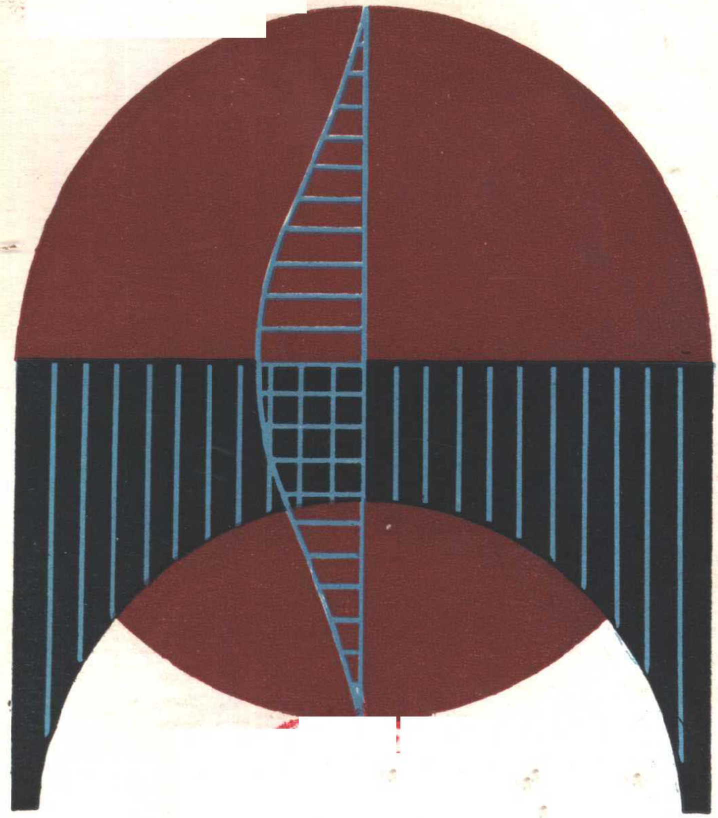
ZUIXIN JIANZHU JIEGOU LIXUE



最新建筑结构力学

〔日〕 小幡守 著

煤炭工业出版社

最新建筑结构力学

〔日〕小 幡 守 著
冷锦文 曾纪勇 译

煤 炭 工 业 出 版 社

内 容 提 要

本书是作者在普通结构力学基础之上进一步编著而成的。它阐述了异形框架的解法，包括用D值法求解、利用建立刚域概念分析框架，以及结构的矩阵解法与差分分析法；对抗震墙的计算、骨架的弹塑性分析和结构振动计算等也作了叙述；同时还介绍了弹性力学中某些平面问题的分析和有限元法。书中附有习题及习题解答，便于读者自学。

该书是日本最新结构力学（Ⅰ）的续篇，为了便于读者阅读，书中涉及（Ⅰ）中某些内容，译者加了详细附注，可使读者不必阅读（Ⅰ）而直接阅读本书。

本书可供从事结构设计、教学与研究人员参考，也可供对结构力学有兴趣而从事建筑结构技术工作的广大读者阅读。

书中第1、2、3、4、8、10各章由曾纪勇同志翻译，第5、6、7、9各章由冷锦文同志翻译。

责任编辑：张 文 山

小 幡 守

最新建築学シリーズ 4

最新建築構造力学 Ⅱ

1978年 第1版

森北出版株式会社 东京 1978年3月1日

*

最新建筑结构力学

〔日〕小 幡 守 著

冷锦文 曾纪勇 译

*

煤炭工业出版社 出版

（北京安定门外和平北路16号）

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本850×1168 1/32　印张 10 3/4 插页 1

字数 281 千字　印数1—20,120

1983年6月第1版　1983年6月第1次印刷

书号15035·2548　定价1.40元

序

本书收集在结构力学（Ⅰ）中未能叙述的许多内容，是迄今为止著者迫于需要而学到的东西，其对象也是对结构力学开始发生兴趣的各位学者。本书所阐述的内容，虽然未必合适，但通过本书可以使人知道，即便是使用烦琐的数学方法，本质上也只不过是反复使之满足力的平衡条件与变形连续条件。各章分析法的推导，是已经叙述过的结构力学基本事项的应用例子，通过对这些问题的理解，可以加深对结构力学的认识，进一步可以提高对其他问题处理能力，如果能这样，著者将感到不胜荣幸。

