

369

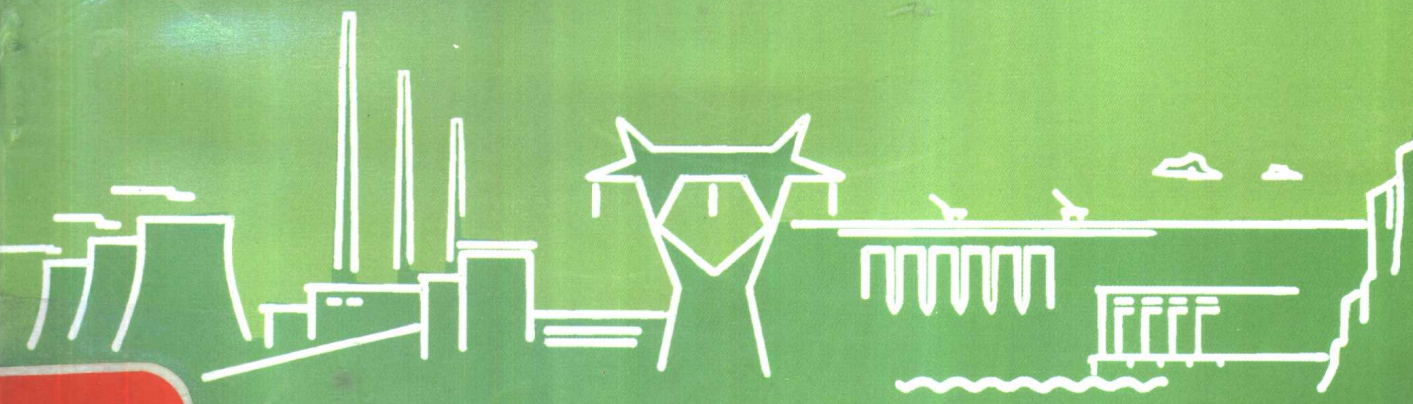


普通高等学校水电工程类专业教学指导委员会推荐使用教材

高等学校教材

高等水工结构

武汉水利电力大学 陆述远 主编



中国电力出版社

TV3
L858

199072

普通高等学校水电工程类专业教学指导委员会推荐使用教材

高等学校教材

高等水工结构

武汉水利电力大学 陆述远 主编

中国电力出版社

内 容 提 要

本书是为高等学校水工结构工程专业研究生编写的必修或选修教材。本书按40学时编写,共4章,包括:水工结构的可靠性分析、水工结构的地震反应分析、水工结构设计优化及水工CAD、水工建筑物施工期反馈设计的若干理论问题。

本书除适用于水工结构工程专业博士生必修教材和硕士生选修教材外,也可作为水利水电建筑工程专业本科生的选修教材,还可供其他水利类专业师生以及水利工程技术人员和科研人员学习和参考。

图书在版编目(CIP)数据

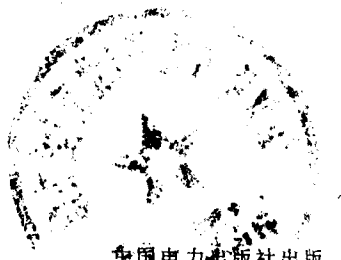
高等水工结构/陆述远主编. —北京:中国电力出版社, 1998

高等学校教材

ISBN 7-80125-486-4

I. 高… II. 陆… III. 水工结构-高等学校-教材
N. TV3

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第19155号



中国电力出版社出版

(北京三里河路6号 100044 http://www.cepp.com.cn)

水电印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

1999年1月第一版 1999年1月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 9印张 204千字

印数001—500册 定价9.80元

版 权 专 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)

前 言

《高等水工结构》是供水利水电建筑工程专业学生修完《水工建筑物》教材后继续深造的一本教材。它是根据中国电力企业联合会教育培训部制定的“普通高等学校第四轮前二年（1996~1997年）电力工程、热能动力、水电工程类专业本科教材编审出版计划”，以及电力工业部水电工程类专业教学指导委员会会议讨论通过的教学大纲基本精神编写的。限于篇幅，全书仅选编了在《水工建筑物》中讲授的相对较少、较难、较新的四个专题。通过这四个专题的深入分析研究，使学生进一步学到一些基本概念、基本理论和基本知识。在着重讲述比较成熟的理论和经验的同时，还尽可能多地介绍一些事物发展过程、最新成就、当前动态、存在问题和今后的发展方向，以利于开拓学习者的视野和思路，培养学生独立思考 and 独立分析解决实际问题的能力。

本教材由武汉水利电力大学水工结构教研室承担编写任务。具体编写分工如下：第一章由赖国伟编写，第二章由王开治编写，第三章由张学勤编写，第四章由陈胜宏、余成学编写。全书由陆述远主编。

本教材由河海大学顾淦臣主审。他为本书付出了辛勤劳动，提出了许多宝贵的修改意见。在水电工程类专业教学指导委员会水工建筑物教学组全体会议上，到会的兄弟院校代表也提出不少宝贵意见和建议。在编写、审稿和出版过程中又得到了中电联教育培训部和中国电力出版社许多同志的热情支持和帮助，在此一并致谢！

