Ю.П. 佩特罗夫

电力拖动的最佳控制

科学出版社

电力拖动的最佳控制

Ю. П. 佩特罗夫 著

马成业 杨自厚 译

科 学 出 版 社

Ю. П. ПЕТРОВ
ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ
Государственное энергетическое издательство
1961

内容簡介

本书研究了寻求能保证电力拖动有最好的工作效果的电力拖动控制方法问题，闡述了各种类型的直流和交流电力拖动的最佳控制规律.

本书可供从事电力拖动和自动控制领域内工作的工程师，以及电工类和动力类高等工业学校的高年级学生参考.

电力拖动的最佳控制

[苏] Ю. П. 佩特罗夫 著
马成业 杨自厚 译

*

科学出版社 出版
北京朝阳門内大街 117 号
北京市书刊出版业營业許可証出字第 061 号
中国科学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1965 年 11 月第 一 版 开本：850×1168 1/32
1965 年 11 月第一次印刷 印张：5 1/8
印数：0001—4,300 字数：131,000

統一书号：15031 · 212
本社书号：3336 · 15—5

定价：[科六] 0.80 元

序　言

最佳控制理论问题，可以认为是过渡过程古典理论问题的演变．古典理论是研究在给定的外部作用下，控制对象中所进行的过程的．而最佳控制理论，则是探讨应当加给对象以什么样的外部作用(控制)，才能使其中的过程按最佳的方式进行．问题的这样提法的实际意义,是十分明显的．虽然,最佳控制理论只不过是在近年来才开始发展起来的,但是它所取得的成果,对工程师来说具有重要的意义．

本书研究了有关电力拖动系统最佳控制的问题．这一问题具有重大的国民经济意义．因为在国内生产电能的主要部分，都耗费于各种生产机械的电力拖动系统．工业上的劳动生产率的提高,在很大的程度上取决于电力拖动系统的生产率的提高．同时,电力拖动系统的生产率,通常又与它的控制规律有关,而在改换成最佳控制的条件下,生产率就能得到显著的提高．

从数学观点看来,确定最佳控制,就归结为求出使某一泛函具有极值的函数．已经有经过很好地研究了的数学工具，能解决这类问题．这就是变分法．在电力拖动系统的计算中，只是在近年来才开始应用变分法（Б. Л. 达维多夫，1950 年，К. И. 科热夫尼科夫和 Е. А. 罗津曼，1956—1957 年间）．在这以前，寻求最佳控制规律，都是在直观概念的基础上，单凭经验的方法来达到，而沒有经过确切的证明．在这一类方案中，有一些是接近最佳规律的,而另外的一些情况，单凭经验的解决方法，已导致了错误的结果．

当然，不应当作出这样的结论：可以立刻在各处都改换成最佳控制．可以指出,最佳规律的实现,是会受到自动控制系统可能性的制约的．在这种情况下,通晓最佳规律,就能够正确地拟定应

当在哪一方面来改善控制系统，以使它不会限制执行电动机所具有的可能性.

在本书中叙述了 К. И. 科热夫尼科夫，Е. А. 罗津曼，Л. В. 卡尔纽申，Ш. Ш. 哈米托夫等人的研究结果(在静转矩恆定情况下，带他激直流电动机的电力拖动系统)，以及作者得出的一些结果(阻力矩依转速和依行程变化的电力拖动系统，磁通随电枢电流改变的电力拖动系统，带异步电动机的电力拖动系统). 这些结果，有一部分从前曾在期刊上发表过，有一部分是第一次发表.

在实际的电力拖动系统中，总是存在有对控制作用和坐标的大小的限制(绕组中电流大小的限制，电动机本身或生产机械的速度和加速度大小的限制等等). 因此，在最佳控制理论中产生的变分法问题，通常都是单向变分问题. 近年来，创制了特殊的专门工具(动态规划，极大値原理)，解决类似的问题，这类问题有时也叫作"非古典"变分问题. 可是，应当指出，在古典变分学的领域內，对于带有边界限制的问题，也给予很大注意(爱德曼，1877 年，А. А. 马尔科夫，1889 年，切尔麦洛，1902 年). 在本书中，寻求最佳控制，采用了变分学的方法. 这些方法并不比计算过渡过程的传统方法更复杂. 人们对这些方法所以不习惯，仅仅是由于在电力拖动领域內，很少应用变分法. 为了读者方便起见，书末附有附录，其中列出变分法的公式和定理. 这些公式和定理，足以帮助读者顺利解决最佳控制问题.