此外，第6章以下各章内容都是超出本书篇幅的问题，本书只不过作个导引，需要深入研究这方面问题的各位学者，请分别参考有关专门著作。

著 者 1978年

目　录

第1章 绪　论

§1-1 概　述

在结构力学-Ⅰ●中，含有数值计算法的解法，是用具体例子进行阐述的。由于数值计算法比较烦琐，因而本书将要研究的内容多数用电子计算机求解。为此，在本书中主要叙述如何用结构力学"力的平衡"和"变形连续"的基本条件来解决更复杂的问题，以及如何建立数值计算法的基本方程式。

建立解法、推导方程式，这是结构力学的范畴。但是，在实际中必须求得某种形式的数值解。如能利用电子计算机，那是比较理想的，也许利用这样的优越条件有困难，然而，懂得这些数值解法会给我们带来许多方便。因此，在绪论中把与本书关系较大的多元一次联立方程（Simultaneous equations）、矩阵法（matrix method）以及用于微分方程近似计算的数值方法-差方法（finite difference method），综合论述如下。

§1-2 多元一次联立方程式的解法

（1）直接法

只存在一组解的一次联立方程式，用直接法求解时，在理论上可以得到严密解。但是，在数值计算过程中，由于舍入的误差，那就不一定必然会得到严密的解。一般说，元素愈多误差愈大。

（a）*克莱姆法*（Cramer′s rule）把要求解的联立方程式列出如下：

● 最新建筑结构力学（Ⅰ），小幡守著，森北出版株式会社出版——译者。

$$\left.\begin{array}{l}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1i}x_i+\cdots\cdots+a_{1n}x_n=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots\cdots+a_{2i}x_i+\cdots\cdots+a_{2n}x_n=b_2\\ \vdots\\ a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\cdots\cdots+a_{ii}x_i+\cdots\cdots+a_{in}x_n=b_i\\ \vdots\\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots\cdots+a_{ni}x_i+\cdots\cdots+a_{nn}x_n=b_n\end{array}\right\}\qquad(1\text{-}1)$$

本法是用计算下面的行列式来求上式的解。

$$x_i=\frac{\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\cdots\cdots a_{1i-1} & b_1 & a_{1i+1}\cdots\cdots a_{1n}\\ a_{21} & a_{22}\cdots\cdots a_{2i-1} & b_2 & a_{2i+1}\cdots\cdots a_{2n}\\ \vdots & \vdots\quad\quad\vdots & \vdots & \vdots\quad\quad\vdots\\ a_{n1} & a_{n2}\quad\quad a_{ni-1} & b_n & a_{ni+1}\cdots\cdots a_{nn}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\cdots\cdots & a_{1i} & \cdots\cdots a_{1n}\\ a_{21} & a_{22}\cdots\cdots & a_{2i} & \cdots\cdots a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ a_{n1} & a_{n2}\cdots\cdots & a_{ni} & \cdots\cdots a_{nn}\end{vmatrix}}\qquad(1\text{-}2)$$

这一方法随着元素的增多，加减乘除的次数也大为增多，并使解题的效率降低，而且容易超过电子计算机的容量，因此，元素多的方程式一般不使用。

在式（1-2）中，当分母为 0 时，方程式有一组以上的解，因此，只有当分子和分母不为 0 时，方程式才有一组解。

（b）克劳特法（Crout′s methed） 该方法是用逐次消去法来求解。当解式（1-1）时，从第 i 式（$i=2\sim n$）减去第 1 式乘以 a_{i1}/a_{11} 之值，这就消去了 x_1 的系数，求得 $x_2\sim x_n$ 的新系数 $(a_{ij})_1$，$(j=2-n)$ 及 $(b_i)_1$。即

$$(a_{ij})_1=a_{ij}-\frac{a_{i1}}{a_{11}}\,a_{1j},\quad (b_i)_1=b_i-\frac{a_{i1}}{a_{11}}b_1$$