由于水平所限，书中难免存在一些错误和不妥之处，诚恳地希望广大读者批评指正。

编 者

1998年5月

目 录

前 言

第一章 水工结构的可靠性分析	1
第一节 概述	1
第二节 结构可靠性分析的基本概念	1
第三节 作用、材料性能和几何参数的随机性分析	6
第四节 一次二阶矩方法	16
第五节 分项系数极限状态设计方法	26
参考文献	33
第二章 水工结构的地震反应分析	34
第一节 地震与抗震设计	34
第二节 单自由度弹性体系的地震反应和反应谱	41
第三节 多自由度弹性体系的地震反应	46
第四节 频域分析法	55
第五节 混凝土坝有限元地震反应分析	62
第六节 抗震结构和抗震工程措施	73
参考文献	75
第三章 水工结构设计优化及水工 CAD	76
第一节 概述	76
第二节 水工 CAD 与水工设计专家系统	79
第三节 水工结构设计优化	85
参考文献	114
第四章 水工建筑物反馈设计中的若干有限元理论问题	115
第一节 概述	115
第二节 弹塑性问题的自适应有限元方法	116
第三节 渗流问题的自适应有限元方法	122
第四节 反分析问题的有限元方法	125
第五节 小结	138
参考文献	138

第一章 水工结构的可靠性分析

第一节 概 述

大量工程实践表明，影响结构安全的诸因素，如作用外荷和材料力学性质等都不是定值，均存在不同程度的不确定性和变异性。这种不确定性、变异性从概率论的观点来看亦即是随机性。因此，为了工程的安全和经济，在结构设计中引用概率统计理论的概念和方法来处理这种随机性是十分自然和必要的。

由于应用概率统计理论处理工程随机性的广度与深度不同，结构设计方法可分为安全系数设计法和可靠度设计法两种。安全系数设计法是工程结构传统的设计方法，它在结构设计中首先是将设计遇到的所有随机性参数，依据某种采用了概率统计概念的经验方法取定成确定性参数，例如对荷载取用偏于危险、极端、具有较小出现概率的数值，而对材料强度则取偏于保守、具有较大保证率的数值。然后再按确定性问题，或通过结构数值计算或通过模型试验确定在定值条件下用来反映结构安全性的安全系数。当这一安全系数大于根据工程经验规定的安全系数（即通常所称的设计安全系数）时，结构即认为安全；反之，结构就认为不安全。因本质上属于定值、确定性设计方法，安全系数设计法不能全面反映影响结构安全各因素的客观变异性，它至多只能在参数取值和设计安全系数规定中部分并且还只是经验性地计及工程随机性。这使得以可靠性理论为基础的结构设计方法，亦即可靠度设计法，自 70 年代以来随着科学技术的进步而得到迅猛发展。

可靠度设计法属于非定值设计方法，可以十分有效地处理工程中遇到的各种因素的随机性。它使结构安全性从以往长期的主要依靠工程经验的定性分析阶段发展到以概率统计数学为基础的定量分析阶段，这是结构设计思想和设计方法上的一个质的飞跃。目前世界许多国家都在逐步以可靠性理论为基础，建立各自工程结构设计的规范体系。为适应这一趋势，提高结构设计水平，我国已于 1984 年公布实施了《建筑结构设计统一标准》(GBJ68—84)。在水工结构工程方面，《水利水电工程结构可靠度设计统一标准》(GB50199—94)（以下简称《水工统标》）也于 1994 年颁发施行。

本章将就水工结构的可靠性分析方法和分项系数极限状态设计法作一介绍。

第二节 结构可靠性分析的基本概念

一、可靠性、可靠度的概念

结构的可靠性，是指结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的能力。结构的可靠度是结构可靠性的数学度量，它的定义为结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的概率。

在工程结构设计中，所谓的“规定的时间”是指结构的设计基准期。《水工统标》规定1级壅水建筑物的设计基准期采用100年，其它永久性建筑物采用50年，临时建筑物结构的设计基准期则根据预定的使用年限及可能滞后的时间确定。需要指出的是，设计基准期只是结构可靠度设计所依据的时间参数，它并不简单地等同于结构的实际寿命，超过设计基准期的结构并不见得必须报废，而仅仅是它的可靠度有所减小而已。

所谓的“规定的条件”是指结构正常设计、正常施工、正常使用的条件。

所谓的“预定功能”是指结构所应具有的下述四项功能：

(1) 在正常施工和正常使用时，结构应能承受可能出现的各种作用。这里的“作用”是指施加在结构上的集中或分布力（称直接作用或荷载），或引起结构外加变形或约束变形的原因（称间接作用）。

(2) 在正常使用时，结构应具有良好的工作性能，例如不应有过大的变形和开裂等等。

(3) 在正常维护下，结构应具有足够的耐久性能。

(4) 在出现预定的偶然作用（如非常运用洪水、地震、爆炸等）时，工程主体结构仍能保持必需的整体稳定性。

在以上四项功能中，(1)、(4)项实质上就是结构的安全性，而(2)、(3)项则分别是结构的适用性和耐久性。根据可靠性定义，显然只有当结构的安全性、适用性和耐久性都得到保证时，结构才能称为可靠的。因此，相对于安全性和安全性的度量——安全度，结构可靠性和可靠度的概念更为广泛。

二、极限状态和极限状态方程

整个结构（包括地基、围岩）或结构的一部分，超过某一特定状态就不能满足设计规定的某一功能要求时，此特定状态则称为该功能的极限状态。它是区分结构工作状态是可靠或不可靠的界限。