本书中所研究的计算例题，自然不可能把实际中碰到的所有各种型式的电力拖动系统和某种具体生产机械的性能所附加的限制，都概括无遗. 本书的主要目的是指出求解最佳控制问题方法的作用. 在每一个别场合下，工程师采用本书中给出的变分方法，都可以计算出这一具体电力拖动系统的最佳控制规律.

作者在此向苏联科学院以 В. А. 斯捷克洛夫命名的数学研究所列宁格勒分所的同事们，表示深切的谢意，感谢他们对本书手稿提出的很多宝贵意见.

Ю. 佩特罗夫

原书編者的話

利用自动控制系统，使工艺过程最佳化的问题，现在已经具有更加重要的意义. 由于这个缘故,近年来,最佳自动控制系统理论得到了发展.

最佳化的任务，在理论上是求表征某种质量的技术或经济指标(效率,生产率,成本等等)的某些泛函的极小(或极大). 解决这类问题的数学工具是变分法.

本书作者应用变分学的古典方法，解决了一系列电力拖动控制方面的问题.作者找出了能最充分利用电动机的最大可能性,并能保证其最高生产率的电动机控制作用. Ю. П. 佩特罗夫发展了 Б. Л. 达维多夫，К. И. 科热夫尼科夫和 Е. А. 罗津曼以及其它人的工作.

不能不指出，本书包含许多值得商榷的论点，并且沒有摆脱方法上的缺陷. 譬如,在很多情况下,问题的提法是缺乏足够根据的;而引用的一些例子,也有些造作. 可惜,作者所提出的结果,沒有在实际情况下进行验证，因此应当愼重对待作者所得出的某些数量评定.

还需要记住，作者所研究的全部是电动机本身的状态. 实际上,最佳的条件,是更加复杂的,因为需要考虑调节系统的投资,它的电能消耗等等.

总之,出版 Ю. П. 佩特罗夫的著作,无疑是适宜的,因为其中包含一些新内容，这些內容对于在电力拖动领域內工作的工程师是有益处的.

B. 谢苗諾夫

目　录

第 一 章

直流电动机在电动机磁通恒定情况下的最佳控制

1. 相对单位

为阐述简明起见，按照通常的习惯，本书采用相对单位制。

电力拖动系统的基本方程式——轴上的转矩平衡方程式：

$$C_{\Phi}\Phi_{дв}I = J\frac{d\omega}{dt} + M_{c}, \tag{1}$$

式中 I——电动机电枢电流；

$\Phi_{дв}$——磁通；

C_{Φ}——常数；

J——电动机和执行机构折算到电动机轴上的惯性矩；

ω——电动机轴的转速；

M_{c}——执行机构的阻转矩；

t——时间。

对于电枢电流、磁通、转矩和转速，分别取其额定值作为基值，而时间 t 则用时间常数 $T_{м}$ 的标么值来表示。时间常数由如下等式来确定：

$$T_{м} = \frac{J\omega_{н}}{M_{н}},$$

或者，考虑到在电气设备目录中示出的不是惯性矩 J，而是飞輪矩 GD^2，则由下列等式来确定：

$$T_{м} = \frac{GD^2 n_{н}}{375 M_{н}}\,[秒],$$

式中　GD^2——电力拖动系统折算到电动机轴上的飞輪矩，公斤·米^2；

$n_н$——额定转速，转/分；

$M_н$——电动机的额定转矩，公斤·米.