用上式计算，从式（1-1）中消掉了第 2 式以下的 x_1 项，得到下面的方程式：

$$\left.\begin{array}{l}
a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1i}x_i+\cdots\cdots+a_{1n}x_n=b_1\\
\quad 0+(a_{22})_1x_2+\cdots\cdots+(a_{2i})_1x_i+\cdots\cdots+(a_{2n})_1x_n=(b_2)_1\\
\quad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots\\
\quad 0+(a_{i2})_1x_2+\cdots\cdots+(a_{ii})_1x_i+\cdots\cdots+(a_{in})_1x_n=(b_i)_1\\
\quad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots\\
\quad 0+(a_{n2})_1x_2+\cdots\cdots+(a_{ni})_1x_i+\cdots\cdots+(a_{nn})_1x_n=(b_n)_1
\end{array}\right\}$$

(1-3)

然后，把式（1-3）中，第3～n式分别减去第2式乘以 $(a_{i2})_1/(a_{22})_1$ 之值，（$i=3\sim n$），又消去 x_2 项。用同样方法继续消元，则得到下面的方程式：

$$\left.\begin{array}{l}
a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1i}x_i+\cdots\cdots+a_{1n}x_n=b_1\\
0+(a_{22})_1x_2+\cdots\cdots+(a_{2i})_1x_i+\cdots\cdots+(a_{2n})_1x_n=(b_2)_1\\
\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots\\
0+0+ \qquad\qquad +(a_{ii})_{i-1}x_i+\cdots\cdots+(a_{in})_{i-1}x_n=(b_i)_{i-1}\\
\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots\\
0+0+\cdots\cdots\cdots\cdots+0+\cdots\cdots\cdots\cdots+(a_{nn})_{n-1}x_n=(b_n)_{n-1}
\end{array}\right\}$$

(1-4)

像上面这样进行消元的方法，叫作前进消元法（forward substitution)。一个n=4的方程式的消元计算，汇总于表1-1。

表中的系数 $(a_{ij})_k$ 及右边的 $(b_i)_k$ 是按下式计算的。

$$\left.\begin{array}{l}
(a_{ij})_k=(a_{ij})_{k-1}-\dfrac{(a_{ik})_{k-1}(a_{kj})_{k-1}}{(a_{kk})_{k-1}}\\
(b_i)_k=(b_i)_{k-1}-\dfrac{(a_{ik})_{k-1}(b_k)_{k-1}}{(a_{kk})_{k-1}}
\end{array}\right\} \qquad (1-5)$$

由式（1-4）的第n式可求出 x_n，把求得的 x_n 代入 n-1 式求出 x_{n-1}。按下面的顺序可依次求出 x_i。

表 1-1

x_1	x_2	x_3	x_4	荷 重 项
a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	b_1
a_{21} $\left\{ (c_2)_0=\frac{a_{21}}{a_{11}} \right\}$	a_{22} $-(c_2)_0 \cdot a_{12}$	a_{23} $-(c_2)_0 \cdot a_{13}$	a_{24} $-(c_2)_0 \cdot a_{14}$	b_2 $-(c_2)_0 \cdot b_1$
	$(a_{22})_1$	$(a_{23})_1$	$(a_{24})_1$	$(b_2)_1$
a_{31} $\left\{ (c_3)_0=\frac{a_{31}}{a_{11}} \right\}$	a_{32} $-(c_3)_0 \cdot a_{12}$	a_{33} $-(c_3)_0 \cdot a_{13}$ $-(c_3)_1 \cdot (a_{23})_1$	a_{34} $-(c_3)_0 \cdot a_{14}$ $-(c_3)_1 \cdot (a_{24})_1$	b_3 $-(c_3)_0 \cdot b_1$ $-(c_3)_1 \cdot (b_2)_1$
	$(a_{32})_1$ $\left\{ (c_3)_1=\frac{(a_{32})_1}{(a_{22})_1} \right\}$	$(a_{33})_2$	$(a_{34})_2$	$(b_3)_2$
a_{41} $\left\{ (c_4)_0=\frac{a_{41}}{a_{11}} \right\}$	a_{42} $-(c_4)_0 \cdot a_{12}$	a_{43} $-(c_4)_0 \cdot a_{13}$ $-(c_4)_1 \cdot (a_{23})_1$	a_{44} $-(c_4)_0 \cdot a_{14}$ $-(c_4)_1 \cdot (a_{24})_1$ $-(c_4)_2 \cdot (a_{34})_2$	b_4 $(c_4)_0 \cdot b_1$ $-(c_4)_1 \cdot (b_2)_1$ $-(c_4)_2 \cdot (b_3)_2$
	$(a_{42})_1$ $\left\{ (c_4)_1=\frac{(a_{42})_1}{(a_{22})_1} \right\}$	$(a_{43})_2$ $\left\{ (c_4)_2=\frac{(a_{43})_2}{(a_{33})_2} \right\}$	$(a_{44})_3$	$(b_4)_3$

