

高中版

学生
数学

疑难

一点通

NINGNAN YIDIANTONG

赖发均 主编

四川科学技术出版社

学生	英语	疑难一点通 (初中版)
学生	英语	疑难一点通 (高中版)
学生	数学	疑难一点通 (初中版)
学生	数学	疑难一点通 (高中版)
学生	物理	疑难一点通 (初中版)
学生	物理	疑难一点通 (高中版)
学生	化学	疑难一点通 (初中版)
学生	化学	疑难一点通 (高中版)

XUESHENG SHUXUE

学生 数学 **疑难** 一点通

高中版

NINGNAN YIDIANTONG

★ 名师指点卷卷有益

★ [思路] [点评] 疑难即通

ISBN 7-5364-4989-5



787536 449893 >

ISBN 7-5364-4989-5/G·934

定价: 17.00元

学生数学疑难一点通

(高中版)

主 编 赖发均



四川科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

学生数学疑难一点通:高中版/赖发均主编.-成都:
四川科学技术出版社,2002.8

ISBN 7-5364-4989-5

I.学… II.吴… III.数学课-高中-教学参考
资料 IV.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 036437 号

学生数学疑难一点道(高中版)

主 编 赖发均
责任编辑 李蓉君 何 光
封面设计 韩健勇
版面设计 康永光
责任出版 周红君
出版发行 四川科学技术出版社
成都盐道街3号 邮政编码 610012
开 本 787mm×1092mm 1/36
印张 14 字数 380 千 插页 1
印 刷 四川新华印刷厂
版 次 2002 年 8 月成都第一版
印 次 2002 年 8 月成都第一次印刷
印 数 1-5 000 册
定 价 17.00 元
ISBN 7-5364-4989-5/G·934

■ 版权所有·翻印必究 ■

■ 本书如有缺页、破损、装订错误,请寄回印刷厂调换。

■ 如需购本书,请与本社邮购组联系。

地址/成都市盐道街3号

邮政编码/610012

《学生疑难一点通》丛书编委会

主 编 王文全 赖发均 万菊平

副主编 宫 健

编委成员(以姓氏笔划为序)

卢 山 叶红梅 刘 嘉

李正容 吴宗平 杨为民

范颖珍 黄泽恒 龚崇渊

《学生数学疑难一点通》(高中版)编委会

主编 赖发均

编委 吴 姝(第一部分,第二部分,第六部分)

林智深(第三,十二,十三部分)

朱 敏(第四,五部分)

田大理(第七,八部分)

李菲菲(第九部分)

周祝光(第十,十一,十六部分)

简洪全(第十四,十五部分)

序

问题是科学的灵魂。

没有问题就没有知识,也没有科学。

同学们在学习过程中,不论是基础知识的形成,还是基本技能的掌握,或者是基本能力的培养,都会遇到很多疑难问题,这些疑难问题不解决,就会极大地阻碍思维的发展,严重地影响能力的提高,从而挫伤和削弱学习的自信心。

同学们在学习过程中需要专家引导,需要名师点拨。为此,我们请来了长期在教育战线辛苦工作的特级教师、学科带头人、骨干教师用他们丰富的教学经验和对同学们的热爱,编写了这套《学生疑难一点通》的解疑与指导性丛书,全书分为八册,涵盖中学英语、数学、物理、化学初中和高中学习中的各种知识点和疑难问题。

首先,老师们将同学在整个中学的学习过程中所遇到的疑难问题、重点和关键问题,一律用问题的形式提出,使同学们能方便地查找。然后,老师和你一起分析该问题的求解思路,告诉你求解的方法,这些方法既是巧思妙解,又具有常规性和普遍意义。为了让同学们更好地理解 and 掌握这些方法,老师列举了若干例题。例题是这一问题的代表,具有以点带面的作用。同学们定会在这些例题及解答过程中获得知识的素养。最后,老师用简炼的语言,对这一问题及求解的思想和方法给予点评和一般概括,指出问题的知识背景,产生过程,发展方向以及解决这一问题所需要的主要公式、定理和纠错方

法。

伴随着素质教育的推进,新的教学大纲和新的教材内容更加注重培养学生的能力和素质、高考和中考更加注意选择能体现能力和素质,能反映当前社会生活和实际需要的问题,我们这套丛书就是遵循新大纲的要求,将新教材的全部内容按知识系统的先后顺序,结合当前高考和中考的发展方向而设计和编写的,它适应了目前社会的形势与发展,体现了高考和中考对能力的要求,也照顾了不同层次学生的要求,适用于中学生任一阶段的学习。

我们以真诚奉献给素质教育,以本套丛书丰富的内涵惠赠读者,但愿它能开启你的智慧之门,增强你的竞争能力。以有备之势,傲立潮头,迎接挑战,圆你一个大学梦!