结构的极限状态可分为下列两种类型：

1. 承载能力极限状态

这种极限状态对应于结构或结构构件达到最大承载能力，或达到不适于继续承载的变形。当结构或结构构件出现下列状态之一时，即认为超过了承载能力极限状态。

(1) 整个结构或结构的一部分失去刚体平衡（如重力坝沿坝基面滑动等）。

(2) 结构构件因超过材料强度而破坏（包括疲劳破坏），或因过度的塑性变形而不适于继续承载。

(3) 结构或结构构件丧失弹性稳定（如压屈等）。

(4) 整个结构或结构的一部分转变为机动体系。

(5) 土、石结构或地基、围岩产生渗透失稳等。

2. 正常使用极限状态

这种极限状态对应于结构或结构构件达到正常使用和耐久性的某一规定值。当结构或结构构件出现下列状态之一时，即认为超过了正常使用极限状态。

(1) 影响结构正常使用或外观的变形。

(2) 对运行人员或设备、仪表等有不良影响的振动。

(3) 对结构外形、耐久性以及防渗结构抗渗能力有不良影响的局部损坏。

(4) 影响正常使用的其它特定状态。

极限状态方程是极限状态的数学表达式。在一般情况下，极限状态方程可写成

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (1-1)$$

式中， Z 代表结构的功能； $g(\cdot)$ 称为结构的功能函数（也称为状态函数）； X_i ($i=1, 2, \dots, n$) 为具有随机性的用于描述结构功能所必需的基本变量，如各类作用、材料性能和几何参数等。

由结构的功能函数，可将结构区分成三种不同的状态：

当 $Z > 0$ 时，结构处于可靠状态；

当 $Z = 0$ 时，结构处于极限状态；

当 $Z < 0$ 时，结构处于失效状态。

由于结构完成的功能不同，可组成不同的功能函数，从而也可以有许多不同的极限状态方程。例如对于混凝土重力坝（图 1-1），应用刚体极限平衡法，由坝基面的抗滑稳定可得一承载能力极限状态方程为

$$Z = f' \Sigma W + c' A - \Sigma P = 0$$

式中， ΣW 、 ΣP 分别为坝基面上全部法向作用之和（向下为正）与全部切向作用之和（向下游为正）； f' 、 c' 分别为坝基面抗剪断摩擦系数和抗剪断粘结力； A 为坝基面面积。应用材料力学法，由坝踵不出现拉应力条件又可得一正常使用极限状态方程为

$$Z = \frac{\Sigma W}{A} + \frac{\Sigma MT}{J} = 0$$

式中， ΣM 为全部作用对坝基面形心的力矩之和（逆时针方向为正）； T 为坝基面形心轴到上游面的距离； J 为坝基面对形心轴的惯性矩。

三、失效概率和可靠指标

由于影响结构可靠性的各主要因素存在不定性，从极限状态方程 (1-1) 可以看出，无论结构设计者采用怎样保守的设计方案，也总还可能出现一些基本变量 X_1 、 X_2 、 \dots 、 X_n 的组合，例如荷载遭遇高值，而材料强度又出现低值，使得功能函数 $Z < 0$ ，亦即结构失效。这表明在实际工程设计中，不存在如传统安全系数法所期望那样的只要采用了一大于某一数值的安全系数（如设计安全系数），结构就“绝对安全”的设计方案。对于任何一种设计方案所对应的结构，其在预定条件下和预定时间内完成预定功能这一“事件”，既不是必然事件，也不是不可能事件，而是一个随机事件。根据概率论，衡量随机事件出现可能性大小的最好方式就是概率。因此，在结构可靠性理论中，以概率的方式来度量结构可靠性是非常自然和科学的，它能够真实地反映问题的实质，全面考虑影响结构可靠性诸因素的客观变异性。

根据定义，度量结构可靠性大小的可靠度是用结构的可靠概率 p_s ，亦即结构能够完成预定功能的概率来表达的：

$$p_s = P\{Z \geq 0\} \quad (1-2)$$

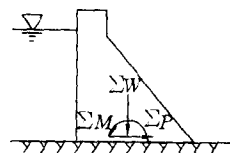


图 1-1 重力坝坝基面受力图

因事件 $\{Z \geq 0\}$ 与事件 $\{Z < 0\}$ 互逆, 结构的失效概率 p_f , 亦即结构不能完成预定功能的概率为

$$\begin{aligned} p_f &= P\{Z < 0\} \\ &= 1 - P\{Z \geq 0\} = 1 - p_s \end{aligned} \quad (1-3)$$

上式表明失效概率 p_f 与可靠概率 p_s 具有互补关系, 因而, 失效概率 p_f 也能用来度量结构的可靠性。显然, p_f 大, 可靠性小; p_f 小, 可靠性大。

如果已知极限状态方程(1-1)中基本变量 X_1, X_2, \dots, X_n 的联合分布密度函数为 $f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 则结构的失效概率 p_f 为

$$p_f = \iiint_{g(x_1, x_2, \dots, x_n) < 0} \dots \int f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (1-4)$$

计算失效概率 p_f 最理想的方法即是由上式精确求解, 但除少数情况外(例如极限状态方程为线性方程, 且基本变量的概率分布属正态分布), 在一般情况下, 如果要直接利用上式来求 p_f , 因需通过多维积分, 数学处理十分复杂, 计算工作量也非常庞大, 有时甚至难于获得问题的解答。因而在实际工作中, 人们常常是通过某些近似的数值方法来确定 p_f 的。具体方法我们将在后面加以介绍。