$$
\left.\begin{aligned}
x_n &= (b_n)_{n-1}/(a_{nn})_{n-1}\\
&\vdots\\
x_i &= \left\{(b_i)_{i-1} - \sum_{j=i+1}^{n}(a_{ij})_{i-1}x_j\right\}/(a_{ii})_{i-1}\\
&\vdots\\
x_1 &= \left\{b_1 - \sum_{j=2}^{n}a_{1j}x_j\right\}/a_{11}
\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}6)
$$

一般把式（1-6）叫做回代阶段。

例如，图1-1所示框架，它的挠角法方程式的求解过程，列于表1-2。

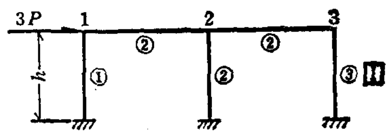


图 1-1

表 1-2

φ_1	φ_2	φ_3	ψ_1	=(Ph)
6	2	0	1	0
2	12	2	2	0
(0.333)	−0.667	0	−0.333	0
	11.333	2	1.667	0
0	2	10	3	0
(0)	0	0	0	0
	2	−0.353	−0.294	0
	(0.176)	9.647	2.706	0
1	2	3	4	−1
(0.167)	−0.333	0	−0.167	0
		−0.294	−0.245	0
	1.667		−0.759	0
		2.706		
	(0.147)	(0.281)	2.829	−1

用回代计算求得$\psi_1=-0.353$，$\varphi_3=0.099$，$\varphi_2=0.034$，$\varphi_1=0.047$。

用克劳特法计算时，重要的是式（1-5）中右边第 2 项分母 $(a_{kk})_{k-1}$ 之值，当此值为 0 或近于 0 时，就难于求解。因此，在这种情况下，有必要在此项的右边或下边寻找系数最大的项与该项调换，再进行计算。

（c）焦丹法（Jordan's method） 它是用只有前进的消元计算法来求解。此时，式（1-1）的消去计算按下面进行。

首先，对公式（1-1）的第 1 式

$(a_{1j})_1 = a_{1j}/a_{11}$，$(b_1)_1 = b_1/a_{11}$ $(j=1\sim n)$

又，对第 2 式和以下各式

$$(a_{ij})_1 = a_{ij} - \frac{a_{i1}}{a_{11}} a_{1j},\quad (b_i)_1 = b_i - \frac{a_{i1}}{a_{11}} b_1$$

$$(i=2\sim n,\ j=1\sim n)$$

按上面运算结果，可得到如下的方程式：

$$\left.\begin{array}{l}
x_1 + (a_{12})_1 x_2 + \cdots\cdots + (a_{1i})_1 x_i + \cdots\cdots + (a_{1n})_1 x_n = (b_1)_1 \\
0 + (a_{22})_1 x_2 + \cdots\cdots + (a_{2i})_1 x_i + \cdots\cdots + (a_{2n})_1 x_n = (b_2)_1 \\
0 + (a_{32})_1 x_2 + \cdots\cdots + (a_{3i})_1 x_i + \cdots\cdots + (a_{3n})_1 x_n = (b_3)_1 \\
\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
0 + (a_{i2})_1 x_2 + \cdots\cdots + (a_{ii})_1 x_i + \cdots\cdots + (a_{in})_1 x_n = (b_i)_1 \\
\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
0 + (a_{n2})_1 x_2 + \cdots\cdots + (a_{ni})_1 x_i + \cdots\cdots + (a_{nn})_1 x_n = (b_n)_1
\end{array}\right\}$$

