

840941
高等学校教材

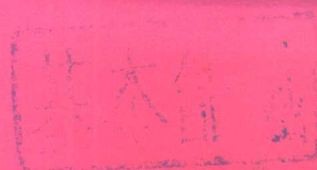
M732
7735

电力系统优化运行

骆济寿 张 川



华中理工大学出版社



732
35

电力系统优化运行

骆济寿 张川

华中理工大学出版社

内 容 简 介

电力系统优化运行是现代电力系统分析理论的重要分支,也是电力系统现代化管理所必需深入研究的课题。本书从电力系统运行的角度出发,较完整地介绍了这个领域的基本内容和一些新的发展。

全书共分八章,前四章主要介绍了电力系统有功功率优化调度的基本原理和算法,后四章从不同侧面对电力系统优化运行做了较充分的讨论。全书注重基本概念和物理机理的阐述。

本书系电力系统及其自动化专业研究生及高年级大学生选修课教材,也可供电力系统工程技术人员参考。

电力系统优化运行

骆济寿 张川

责任编辑 李 德

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社沔阳印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 7.5 字数: 162 000

1990年11月第1版 1990年11月第1次印刷

印数: 1—2 000

ISBN 7-5609-0453-x/TM·32

定价: 1.60元

前 言

电力系统是社会所需能量的主要供应者，同时也是大量燃料的主要消耗者。近年来，我国每年发电所消耗的燃料（主要是煤）数以亿吨计。因此，提高电力系统的运行效率，力争达到运行优化，将会带来巨大的经济效益。这是一个亟需深入研究的课题。

在保证电能质量和供电安全性的前提下，使电力系统的燃料消耗或运行成本降低至最小是一个典型的优化问题。这个问题的提出和发展是与电力系统本身的发展及其分析理论和计算工具的发展密切相关的。本书从电力系统运行的角度出发，沿历史发展过程介绍了这个领域的基本内容和一些新的研究趋向。编著者希望本书能帮助读者理解当前实际系统中应用的各种优化运行分析方法，而且，温故而知新，还能产生一些启发作用。

全书共分八章。前四章讲述了水火电电力系统有功功率优化调度的基本概念和算法，其中主要有等微增率原理、协调方程式法、最小费用流法（网流法）及电路法。后四章则分别讨论了电力系统优化潮流、电力系统无功功率优化调度、互联电力系统优化调度以及电力系统机组优化组合、机组优化启停等问题。全书叙述力求阐明基本概念和物理机理。书中对各典型算法均给出了计算步骤和原理框图。

按照高等学校电力工程类专业教学委员会1989年制订的第三轮教材编审出版规划，本书系作为电力系统及其自动化专业本科生和研究生选修课教材。同时，本书也可供电力系统工程技术人员参考。本书要求读者具有一定的电力系统分析和数学规划理论的知识。

本书承华中理工大学何仰赞教授审阅并提出许多宝贵意见。另外，在全国高等学校电力系统教学小组1989年扩大会议上，与会代表对本书的编写大纲也提出了有益的意见和建议。编著者对此表示衷心的感谢。