为引入结构可靠性理论中另一衡量结构可靠性的数量指标——可靠指标 β 。现利用式(1-4)来讨论一种最简单情况的失效概率 p_f 的计算: 设有一结构的功能函数 $Z = R - S$, 其中 R 表示结构的抗力(所谓抗力是结构承受作用的能力, 如强度、刚度、抗裂度等), S 表示作用效应(如作用引起的应力、位移等), 并且 R, S 相互独立和均为正态分布, 相应 R, S 的均值和方差分别为 μ_R, μ_S 和 σ_R^2, σ_S^2 。由于 $Z = R - S$ 也属正态分布, 其均值 μ_Z 、方差 σ_Z^2 和概率密度函数 $f_Z(z)$ 分别为

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S$$

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2$$

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right]$$

从而, 结构的失效概率 p_f (见图 1-2 中阴影部分面积) 为

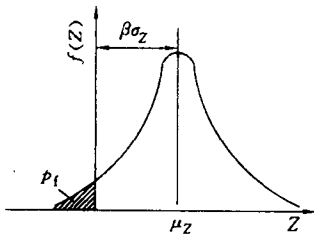


图 1-2 结构失效概率 p_f 计算示意图

$$\begin{aligned} p_f &= P\{Z < 0\} \\ &= \int_{-\infty}^0 f_Z(z) dz \\ &= \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right] dz \\ &= \int_{-\infty}^{-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (t = \frac{z - \mu_Z}{\sigma_Z}, dz = \sigma_Z dt) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \end{aligned} \quad (1-5)$$

式中 $\Phi(\cdot)$ ——标准正态分布函数。

若令 $\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$ (即 $\mu_i = \beta\sigma_Z$, 见图 1-2), 则

$$\begin{aligned} p_i &= 1 - \Phi(\beta) \\ &= \Phi(-\beta) \end{aligned} \quad (1-6)$$

从上式可以看出, β 与 p_i 之间存在一一对应的关系(具体数据见表 1-1)。 β 小时, p_i 大; β 大时, p_i 就小。因此, β 和 p_i 一样, 可以作为衡量结构可靠性的一个数量指标。由于 β 越大, p_i 就越小, 即结构越可靠, 所以 β 称为“可靠指标”。

表 1-1 可靠指标 β 与可靠概率 p_s 、失效概率 p_f 对照表

p_s	0.8413	0.9495	0.97725	0.99865	0.9998964	0.99996833	0.99999660
p_f	1.59×10^{-1}	5.05×10^{-2}	2.27×10^{-2}	1.35×10^{-3}	1.04×10^{-4}	3.17×10^{-5}	3.40×10^{-6}
β	1.00	1.64	2.00	3.00	3.71	4.00	4.50

这里需要指出的是, 上面关于可靠指标 β 的计算公式 $\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_Z}$ 是在 $Z = R - S$ 且 R, S 为相互独立的正态分布变量下得到的。在一般情况下, β 的计算方法请参见后面有关内容。

四、目标可靠度

目标可靠度(又称设计可靠度)是设计规范规定结构应达到的可靠度。它从理论上讲应根据结构的重要性、失效后果、破坏性质、经济指标等因素以优化方法分析确定。但由于问题的复杂性和统计资料不够充分, 目前人们还主要依赖“校准法”来制定目标可靠度。所谓校准法就是通过对原规范设计和施工的结构进行反演分析, 得出隐含于原规范的总体可靠度水平, 并据此来确定新规范所拟采用的目标可靠度。校准法是现阶段确定目标可靠度的一种比较切实可行的方法, 也是目前国内外编制新规范共同采用的方法。它的实质就是根据实践经验, 从总体上继承原有设计规范的设计可靠度水准, 认为相应于原规范的结构可靠度总的来说是合理的、可以接受的, 而对不合理的部分进行局部调整。

表 1-2 为《水工统标》根据校准法给出的水工结构在持久设计状况下对承载能力极限状态的目标可靠指标 β_T 和相应的失效概率 p_f 。

表 1-2 水工结构的目标可靠指标 β_T 及相应的 p_f
(持久状况结构承载能力极限状态)

结构安全级别			I 级	II 级	III 级
破坏类型	一类破坏	β_T	3.7	3.2	2.7
		p_f	1.0×10^{-4}	6.8×10^{-4}	3.4×10^{-4}
	二类破坏	β_T	4.2	3.7	3.2
		p_f	0.13×10^{-4}	1.0×10^{-4}	6.8×10^{-4}

表 1-2 中的结构安全级别按表 1-3 确定; 一类破坏是指非突发性的破坏, 破坏前能见到明显征兆, 破坏过程缓慢; 二类破坏是指突发性的破坏, 破坏前无明显征兆, 或结构一旦发生事故难于补救或修复。

五、结构可靠性分析的步骤

结构可靠性分析大致可以分为三个步骤：

表 1-3 水工建筑物结构安全级别

水工建筑物的结构安全级别	水工建筑物级别
I	1
II	2、3
III	4、5

(1) 搜集有关结构可靠性影响因素——基本变量 X_1, X_2, \dots, X_n 的观测或试验资料，通过概率统计分析确定各基本变量的概率模型（包括概率分布型式和统计参数）。结构可靠性分析所涉及的随机因素主要来自三个方面：作用、材料性能和结构的几何参数。

(2) 采用结构计算或试验的方法进行结构分析，研究结构各种功能的失效机理、失效模式，据此建立相应的极限状态方程。

(3) 计算结构的可靠度，并校核其是否满足目标可靠度。

第三节 作用、材料性能和几何参数的随机性分析

一、作用的随机性分析

(一) 作用的定义

使结构产生内力和变形的各种原因总称为结构上的作用。结构上的作用可分类为直接作用和间接作用：直接作用是指直接施加在结构上的集中力或分布力，也可称为“荷载”；间接作用则是指使结构产生外加变形或约束变形的原因，如地震、温度作用等。