(1-7)

其次，进行下面的计算：把式（1-7）的第 1 式中 $(a_{12})_1$ 和第 3～n式的 $(a_{i2})_1$ 消去，再使 $(a_{22})_1$ 为 1。

$$(a_{1j})_2 = (a_{1j})_1 - \frac{(a_{12})_1}{(a_{22})_1}(a_{2j})_1,\quad (b_1)_2 = (b_1)_1 - \frac{(a_{12})_1}{(a_{22})_1}(b_2)_1$$

$$(a_{2j})_2 = (a_{2j})_1/(a_{22})_1,\quad (b_2)_2 = (b_2)_1/(a_{22})_1$$

$$(a_{ij})_2 = (a_{ij})_1 - \frac{(a_{i2})_1}{(a_{22})_1}(a_{2j})_1, (b_i)_2 = (b_i)_1 - \frac{(a_{i2})_1}{(a_{22})_1}(b_2)$$

$$(i=3\sim n,\ j=2\sim n)$$

经过上面的计算，方程式变成如下形式：

$$\left.\begin{array}{l}
x_1 + 0 + (a_{13})_2 x_3 + \cdots\cdots + (a_{1i})_2 x_i + \cdots\cdots + (a_{1n})_2 x_n = (b_1)_2 \\
0 + x_2 + (a_{23})_2 x_3 + \cdots\cdots + (a_{2i})_2 x_i + \cdots\cdots + (a_{2n})_2 x_n = (b_2)_2 \\
0 + 0 + (a_{33})_2 x_3 + \cdots\cdots + (a_{3i})_2 x_i + \cdots\cdots + (a_{3n})_2 x_n = (b_3)_2 \\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
0 + 0 + (a_{i3})_2 x_3 + \cdots\cdots + (a_{ii})_2 x_i + \cdots\cdots + (a_{in})_2 x_n = (b_i)_2 \\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
0 + 0 + (a_{n3})_2 x_3 + \cdots\cdots + (a_{ni})_2 x_i + \cdots\cdots + (a_{nn})_2 x_n = (b_n)_2
\end{array}\right\} \tag{1-8}$$

接着，把上式中第 1 式的 $(a_{13})_2$、第 2 式的 $(a_{23})_2$、第 4～n 式的 $(a_{i3})_2$ 消去，再使 $(a_{33})_2=1$。以下用同样的方法进行计算，最后得到下面的方程式：

$$\left.\begin{array}{l}
x_1 + 0 + \cdots\cdots + 0 + \cdots\cdots + 0 = (b_1)_n \\
0 + x_2 + \cdots\cdots + 0 + \cdots\cdots + 0 = (b_2)_n \\
\vdots \quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \quad \vdots \\
0 + 0 + \cdots\cdots + x_i + \cdots\cdots + 0 = (b_i)_n \\
\vdots \quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \quad \vdots \\
0 + 0 + \cdots\cdots + 0 + \cdots\cdots + x_n = (b_n)_n
\end{array}\right\} \tag{1-9}$$

因而，不要进行回代计算，即可求得$x_i=(b_i)_n$。

把以上的计算，机械地进行下去，当 n = 4 时，计算如表1-3所示。

使用本法时，虽增加了计算程序，但是前进及回代计算的舍入误差积累，有某种程度的减小，这是它的优点。表 1-4 所示为图1-1的框架的计算结果。

此外，还有平方根法等不再介绍。

（2）**渐近法** (iteration method or successive approximation method)