在这样选择单位的条件下，方程式(1)具有如下形式：

$$i\Phi = \frac{dv}{d\tau} + \mu, \tag{2}$$

式中

$$i = \frac{I}{I_н}; \qquad v = \frac{\omega}{\omega_н}; \qquad \tau = \frac{t}{T_м};$$

$$\Phi = \frac{\Phi_{дв}}{\Phi_н}; \qquad \mu = \frac{M_c}{M_н}.$$

在本章中，将只是研究其磁通保持恆定且等于额定值情况下的电动机. 这时方程式(2)将简化而具有如下形式：

$$i = v' + \mu. \tag{3}$$

找出移动行程和热量的单位.

选取执行机构在电动机额定转速下，在 $t = T_м$ 时间内所经过的行程，作为行程的单位. 这时，相对单位的移动行程，以如下的积分来表示：

$$\alpha = \int_0^T v d\tau. \tag{4}$$

如果，选取轴在额定转速下，在 $t = T_м$ 时间内所转过的角度，作为转角的单位，则转角也可用同一个积分(4)来表示. 这样一来，α 既可以是移动行程，也可以是转角(在这两种情况下，都是以相对单位表示的).

我们选取在电枢绕组中电枢电流等于额定值时，在 $t = T_м$ 时间内所产生的热量，作为热量单位. 在这样选用单位的情况下，电枢中在时间 T 之内所产生的热量，以如下的积分来表示：

$$Q = \int_0^T i^2 d\tau. \tag{5}$$

2. 最佳控制問題的提出

为了寻求最好的控制，必须預先选取一定的电力拖动系统运转效果的判据，以及阐明是哪些条件限制了电力拖动系统中过渡过程进行的特性.

可以把电力拖动系统划分为两种基本类型. 第一类电力拖动系统保证执行机构的位移；属于这一类的有运输装置，卷扬机和电梯，轧钢机的辅助机械以及许多其它的拖动系统. 用积分(4)的值，作为第一类电力拖动系统运转效果的量度.

属于第二类的是，实现执行机构转速变化的电力拖动系统，例如各种起动机，燃气輪机的加速电动机等等. 在时间T之內的转速变化值，或者以积分形式表示的积分值：

$$\Delta v = \int_0^T v' d\tau \tag{6}$$

是第二类电力拖动系统运转效果的量度.

由于第一类电力拖动系统，显然比第二类电力拖动系统具有更广泛的普及性，所以在本书中每当未特别说明这一点时，电力拖动系统这个词都是指第一类电力拖动系统.

我们研究加给电动机转速和电枢电流的限制. 机械強度的条件，以及供电发电机的饱和，都给最大转速以限制. 它不应超过某一最大容许值：

$$v \leqslant v_0. \tag{7}$$

换向器上的整流条件，给电枢电流值以限制. 一般说来，由于整流条件依赖于转速，所以应当满足如下的不等式：

$$i \leqslant f(v). \tag{8}$$

常常不考虑整流条件与转速的依赖关系，而把限制(8)写成简化的形式. 这时，电枢电流的模数是受限制的：

$$|i| \leqslant i_m. \tag{9}$$

极其重要的是关于发热的限制，关于绕组绝缘最大允许温度的限制.

绝缘的温度取决于电动机內部损耗和它的散热率．在电动机的损耗中，暂时还只是考虑电枢铜耗．设电动机的散热率与转速无关，同时按照平均损耗法考虑它．在这样的假定下，关于发热的限制，归结为满足如下的不等式

$$\int_0^T i^2 d\tau \leqslant Q_0, \tag{10}$$

式中 Q_0——最大允许发热量，即在电枢绕组中，在时间T之內产生这些热量，还不致使绝缘过热．

Q_0的值取决于电力拖动系统的运转条件．在连续运转状态下，$Q_0 = T$．如果电动机交替地运转和停歇，则$Q_0 > T$，并且依赖于电动机在停歇时间內得以冷却到怎样的程度．确定Q_0的方法，在电力拖动手册中有所说明．

在进一步的阐述过程中，将研究一些更加准确的发热限制．除电枢铜耗之外，还将考虑电动机的其它损耗，以及散热率与转速的关系．考虑到写成不等式(10)形式的发热限制的最佳控制规律，并未因为这些限制条件更加准确，而引起显著的改变．