丛书编委会

二〇〇二年八月

前 言

近年来,随着科学、文化教育事业的发展,高考改革不断深化,现行高考已从以知识立意命题转变为以能力立意命题,广大中学生热切希望有一部以问题为中心的、比较系统的、实用的工具书。为此,我们结合新编教学大纲,在总结我国中学数学教学实践的基础上,广泛吸收各方面的精华,编写了这部适合中学生学习又能体现当代中学数学课程发展特点的工具书。

本书以问题为中心,内容包括集合与简易逻辑、函数、数列、三角函数、平面向量、不等式、直线和圆、圆锥曲线、直线平面与简单几何、排列与组合、概率与统计、极限与导数、微积分、复数等十六部分,主要供中学生学习时使用,也可供广大数学爱好者参考。

作者编纂本书时,力求体现下列特点:

1. 从解决问题方法的角度,结合新编高中各年级的课本内容,从千变万化的中学数学题海中,结合学生的实际情况,归纳出学生学习中常见的主要疑难问题。

2. 各章以疑难问题为主线,注重分析解决问题的思路,通过解决具体的、有广泛性和代表性数学问题,揭示解决问题的方法,使读者通过具体问题的解决来掌握解决问题的一般方法,同时学会思考和分析问题。

3. 注意问题归类,以典型带一般,问题编排分类清楚,条理分明,各类问题配以典型例题,加以分析、解答和点评,使读者举一反三

三,触类旁通。

由于我们水平有限,选材和释文可能有疏漏和不当之处,热诚地欢迎读者批评指正。

编 者

2002年8月

目 录

第一部分 集合与简易逻辑	1
一、集合中的疑难问题	1
1. 怎样理解集合的概念?	1
2. 怎样表示集合?	3
3. 怎样求集合的子集和计算子集的个数?	4
4. 怎样进行交、并、补运算?	5
5. 怎样用集合的思想和方法解题?	6
6. 怎样求集合中字母的值?	8
二、简易逻辑中的疑难问题	10
1. 怎样学习复合命题及真值表?	10
2. 怎样写一个命题的否命题?	12
3. 怎样用逆否命题的思想解题?	13
4. 怎样判断充要条件?	14
5. 哪些问题可用反证法求解?	16
第二部分 函数中的疑难问题	18
1. 怎样理解映射的概念?	18
2. 怎样用映射的观点理解函数的概念?	19
3. 怎样求函数的解析式?	21
4. 怎样判断函数的单调性或求函数的单调区间?	23
5. 怎样判断函数的奇偶性?	25
6. 怎样学习反函数的概念和性质?	27

7. 怎样求反函数?	29
8. 怎样求函数的定义域?	30
9. 怎样求函数的值域?	32
10. 怎样作函数的图像?	34
11. 怎样学习对数?	37
12. 怎样学习指数函数和对数函数?	39
13. 怎样学习二次函数?	40
14. 怎样解指数方程和对数方程?	44
15. 怎样学习复合函数?	46
16. 怎样讨论复合函数的单调性?	47
第三部分 数 列	50
一、数列概念中的疑难问题	50
1. 怎样区别数列中的项与集合中的元素?	50
2. 怎样确定数列中的某一项?	50
3. 怎样根据数列的前几项, 写出数列的通项公式?	51
二、等差数列中的疑难问题	53
1. 怎样理解等差数列的概念?	53
2. 怎样判断一些等差数列命题的真假?	54
3. 怎样证明一数列是等差数列?	59
4. 怎样判断通项 a_n 与前 n 项和 S_n 的关系?	60
三、等比数列中的疑难问题	63
1. 怎样理解 $a_n + 1 = a_n q (n \in \mathbb{N}, q \text{ 为常数})$ 的数列 $\{a_n\}$ 不一定是等	63
2. 怎样理解等比中项与等差中项的差异?	64
3. 怎样理解求和中的错位相减法?	66

4. 怎样求 $1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \cdots + \frac{1}{a^n}$ 式子的和?	67
第四部分 三角函数	74
一、任意角三角函数定义中的疑难问题	74
1. 怎样表示任意角?	74
2. 怎样根据三角函数定义确定函数值?	77
二、三角变换中的疑难问题	82
1. 怎样用同角三角函数的基本关系?	82
2. 怎样通过三角函数变换求值?	88
3. 怎样化简三角函数式?	96
4. 怎样证明三角等式?	100
三、三角函数性质与图像中的疑难问题	106
1. 怎样进行三角函数的图像变换?	106
2. 怎样应用三角函数的性质?	111
3. 怎样已知三角函数值求角?	121
第五部分 平面向量	126
一、向量的概念与运算中的疑难问题	126
1. 怎样正确地理解与表示向量?	126
2. 怎样进行向量的加减法运算?	129
3. 怎样进行实数与向量的积的运算?	134
4. 怎样用坐标表示平面向量和其运算?	139
5. 怎样运用定比分点公式?	143
6. 怎样计算向量的数量积和用其性质解决相关的几何问题?	146
7. 怎样求平移向量与函数表达式?	150
二、有关三角形中的疑难问题	153

