富氏变换存在的条件弱得多, 进行拉氏变换时, $f(t)$ 要满足如下条件:

1. 当 $t < 0$ 时, $f(t) = 0$ 。
2. 在 $t \geq 0$ 的任一有限区间上, $f(t)$ 分段连续。
3. 在 t 充分大后, 满足不等式

$$|f(t)| \leq Me^{\sigma_0 t} \quad (2-7)$$

式中 M 、 σ_0 都是实常数, 它表明, 函数 $f(t)$ 是指数级的。

要使积分式(2-4)存在, S 的实部至少要大于某一个确定的值:

$$R_0[S] = \sigma > \sigma_0 \quad (2-8)$$

式中 σ_0 称为收敛横坐标, 它的值因原函数而异, 在 σ_0 的右侧, $F(S)$ 没有极点。

三、传递函数

线性定常系统的传递函数定义为初始条件全为零时, 输出量 (响应函数) 的拉普拉斯变换与输入量 (驱动函数) 的拉普拉斯变换之比, 对式(2-7)两端进行拉普拉斯变换, 就得到系统的传递函数为

$$G(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \dots + b_1 S + b_0}{a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0} \quad (2-9)$$

传递函数是一种以系统参数表示的线性定常系统的输入量与输出量之间的关系式, 它表达了系统本身的特性, 而与输入量无关。传递函数包含着联系输入量与输出量所必需的单位, 但是它不能表明系统的物理结构 (许多物理性质不同的系统, 可以有相同的传递函数)。

根据这一概念, 就可以用以 S 为变量的代数方程式来表示系统的动态特性了, 传递函数分母中 S 的最高阶数, 等于输出量最高阶导数的阶数。如 S 的最高阶数等于 n 、这种系统就称为 n 阶系统。

将传递函数的概念应用于传感器, 它是一个弹簧-质量-阻尼器系统, 设系统的输入量是