在方程式(3)中，阻力矩μ是给定的函数，而电枢电流和转速，我们可以用调节电动机端电压的方法加以控制．自然，这就发生最佳控制问题，即在满足不等式(7)—(10)的条件下，达到电力拖动系统运转的最高指标的控制．

根据工艺过程要求，可以按照不同的方式提出最佳控制问题．例如，对于第一类电力拖动系统，可能有下列三种提法：

1．最佳控制应当保证执行机构，在给定的电枢损耗和满足由工艺过程要求所决定的不等式(7)—(9)的条件下，在时间T之內获得最大可能的位移．

2．最佳控制应当保证，执行机构在时间T之內完成给定的位移，并且遵守不等式(7)—(9)的条件下，具有可能的最小电枢损耗．

3．最佳控制应当保证，在给定的电枢损耗和满足不等式(7)—(9)的条件下，能以最短的时间完成给定的位移．这样的控制，通常叫作快速作用的最佳控制．

对于第二类电力拖动系统，只要在上列的各提法中，用"转速变化"代替"位移"就行了.

以后将要证明，这三种提法是一致的，也就是符合于最佳控制问题第一种提法的控制规律，也同样符合于第二种提法和第三种提法. 因此，在求解最佳控制问题时，可以按任何一种提法去求解. 通常，第一种提法是最方便的.

应当注意，在"最佳控制"一词中，一般说来可以赋予各种不同的內容. 在本书中，我们将遵循上述的定义.

关于求解最佳控制问题，就是指寻求能保证电力拖动系统获得最好的运行指标的函数 $i(\tau)$ 和 $v(\tau)$. 考虑到上面说过的关于各种提法的一致性，第一类电力拖动系统的最佳控制问题，可以表达为如下的数学提法:

找出在给定的积分(5)、联系方程式(3)，以及满足不等式(7)—(9)的条件下，能使积分(4)给出极大值的函数 $i(\tau)$ 和 $v(\tau)$.

对于第二类电力拖动系统，函数 $i(\tau)$ 和 $v(\tau)$ 在同样条件下，不是使积分(4)而是使积分(6)能给出极大值.

于是，寻求电力拖动系统最佳控制的问题，就归结为求解变分法的拉格朗日一般问题，使它变得复杂的乃是由于具有不等式(7)—(9)，常常只可能是单向变分.

在变分法的一般问题中，沒有不等式形式的限制，使之具有极值的被求函数，应当满足欧拉方程，它能使我们眞正求出被求函数——极值曲线. 与此不同，在单向变分问题中，能遇到三种不同的可能. 不等式(7)—(9)以及由各种生产机械工艺过程要求所决定的其它一些不等式，限定某一个区域，我们所要寻求的函数 $i(\tau)$ 和 $v(\tau)$ 只可能处在这个区域以內. 由于这个缘故，欧拉方程的解(极值曲线)如何处在变量 i 和 v 的容许变化区域內，能碰到下列几种可能:

1. 极值曲线全部处在容许区域之內. 在这种情况下，最佳控制问题的解，用变分法的普通方法来求，而不等式(7)—(9)，对于解沒有影响.

2. 极值曲线全部处在容许区域之外. 在这种情况下，沿着容许区域的边界进行的控制，便是最佳控制，也就是在这种场合下，被求函数 $i(\tau)$ 和 $\nu(\tau)$ 就是边界曲线.

3. 极值曲线穿过容许区域的边界. 在这种情况下，解是由一些极值曲线段和一些边界曲线段“连接”起来的.

这样一来，最佳控制问题的解，应当从求极值曲线开始，也就是不考虑限制(7)—(9)来求解问题. 然后，应当研究极值曲线是否伸展到容许区域之外.

以下几节，我们研究电力拖动系统不考虑限制(7)—(9)的最佳控制，然后再转来研究必须考虑这些限制的更复杂的情况.