由于编著者水平有限，书中会有不少疏漏和舛误，欢迎读者批评指正。

编著者

1989年3月于吉林

EAD11107

目 录

绪论	(1)
第一章 火力电力系统有功功率优化调度的基本概念及原理	(3)
§ 1-1 火力发电机组的耗量特性	(3)
§ 1-2 火电厂厂内机组间的负荷经济分配及等微增率原理	(7)
§ 1-3 等微增率原理的运用	(10)
§ 1-4 火力发电厂的全厂耗量特性	(13)
习题	(13)
第二章 火力电力系统有功功率优化调度的协调方程式法	(15)
§ 2-1 计及网损时有功功率优化调度问题的经典描述	(15)
§ 2-2 协调方程式的解法	(18)
§ 2-3 计算网损及网损微增率的 B 系数法	(20)
§ 2-4 利用母线电压相角计算网损微增率	(26)
§ 2-5 利用潮流计算中的Jacobi矩阵计算网损微增率	(27)
习题	(31)
第三章 火力电力系统有功功率优化调度的新算法	(33)
§ 3-1 引言	(33)
§ 3-2 最小费用流方法的基本原理	(34)
§ 3-3 电力系统有功功率优化调度的最小费用流法	(38)
§ 3-4 电力系统有功功率优化调度的电路法	(41)
习题	(48)
第四章 水火电混合电力系统的有功功率优化调度	(50)
§ 4-1 水力发电厂的运行特点	(50)
§ 4-2 水电厂厂内优化调度及全厂耗量特性	(51)
§ 4-3 水火电混合电力系统的有功功率优化调度	(52)
§ 4-4 水电厂的调峰运行	(56)
§ 4-5 考虑水电厂水头变化时水火电混合系统的有功功率优化调度	(58)
§ 4-6 电力系统中梯级水电厂有功功率优化调度的最小费用流法(网流法)	(60)
习题	(61)
第五章 电力系统优化潮流	(62)
§ 5-1 电力系统优化潮流的基本概念	(62)
§ 5-2 电力系统优化潮流的数学模型	(63)
§ 5-3 电力系统优化潮流计算的缩减梯度法	(65)
§ 5-4 电力系统优化潮流的其它完整算法	(69)

§ 5-5 具有静态安全的电力系统优化潮流	(71)
习题	(73)
第六章 电力系统解耦优化潮流及无功优化潮流	(75)
§ 6-1 电力系统解耦优化潮流的基本概念	(75)
§ 6-2 电力系统有功优化潮流	(77)
§ 6-3 电力系统无功优化潮流的基本概念	(80)
§ 6-4 电力系统无功优化潮流计算的缩减梯度法和电路法	(84)
§ 6-5 电力系统无功优化潮流的线性规划法	(87)
习题	(89)
第七章 互联电力系统的优化调度	(90)
§ 7-1 互联电力系统的运行特点及优化调度问题	(90)
§ 7-2 互联电力系统优化调度的协调方程式法	(91)
§ 7-3 互联电力系统优化调度的电路法	(94)
习题	(96)
第八章 电力系统的机组优化组合及优化启停	(97)
§ 8-1 电力系统机组优化组合及优化启停的基本概念	(97)
§ 8-2 电力系统机组优化组合及优化启停问题的数学模型	(99)
§ 8-3 电力系统机组优化组合问题的计算	(101)
§ 8-4 电力系统机组优化启停问题的计算	(104)
§ 8-5 关于电力系统的机组优化组合及优化启停计算的一些讨论	(108)
习题	(109)
参考文献	(111)

绪 论

最优化 (Optimization), 也简单称作优化, 指的是人们在生产过程或生活中为达到某个目的而选择一个“最好”方案或一组“得力”措施以取得“最佳”效果这样一个宏观过程。从这个意义上理解, 可以说人们的所有行为无不在追求着“优化”, 只不过有主观上是否意识到这一点, 或采取的方法是否科学之区别罢了。例如, 在设计 and 生产一种产品时, 人们总是力求用最低的成本生产出一定数量和质量的产品, 或者, 也可以反过来说, 用一定的成本生产出尽可能多的符合质量要求的产品。

早先, 这种对最佳效果的追求只是凭藉个人的经验或直觉进行的, 有时也可能是列出不多的几个方案进行比较, 从中选择一个。不难理解, 按这种方式作出的决定一般只能说是较好的方案, 并不能保证取得最好的效果。自从第二次世界大战以来, 特别是近30年来, 随着科学技术的迅速进步和社会生产的大规模发展, 管理和决策的内容变得异常庞杂, 这就要求把对最佳效果的追求置于严格的数学理论基础和一套系统化计算方法之上; 另一方面, 电子计算机的出现和发展, 为严格、系统地完成对最佳效果的追求提供了快速高效的计算工具。在这样的背景下, 优化理论和优化算法得到了全面的开发和广泛的应用, 成为应用数学中一个重要的分支和各行各业生产及日常管理中一门不可缺少的知识。