长期以来，工程界习惯将上述两类作用不加区分均称为“荷载”，如自重荷载、水荷载、地震荷载、温度荷载等。已颁发的国家标准《工程结构可靠度设计统一标准》规定将各种荷载统称为作用，亦即采用了“作用”这一概念来取代习用的“荷载”这一概念。

(二) 作用的分类

为了便于分析和研究，可将结构上的作用按其随时间的变异、随空间位置的变异和对结构的反应特点进行分类。

1. 按随时间的变异分

(1) 永久作用。即在设计基准内量值不随时间变化，或其变化与平均值相比可以忽略不计的作用。例如结构自重、土压力、预应力等。

(2) 可变作用。即在设计基准期内量值随时间变化，且其变化与平均值相比不可忽略的作用。例如水压力、扬压力、浪压力以及风、雪、人群、堆放物品等作用。

(3) 偶然作用。即在设计基准期内出现概率很小，一旦出现其量值很大且持续时间很短的作用。例如校核洪水时的水荷载（包括静水压力、扬压力和动水压力）、地震作用等。

按照《水工统标》，水工结构若干作用随时间的分类见表 1-4。

2. 按随空间位置的变异分

(1) 固定作用。指在结构空间位置上具有固定分布的作用。例如结构自重、固定设备重等。

(2) 可动作用。指在结构空间位置上的一定范围内可以任意分布的作用。其作用位置

和数值都是可以变动的。例如水电站厂房内行车轮压作用，在吊车梁的长度方向任意变化，起吊物及小车（天车）位置不同，轮压不同。

表 1-4 水工结构若干作用随时间变异的分类

作用类型 结构类型	建筑物、设备自重	土压力	围岩压力、地应力	预应力	静水压力	浪压力	渗透压力	浮托力	水流冲击力、脉动压力	温度作用、湿度作用	泥沙压力	孔隙水压力	风荷载	雪荷载	冰压力	冻胀作用	灌浆压力	水击压力	冲击、碰撞、制动力	人群、堆放物品荷载	外水压力	地震作用
混凝土坝、水闸	G	G	—	G	QA	Q	Q	Q	Q	Q	GQ	—	—	—	Q	Q	Q	—	—	Q	—	QA
土石坝、堤	G	G	—	—	QA	Q	Q	Q	Q	Q	G	Q	—	—	Q	Q	Q	—	—	Q	—	QA
溢洪道闸墩	G	G	—	G	QA	Q	Q	Q	Q	Q	—	—	—	—	Q	—	—	—	Q	—	—	QA
水电站厂房、 泵站	G	G	—	G	QA	Q	Q	Q	Q	Q	GQ	—	Q	Q	Q	—	Q	—	Q	Q	—	QA
隧洞、调压井、 地下结构	G	—	G	G	QA	—	Q	—	—	Q	—	—	—	—	—	—	Q	Q	—	—	Q	QA
引水、泄水明 管或埋管	G	G	—	G	Q	—	Q	—	—	Q	—	—	—	—	—	—	Q	—	—	—	Q	QA
水工闸门	G	—	—	—	QA	Q	—	—	Q	Q	Q	—	Q	—	Q	—	—	—	—	—	—	—
塔式进水口	G	G	—	—	QA	Q	Q	Q	Q	Q	GQ	—	Q	—	Q	—	—	—	Q	Q	Q	QA
护坦、消能工	G	—	—	—	Q	Q	Q	Q	Q	—	—	—	—	—	Q	Q	—	—	—	—	—	—
挡土结构、护岸	G	G	—	—	Q	—	—	Q	—	—	—	—	—	—	Q	—	—	—	Q	Q	Q	QA
渠道桥梁、渡槽	G	—	—	G	Q	—	—	Q	—	Q	—	—	Q	Q	Q	Q	—	—	Q	Q	—	QA
码头、船闸闸墙	G	G	—	—	QA	Q	Q	Q	Q	Q	—	—	—	—	Q	Q	—	—	Q	Q	Q	QA
升船机塔架	G	—	—	—	QA	Q	—	—	—	Q	GQ	—	Q	—	Q	Q	—	—	Q	Q	—	QA

注 G—永久作用；Q—可变作用；A—偶然作用。

3. 按引起结构的反应分

(1) 静态作用。指在结构上不产生加速度或产生的加速度可以忽略不计的作用。例如结构自重、水电站机组检修堆放在安装场的机件重。

(2) 动态作用。指在结构上产生不可忽略的加速度的作用，例如地震作用。对于这类作用，在进行结构分析时，应当考虑其动力效应，有的可以用乘一个动力系数的办法来考虑，有的则应采用结构动力学的方法来计算分析。

(三) 作用的概率模型

结构上的永久作用如恒载，在设计基准期 T 内，保持或近似保持恒定的量值，故可采用随机变量概率模型来描述。在结构可靠度分析中，常用随机变量的概率分布有正态分布、对数正态分布和极值 I 型分布。若用 X 表示随机变量，相应有关的概率分布函数 $F(x)$ 、密度函数 $f(x)$ 、均值 $E(X)$ 、方差 $D(X)$ 的计算公式如下：