3. 在阻轉矩恆定情况下的最佳电流图

代换积分(5)中的变量，则寻求最佳控制的问题可以简化. 把方程式(3)的电流值代入表达式(5)中，得出问题的下列提法：在给定的积分值

$$Q_0 = \int_0^T (\nu' + \mu)^2 d\tau \tag{11}$$

下，找出使积分(4)具有极大値的函数 $\nu(\tau)$.

这是变分法的等周问题. 大家都知道(参看附录)，未知函数 $\nu(\tau)$ 应当满足的必要条件，是使中间函数 F 的欧拉方程成立:

$$\frac{\partial F}{\partial \nu} - \frac{d}{d\tau}\frac{\partial F}{\partial \nu'} = 0.$$

中间函数 F 由如下等式来确定:

$$F = \nu - \lambda_0(\nu' + \mu)^2, \tag{12}$$

式中 λ_0——任意常数(拉格朗日因子).

对于阻力矩恆定 $\mu = \mu_0$ 的情况，欧拉方程具有如下形式:

$$2\lambda_0\nu'' + 1 = 0, \tag{13}$$

并且能够眞正求出未知函数 $\nu(\tau)$. 的确，积分方程式(13)，就得出

$$\nu = C_2 + C_1\tau - \frac{1}{4\lambda_0}\tau^2, \tag{14}$$

式中 C_1 和 C_2——积分常数. 已知转速,很容易求出电枢电流

$$i = v' + \mu = \mu_0 + C_1 - \frac{1}{2\lambda_0}\tau. \tag{15}$$

于是,为时间函数的电枢电流最佳变化规律, 是直线规律, 而最佳速度图是抛物线图. 这一重要原则是 Б. Л. 达维多夫在1950 年证明的[17]. 达维多夫的结论遭遇到否定的对待[18]. 但是, 在 1956—1957 年间, К. И. 科热夫尼科夫和 Е. А. 罗津曼再一次证明: 对于磁通恆定和阻力矩恆定的电力拖动装置, 直线电流图是最佳的[1,2].

欧拉方程是极值的必要条件,但不是充分条件. 此外,事先也不敢说泛函在极值曲线上一定达到极大值或极小值. 因此, 校验充分条件是否成立, 常常是有用的. 在极值曲线上沒有共轭点的雅谷比条件是成立的. 勒让得加強条件, 能够区别出极大值和极小值[参看附录]. 对于我们所研究的泛函来说, $\dfrac{\partial^2 F}{\partial v'^2} = -2\lambda_0$, 因而,当 $\lambda_0 > 0$ 时, 公式(14)真正确定出使积分(4)具有极大值的函数, 当 $\lambda_0 < 0$ 时, 沒有极大值. 因而,执行机构的最大位移, 是在作为时间函数的电枢电流线性地减少的情况下得到的.

为了充分地证明, 应当补充地校验特殊条件, 因为一般说来, 极值可能在"折线的极值曲线"上得到,或者在间断函数上得到.

如果在一些个别的点上沒有导数的"折线的极值曲线"上, 得到极值, 则"在拐点上", τ_i 应当满足威尔斯特拉斯-爱德曼条件:

$$\left[F - v'\frac{\partial F}{\partial v'}\right]_{\tau_i - 0} = \left[F - v'\frac{\partial F}{\partial v'}\right]_{\tau_i + 0},$$

$$\left[\frac{\partial F}{\partial v'}\right]_{\tau_i - 0} = \left[\frac{\partial F}{\partial v'}\right]_{\tau_i + 0},$$

式中下标 $\tau_i - 0$ 表示在 τ 从左边趋近于 τ_i 的条件下取导数,而下标 $\tau_i + 0$ 表示在 τ 从右边趋近于 τ_i 的条件下取导数. 对于我们所研究的函数 F 来说,威尔斯特拉斯-爱德曼第二条件具有如下形式:

$$2\lambda_0[v' + \mu]_{\tau_i - 0} = 2\lambda_0[v' + \mu]_{\tau_i + 0},$$

从而得出结论，在μ连续的情况下，ν的右侧导数与左侧导数彼此相等，并且极值曲线不可能带有拐点。

最后，在不连续函数或广义函数上也可以达到极值（我们在第二章就碰到这种可能性）．对于连续的和存在导数的函数是正确的变分法，不可能找出这种极值．必须进行补充的研究．在我们的情况下，排除了不连续函数，因为对于不连续函数$\nu(\tau)$，积分(11)是发散的（电枢中的损耗无穷大）．在比较复杂的情况下，完整地分析充分条件，常常是不可能的．这时，直接拿极值曲线上的泛函值与其邻近曲线上的泛函值进行比较，是有效的。