关于渐近法❶在结构力学-Ⅰ中，做了概要的叙述，详细的由

❶ 见附注——译者。

表 1-3

a_{11}	a_{21}	a_{31}	a_{41}	1			
a_{12}	a_{22}	a_{32}	a_{42}	0			
a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{43}	0			
a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	0			
$-b_1$	$-b_2$	$-b_3$	$-b_4$	0			
	$(a_{22})_1$	$(a_{32})_1$	$(a_{42})_1$	$-(a_{12})_1$	1		
	$(a_{23})_1$	$(a_{33})_1$	$(a_{43})_1$	$-(a_{13})_1$	0		
	$(a_{24})_1$	$(a_{34})_1$	$(a_{44})_1$	$-(a_{14})_1$	0		
	$-(b_2)_1$	$-(b_3)_1$	$-(b_4)_1$	$(b_1)_1$	0		
		$(a_{33})_2$	$(a_{43})_2$	$(a_{13})_2$	$-(a_{23})_2$	1	
		$(a_{34})_2$	$(a_{44})_2$	$(a_{14})_2$	$-(a_{24})_2$	0	
		$-(b_3)_2$	$-(b_4)_2$	$(b_1)_2$	$(b_2)_2$	0	
			$(a_{44})_3$	$(a_{14})_3$	$(a_{24})_3$	$(a_{34})_3$	1
			$-(b_4)_3$	$(b_1)_3$	$(b_2)_3$	$(b_3)_3$	0
				$(b_1)_4$	$(b_2)_4$	$(b_3)_4$	$(b_4)_4$
				$\Vert$	$\Vert$	$\Vert$	$\Vert$
				x_1	x_2	x_3	x_4

表 1-4

6	2	0	1	1			
2	12	2	2	0			
0	2	10	3	0			
1	2	3	4	0			
0	0	0	1	0			
	11.333[1]	2	1.667	−0.333	1		
	2[2]	10	3	0	0		
	1.667[3]	3	3.833	−0.167	0		
	0[4]	0	1	0	0		
		9.647	2.706	0.059	−0.176	1	
		2.706	3.588	−0.118	−0.147	0	
		0	1	0	0	0	
			2.829	−0.135	−0.098	−0.281	1
			1	0	0	0	0
				0.047	0.034	0.099	−0.353
				$\Vert$	$\Vert$	$\Vert$	$\Vert$
				φ_1	φ_2	φ_3	ψ_4

1) $12-\frac{2}{6}\times 2=11.333$

2) $2-\frac{2}{6}\times 0=2$

3) $2-\frac{2}{6}\times 1=1.667$

4) $0-\frac{1}{6}\times 0=0$

专门书籍来介绍。作为研究它的收敛性公式，见下式：

$$\beta=\sqrt{\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right)^{2}\right\}-n}<1 \qquad (1-10)$$

式中　a_{ij}——方程式的 i 行 j 列的系数；

n——元数。

上式β比 1 小的愈多愈容易收敛。

而且可导出下面的公式：

$$Q=\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\right)x_i>0 \qquad (1-11)$$

一次联立方程式的系数群是对称的，欲求的x_i值如不是全部为 0，则无论为何值，当用上式计算的值为正时，重复计算即可求得解。

例如，用克莱姆法解表1-5的方程式，得$x_1=-1$、$x_2=0.8$、$x_3=0.8$，但是用渐近法计算，计算值的变化如表1-6，是不收敛的。用式（1-10）来验算这一方程式，得$\beta=7.62$。再用式（1-11）计算Q，当$x_1=1$、$x_2=2$、$x_3=3$时，$Q=88$，当$x_1=1$、$x_2=2$、$x_3=-3$时，$Q=-44$，因而可见它是不满足收敛条件的。

表 1-5

x_1	x_2	x_3	=（荷重项）
1	2	3	=3
2	1	4	=2
3	4	1	=1

像上面这种情况，按以下方式，可转换为能够收敛的方程式。

$$a_{ij}'=\sum_{k=1}^{n}a_{ki}a_{kj},\quad b_i'=\sum_{k=1}^{n}a_{ki}b_k \qquad (1-12)$$

若把上式的a_{ij}'作为系数，令其右边为 b_i'，则方程式的系数群满足式（1-11），计算值收敛，可以得到解。把它用于表1-5