1. 正态分布

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] dx \quad (1-7)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (1-8)$$

$$E(X) = \mu \quad (1-9)$$

$$D(X) = \sigma^2 \quad (1-10)$$

式中 μ 、 σ ——分别为 X 的均值、标准差。

2. 对数正态分布

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_0^x \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx \quad (1-11)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1-12)$$

$$E(X) = \exp\left[\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right] \quad (1-13)$$

$$D(X) = \exp(2\mu + \sigma^2)[\exp(\sigma^2) - 1] \quad (1-14)$$

式中 μ 、 σ ——分别为 $\ln X$ 的均值、标准差。

3. 极值 I 型分布

$$F(x) = \exp\{-\exp[-\alpha(x-u)]\} \quad (1-15)$$

$$f(x) = \alpha \cdot \exp[-\alpha(x-u)] \exp\{-\exp[-\alpha(x-u)]\} \quad (1-16)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma} \quad (1-17)$$

$$u = \mu - \frac{0.5772\cdots}{\alpha} \quad (1-18)$$

$$E(X) = \mu \quad (1-19)$$

$$D(X) = \sigma^2 \quad (1-20)$$

对于随时间变化的可变作用，则应采用随机过程的概率模型。由于目前对各类作用随机过程的样本函数（即实现）及其性质了解不多，为了简化分析，可以将各类可变作用按平稳的随机过程来考虑，如常用的作用随机过程有平稳二项随机过程、泊松随机过程和平稳正态随机过程。

因《水工统标》所采用的结构可靠度分析方法为一次二阶矩法（后面将介绍），该方法要求各种基本变量都是按随机变量概型来考虑的，故须将上述可变作用随机过程转化为是随机变量的设计基准期最大作用。若记可变作用随机过程为 $Q(t)$ ，设计基准期最大作用为 Q_T ，显然 $Q_T = \max Q(t)$ ，其中 $0 \leq t \leq T$ 。

对于风、雪压力以及天然河道、湖泊的静水压力等无人控制的为可变作用，在设计基准期内最大值的概率分布可用极值统计方法确定。极值统计法是将设计基准期 T 年分为 n 个时段，调查统计每个时段（ $\tau = T/n$ ）内作用最大值 Q_i （随机变量）的分布 $F_\tau(x)$ ，并假定各时段内的 Q_i 相互独立且具有相同的分布函数 $F_\tau(x)$ ，然后按最大值的极限分布原理，给出连续 n 个时段（相当于设计基准期 T 年）的作用最大值 Q_T 的分布 $F_T(x)$ 为

$$\begin{aligned}
F_T(x) &= P\{Q_T \leq x\} \\
&= P\{\max_{1 \leq i \leq n} Q_i \leq x\} \\
&= P\{Q_1 \leq x\} \cdot P\{Q_2 \leq x\} \cdots P\{Q_n \leq x\} \\
&= \prod_{i=1}^n P\{Q_i \leq x\} \\
&= [F_\tau(x)]^n \tag{1-21}
\end{aligned}$$

采用极值统计法进行数理统计分析的具体步骤如下：

(1) 将设计基准期分为 n 个时段， $\tau = \frac{T}{n}$ 。 τ 时段的选择，宜使每个时段的作用最大值相互独立。

(2) 对时段 τ 内的作用最大值 Q_i 进行调查统计，每个时段选一个作用最大值 Q_i ，取得 Q_i 的数据样本。

(3) 对 Q_i 的样本进行统计分析，计算统计参数估计值，作出样本的频数直方图，估计概率分布模型，并经概率分布模型的优度拟合检验，选定时段 τ 内的作用最大值概率分布函数 $F_\tau(x)$ 。

(4) 根据时段概率分布 $F_\tau(x)$ ，按式 (1-21) 计算设计基准期 T 内作用最大值 Q_T 的概率分布 $F_T(x)$ 。

(5) 由概率分布 $F_T(x)$ 推求设计基准期内作用最大值 Q_T 的统计参数——均值 μ_T 和标准差 σ_T 。

经过推导不难发现，当 $F_\tau(x)$ 符合极值 I 型分布时， $F_T(x)$ 也符合极值 I 型分布，其统计参数为

$$\mu_T = \mu_\tau + \frac{\ln(n)}{2} \tag{1-22}$$

$$\sigma_T = \sigma_\tau \tag{1-23}$$

式中 μ_τ 、 σ_τ ——分别为 Q_i 的均值和标准差。

二、材料性能的随机性分析

当结构或结构构件的尺度与用于测定其材料性能的试件的尺度相近时，结构或结构构件的材料性能用随机变量的概率模型即可给予很好的描述。而对于坝工建设中常遇到的涉及大范围（或称大尺度）的大体积混凝土、基岩、土体和大面积混凝土坝基胶结面、基础软弱结构面等，情况则不一样。因为人们能够进行试验用的试件大小受到试验加载能力、试样内部应力能否保持均匀性等客观条件的制约，不可能取得很大，这样单独一个试件也就无法包含足够多影响材料性能因素的种种随机性（偶然性），导致各试件试验结果的不定性、离散性。如果将大体积混凝土、基岩、土体和大面积混凝土坝基胶结面、基础软弱结构面等大尺度材料看作是由许多试件般大小的材料（可称小尺度材料）所构成的，则会发现大尺度材料内的性能是不均匀的，存在空间的变异性（即随空间位置变化）。这种材料性能的空间变异性显然不能用简单的随机变量就可以反映的，随机变量概率模型只能用来描述均