欧拉方程是根据最佳控制问题的第一种提法导出的，也就是在给定的积分值(11)下，找出积分(4)的极大值．而根据对偶原理（参看附录），欧拉方程的解，在给定的积分值(4)下，同样也会使积分(11)取最小值，也就是相应于公式(14)—(16)的最佳控制，能在执行机械于给定时间内完成给定位移的条件下，保证最小的电枢损耗．对偶原理不仅对等周问题是成立的，而且对变分法的拉格朗日一般问题也是成立的．它保证了最佳控制的第一种提法和第二种提法的统一性。

其次，因为极值曲线的每一段，也都是极值曲线，所以欧拉方程的解，同样也适合于最佳控制问题的第三种提法，也就是能在给定的电枢损耗水平下，保证以最短的时间完成给定的位移．实质上，第三种提法的最佳控制问题，也可以表述成如下的问题：在给定的积分值(11)和(4)下，找出能使积分$T=\int_0^T d\tau$（时间）取最小值的函数$\nu(\tau)$．被求函数应当满足中间函数F的欧拉方程．中间函数F由如下等式决定：

$$F=\lambda_{01}+\nu-\lambda_0(\nu'+\mu)^2,$$

也就是与中间函数(12)的差别是具有λ_{01}项．因为在欧拉方程中只包含F的导数，所以有这一项并不影响方程式的形式。

于是，在推导欧拉方程时，我们即可根据任何一种对我们方便的最佳控制问题的提法去进行。

为了完成最佳控制的分析，需要确定在公式(14)中包含的任意常数．为了确定三个常数（C_1，C_2 和 λ_{01})，有三个方程．两个方程是根据边界条件得出的，边界条件给定：在 $\tau = 0$ 时的速度值 $v = v_1$ 和在 $\tau = T$ 时的速度值 $v = v_2$．第三个方程是积分 (5) 等于给定值 Q_0 的条件（如果给定电枢中的损耗)，或者是积分(4)等于给定值 α 的条件（如果执行机械的位移行程是给定的)．我们指出，在给定 Q_0 时，常数 λ_0 不是单值确定的．实质上，容易证明：

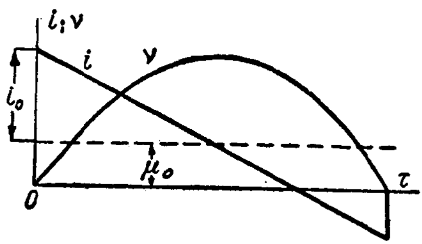

图 1　最佳电流图和速度图

$$\lambda_0 = \pm \frac{1}{4\sqrt{3\left[\frac{Q_0}{T^3} - \frac{1}{T^2}\left(\frac{v_2 - v_1}{T} + \mu_0\right)^2\right]}}.$$

根据拉格朗日条件，选取正值的根．

实际上，最经常可能的是零边界条件．这时运动是从等于零的初始速度开始，而电动机完成移动循环的最终速度也等于零．对于零边界条件，则有(图 1)：

$$\left.\begin{aligned} i &= \mu_0 + i_0 - \frac{2i_0}{T}\tau, \\ v &= i_0\tau - \frac{i_0}{T}\tau^2, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

式中 i_0 在给定 Q_0 时，由如下公式来确定：

$$i_0 = \sqrt{3\left(\frac{Q_0}{T} - \mu_0^2\right)},$$

而在给定 α 时，则由如下公式确定：

$$i_0 = \frac{6\alpha}{T^2}.$$

电枢的动态电流 $(i - \mu_0)$，对于直线 $i = \mu_0$ 是对称的．在