1. 怎样解斜三角形与有关的应用问题?	153
第六部分 不等式中的疑难问题	158
1. 怎样解高次不等式?	158
2. 解无理不等式的方法有哪些?	159
3. 怎样解含绝对值的不等式?	162
4. 怎样解指数不等式和对数不等式?	163
5. 怎样解含参数的不等式?	165
6. 在不等式证明中何时使用分析法?	168
7. 在不等式的证明中如何使用放缩法?	169
8. 在不等式证明中如何使用主元判别式法?	172
9. 怎样把方程根的讨论转化为不等式(组)的求解问题? ...	173
10. 怎样用均值不等式求函数的最值?	175
第七部分 直线和圆的方程	179
一、直线方程中的疑难问题	179
1. 怎样计算含参直线的倾斜角及倾斜角的范围?	179
2. 怎样才能正确求出直线方程?	181
3. 怎样解决与直线有关的最值问题?	183
4. 怎样解答含参数的两直线平行或垂直的问题?	186
5. 怎样计算两直线的交角, 两平行直线间的距离?	188
6. 怎样解决直线过定点的问题?	191
7. 怎样正确地判断二元一次不等式所表示的平面区域, 理解线性规划中可行解与最优解的问题?	193
二、圆方程中的疑难问题	196
1. 怎样求与圆有关的参数的范围?	196
2. 怎样保证所求曲线方程的纯粹性和完备性?	199

第八部分 圆锥曲线方程中的疑难问题	203
1. 怎样利用圆锥曲线定义解题?	203
2. 怎样用好椭圆的标准方程解题?	205
3. 怎样用好双曲线的渐近线方程解题?	208
4. 怎样用好抛物线的标准方程解题,防止以偏概全?	212
5. 怎样通过转换思路,化难为易解答圆锥曲线的有关综合问题?	215
6. 怎样在代入法求轨迹的问题中较正确的寻找目标点 $P(x, y)$ (即动点) 的相关点?	219
第九部分 立体几何	223
一、共面问题中的疑难问题	223
1. 怎样证明共面问题?	223
2. 怎样证明点共线和线共点?	225
二、证明平行关系中的疑难问题	227
1. 怎样证明线线平行?	227
2. 怎样证明线面平行?	229
3. 怎样证明面面平行?	231
三、垂直关系中的疑难问题	232
1. 怎样证明线线垂直?	232
2. 怎样证明线面垂直?	235
3. 怎样证明面面垂直?	237
四、空间角中的疑难问题	239
1. 怎样求两条异面直线所成的角?	239
2. 怎样求直线和平面所成的角?	242
3. 怎样求二面角的平面角?	244

五、求空间距离中的疑难问题	246
1. 怎样求点到平面的距离?	246
2. 怎样求异面直线间的距离?	251
六、体积问题中的疑难问题	254
七、最值问题中的疑难问题	257
八、与立体几何组合计数有关的疑难问题	262
第十部分 排列与组合	266
一、两个基本原理中的疑难问题	266
1. 怎样利用加法原理解题?	266
2. 怎样利用乘法原理解题?	267
3. 怎样将加法原理和乘法原理结合起来解决复杂问题? ...	269
二、排列与排列数公式中的疑难问题	270
1. 怎样计算、证明、化简与排列数有关问题?	270
2. 怎样解决排列问题?	273
三、组合与组合数中的疑难问题	276
1. 怎样解与组合数有关的问题?	276
2. 怎样解组合的应用问题?	279
3. 怎样解排列与组合混合问题?	282
四、二项式定理中的疑难问题	285
1. 怎样解与二项展开式系数和项数有关的问题?	285
2. 怎样求三项展开式中的指定项?	288
3. 怎样求多项式系数和有关的问题?	289
4. 怎样运用二项式定理解决问题?	291
第十一部分 概率与统计	294
一、概率中的疑难问题	294

1. 怎样理解随机变量、离散随机变量、连续型随机变量的概念?	294
2. 怎样求随机变量的概率分布?	295
3. 怎样运用离散型随机变量分布列的性质?	298
4. 怎样运用概率密度函数和曲线的性质?	299
5. 怎样求离散型随机变量的期望?	301
6. 怎样求离散型随机变量的方差与标准差?	302
二、统计中的疑难问题	303
1. 抽样中的疑难问题	303
2. 怎样抽样?	304
第十二部分 极 限	306
一、数列极限	306
1. 怎样理解极限的概念?	306
2. 怎样理解 $\epsilon - N$ 定义中 ϵ 的任意性?	307
3. 怎样理解极限的运算法则?	309
4. 怎样理解无穷数列各项的和 S 与其前 n 项的和 S_n 之间有何关系?	311
5. 怎样理解数列极限与函数极限的差别?	316
6. 怎样理解和应用两个重要极限?	318
第十三部分 数学归纳法	320
1. 怎样理解数学归纳法里包含的递推思想?	320
2. 怎样理解数学归纳法两个步骤间的关系?	321
3. 怎样证好数学归纳法中的第二步?	322
4. 怎样判断从 k 到 $k+1$ 增加的项?	327
5. 怎样用数学归纳法证不等式?	333
第十四部分 导数与微分	337