匀材料性能的随机性。

下面重点讨论水工结构中所常遇到的大尺度材料性能的随机性。

(一) 大尺度材料性能的概率模型

如上所述,实际工程对大尺度材料性能的了解,是建立在一系列小尺度试样的试验基础上的。由于各试样试验结果的离散,它表明当我们用试样尺度去观察大尺度材料时:①大尺度材料内任一部位的性能是不确定的,是个服从一定概率分布的随机变量;②大尺度材料的性能存在空间变异性,各部位的性能不完全相关。这两点说明大尺度材料相应于试样尺度下的任一性能是一个与空间位置矢径 \vec{r} 有关的随机函数,从概率理论上讲,也就是一个随机场,例如弹性模量随机场 $E_i(\vec{r})$ 。因此,对于大尺度材料,其性能应该采用随机场的概率模型来描述。

在一般情况下,描述大尺度材料性能的随机场模型的性质十分复杂。但对于同一地质单元内的基岩、土体、软弱结构面和混凝土坝基胶结面,以及预定同一配合比和同一施工条件的混凝土,由于影响它们性能的主要因素在空间各处相同,可以假定材料性能随机场具有以下性质:

(1) 统计均匀性。即随机场的统计特性(如均值和协方差)不随空间位置的变动而变化。满足这一性质的随机场称为平稳随机场。

(2) 统计各向同性。即随机场的统计特性不随空间位置坐标系的旋转而变动。

对于工程中会遇到的另一类材料——成层岩体、土体和碾压混凝土,本条性质应改为统计横观各向同性,亦即随机场的统计特性在层面各个方向相同。

(3) 各态历经性。即设想当试样数目取得足够多时,试验所得的材料性能可历经大尺度材料内任一部位处材料性能的所有可能数值。

(二) 材料抗剪(断)强度的统计参数估值方法

基岩、坝基胶结面、碾压混凝土层面等材料的抗剪强度是坝工设计中极其重要的影响因素,这里我们将特别就其有关统计参数的估值方法作一探讨。

1. 问题的提出

由于材料的强度试验的不可逆性,任一试块的抗剪(断)试验只能作一次,所得试验

结果只有一对 (σ_i, τ_i) ,其中 σ_i 为作用在剪切面上的法向应力, τ_i 为剪切面的抗剪(断)强度,下标 i 为试块编号(图1-3,图中试块为工程抗剪(断)试验所常采用的试块形式)。而根据莫尔—库仑准则,试块抗剪(断)强度参数有摩擦系数 f 和粘聚力 c 两个,对于 f 与 c 的确定,理论上需对该试块作两次以上的强度试验,但这又是不可能的。这样,任一试块的真实抗剪

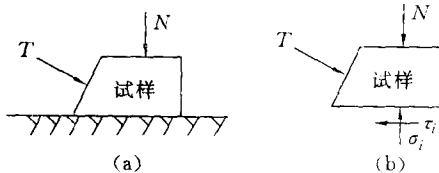


图 1-3 材料抗剪(断)试验示意图

(a) 试块加载示意图; (b) 试块受力图

(断)强度参数 f 与 c 事实上是不可获知的。因此,对于 f 与 c 的统计参数,我们不可能简单地应用数理统计所给出的样本参数估值方法按以下各式计算:

$$\bar{f} = E\{f\} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \quad (1-24)$$

$$\sigma_f^2 = E\{(f - \bar{f})^2\} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2 \quad (1-25)$$

$$\bar{c} = E\{c\} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i \quad (1-26)$$

$$\sigma_c^2 = E\{(c - \bar{c})^2\} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c})^2 \quad (1-27)$$

上式中 f_i 、 c_i ($i=1, 2, \dots, n$) 为试块 i 的抗剪(断)强度参数, n 为所做试验的试块总数。

在目前工程中,常用的一种做法是用一系列由不少于 4 个试块为一组分别整理所得的各组摩擦系数和粘聚力 $\bar{f}_1, \bar{c}_1, \bar{f}_2, \bar{c}_2, \dots, \bar{f}_m, \bar{c}_m$ (图 1-4, m 为分组数), 再按式 (1-24) ~ 式 (1-27) 来确定材料摩擦系数和粘聚力的均值和方差的。因为 \bar{f}_i, \bar{c}_i ($i=1, 2, \dots, m$) 是由各组试块抗剪(断)强度的平均值 $\bar{\tau}_i = \bar{f}_i \sigma + \bar{c}_i$ 求得的(图 1-4), 没有反映各组内试块抗剪强度的离散性。设想当各组内的试块数逐渐增多时, 由于试块均来自同一母体材料, 根据概率论, 各组试验所得的抗剪(断)强度平均值 $\bar{\tau}_i = \bar{f}_i \sigma + \bar{c}_i$ 一定趋于相同:

$$\lim_{m_1 \rightarrow \infty} \bar{\tau}_1 = \lim_{m_2 \rightarrow \infty} \bar{\tau}_2 = \dots = \lim_{m_m \rightarrow \infty} \bar{\tau}_m = \bar{\tau} = \bar{f} \sigma + \bar{c}$$

从而

$$\lim_{m_1 \rightarrow \infty} \bar{f}_1 = \lim_{m_2 \rightarrow \infty} \bar{f}_2 = \dots = \lim_{m_m \rightarrow \infty} \bar{f}_m = \bar{f} \quad (1-28)$$

$$\lim_{m_1 \rightarrow \infty} \bar{c}_1 = \lim_{m_2 \rightarrow \infty} \bar{c}_2 = \dots = \lim_{m_m \rightarrow \infty} \bar{c}_m = \bar{c} \quad (1-29)$$

上式中 m_i ($i=1, 2, \dots, m$) 表示第 i 组内的试块数。

上两式表明, 各组之间的摩擦系数和粘聚力的差异只不过是各组内试块数采用不多而人为造成的一种假想。当各组内的试块数很大时, 相应于各组的摩擦系数 $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_m$ 与粘聚力 $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \dots, \bar{c}_m$ 均分别趋于相同, 它们各自的理论值(极限值)并不分散。这样, 若再由它们来分析摩擦系数和粘聚力的统计参数, 显然是不正确的。

这里我们将应用前述材料性能随机场的性质, 直接由一系列实测的试块抗剪(断)试验结果 $(\sigma_1, \tau_1), (\sigma_2, \tau_2), \dots, (\sigma_n, \tau_n)$, 推导出材料抗剪(断)强度的统计参数估值公式。

设 $(\sigma_1, \tau_1), (\sigma_2, \tau_2), \dots, (\sigma_n, \tau_n)$ 来自同一母体材料, 其中 σ_i 不全相同, 则根据用来描述大尺度材料性能的随机场所具有的统计均匀性和各态历经性, 这 n 对不同试块的试验结果可看成是大尺度材料内任一部位材料的 n 次试验结果, 亦即大尺度材料内任一部位材料关于抗剪(断)强度 τ 与法向应力 σ 相关关系的一个样本。另外, 根据莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)准则, 并假定摩擦系数与粘聚力相互独立, 材料抗剪(断)强度 τ 与法向正应力

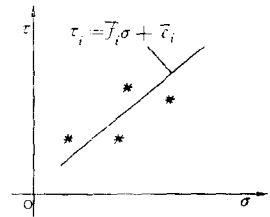


图 1-4 第 i 组抗剪(断)试验 $\tau \sim \sigma$ 关系示意图

σ 存在以下相关关系:

$$\tau = f\sigma + c \quad (1-30)$$

$$\bar{\tau}_0 = \bar{f}\sigma + \bar{c} \quad (1-31)$$

$$\sigma_\tau^2 = \sigma_\sigma^2 \sigma^2 + \sigma_c^2 \quad (1-32)$$

其中 f 、 c 、 τ 均为随机变量, σ 为确定性变量, $\bar{\tau}_0 = E(\tau)$ 为 τ 的均值, $\sigma_\tau^2 = E[(\tau - \bar{\tau})^2]$ 为 τ 的方差。于是, 最后所需解决的问题归结为: 已知一组样本 (σ_1, τ_1) 、 (σ_2, τ_2) 、 \dots 、 (σ_n, τ_n) , 其中 σ_1 、 σ_2 、 \dots 、 σ_n 不全相同, τ_1 、 τ_2 、 \dots 、 τ_n 相互独立, 试根据式 (1-30) ~ (1-32) 确定 f 与 c 的均值与方差—— \bar{f} 、 \bar{c} 与 σ_f^2 、 σ_c^2 (图 1-5)。

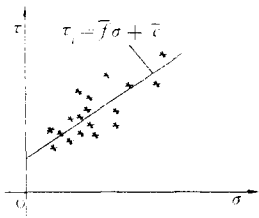


图 1-5 材料抗剪 (断) 试验 $\tau \sim \sigma$ 关系示意图

这个问题数学上属于线性回归, 然而它与通常所讲的线性回归 $y = a + bx + \epsilon$ (a 、 b 为常数, x 为确定性自变量, ϵ 为与 x 无关的随机变量) 是不同的。在这里, 随机自变量有两个: f 与 c , 而通常的线性回归只有一个随机自变量 ϵ , 因而也就不可以采用现成的线性回归公式求解上述问题 [顺便提及, 采用 $y = a + bx + \epsilon$ 的模式即 $\tau = a + b\sigma + \epsilon$ 来对 (σ_i, τ_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) 进行回归是不妥的]。

2. 均值 \bar{f} 、 \bar{c} 的估值方法

由于 $\bar{\tau}_0 = \bar{f}\sigma + \bar{c}$ 反映的是材料抗剪 (断) 强度 τ 的平均情况, 可以考虑应用最小二乘法:

$$S = \sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{f}\sigma_i - \bar{c})^2 = \min$$

或

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial \bar{f}} = -2 \sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{f}\sigma_i - \bar{c})\sigma_i = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial \bar{c}} = -2 \sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{f}\sigma_i - \bar{c}) = 0 \end{cases}$$

得均值 \bar{f} 与 \bar{c} 的估值公式分别为

$$\hat{f} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i \tau_i - n \bar{\sigma} \bar{\tau}}{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 - n \bar{\sigma}^2} = \sum_{i=1}^n d_i \tau_i \quad (1-33)$$

$$\hat{c} = \bar{\tau} - \hat{f} \bar{\sigma} \quad (1-34)$$

式中 \hat{f} 、 \hat{c} ——分别为 \bar{f} 、 \bar{c} 的估计。

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i, \bar{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i, d_i = \frac{\sigma_i - \bar{\sigma}}{\sum_{j=1}^n (\sigma_j - \bar{\sigma})^2}$$

容易证明 \hat{f} 、 \hat{c} 均分别是 \bar{f} 、 \bar{c} 的无偏估计。因此采用式 (1-33)、式 (1-34) 来计算摩擦系数与粘聚力的均值是适宜的。