电力系统是现代社会中最重要、最庞杂的工程系统之一。由于其产品——电能在生产、输送、分配及使用等方面的明显优越性, 电力系统实际供应着现代化社会生产和生活所需的绝大部分能量, 相应地, 这也带来了其原材料——煤、石油等矿物燃料的大量耗费。对于这样一个大额输入、大额输出的生产系统, 提高其运行效率、争取其运行优化的必要性是毋庸置疑的。事实证明, 若能在保证供电的条件下减少燃料消耗, 哪怕是0.1%, 也将意味着每年能节约数以万吨计的燃料。比如一个规模为10GW的系统, 其每年标准煤耗量的0.1%达 $20000 \times 10^3 \text{ kg}$ 左右。因此, 电力系统的优化运行问题长期以来一直受到电力系统工程技术人员和学者的重视^{1~5}, 尤其是近20多年来这方面的研究成果很多, 并在实践上不断取得进展。

电力系统优化运行是电力系统分析的一个分支, 它所研究的问题主要是在保证满足用户用电需求 (即负荷) 的前提下, 如何优化地调度系统中各发电机组或发电厂的运行工况, 从而使系统发电所需的总费用或所消耗的总燃料耗量达到最小这样一个运筹决策问题。从数学模型上讲一般可将之描述为非线性规划问题。在电力系统分析理论中有关优化运行的讨论出现得较早, 可以说是与两台发电机组的并列运行一起出现的。只不过在60年代末之前它所涉及的范围一直局限于单纯考虑优化后的经济性, 而未顾及到安全性等因素, 因此一直被称为电力系统经济运行 (Economic Operation) 或经济调度 (Economic Dispatch)。60年代末期以后, 随着电力系统潮流分析的渐趋成熟和优化数学理论的日益完备, 为满足电力系统的运行需要, 有关运行调度的分析才逐渐发展成能够在较全面兼顾电能质量及安全性等因素的前提下, 实现电力系统运行经济性的完整理论——电力系统优化运行 (Optimal Operation) 或优化调度 (Optimal Dispatch) 的理论。从这个意义上讲, 现代电力系统优化运行是在经典经济运行理论上应用电力系统潮流分析和优化数学算法的产物。

本书将在“优化运行”和“优化调度”的统一术语之下，以电力系统的经典经济运行或经济调度分析为基础、从电力系统运行的角度来讨论电力系统优化运行理论的发展和应用。

主要介绍以下五个方面内容：

- (1) 电力系统有功功率优化调度（第一、二、三、四章）；
- (2) 电力系统优化潮流（第五章）；
- (3) 电力系统无功功率优化调度（第六章）；
- (4) 互联电力系统优化调度（第七章）；
- (5) 电力系统的机组优化组合及优化启停问题（第八章）。

应该指出：电力系统的运行并不是一个孤立的问题，它不仅与负荷变化等外界条件有关，而且还与系统本身的设计、建设以及发展规划构成一个不可分割的整体，系统发展规划的优化程度决定着设计和建设可能达到的优化水平，而系统设计、建设的优化水平又决定了运行优化所能收到的效果。单独分析电力系统的运行优化是有一定不足之处的。但是若把规划、设计和运行的优化整个作为一个问题来分析实际上也是行不通的，因为这样做势必使问题过于繁杂以至不能为人们所接受。本书关于电力系统优化运行的分析将是在这样的条件下进行的，即假设系统的规划及设计基本是合理的，系统设备条件能够满足系统当时正常运行的负荷要求和安全备用要求。

第一章 火力电力系统有功功率优化

调度的基本概念及原理

电力系统是一个涉及电能的生产、输送、分配和使用诸过程的大型系统，基于电能不能储存的特点，电力系统正常运行的基本要求是在保证电能质量的前提下时刻满足电力用户的用电功率（负荷）。电力系统优化运行是优化了的正常运行，其主要任务是如何在保证正常运行的基础上节约系统发电所消耗的燃料或节约所耗费的生产费用（主要是燃料费用）。因此，作为分析优化运行的基础，本章首先讨论火力发电机组的燃料消耗与发电功率的关系（一般称为耗量特性），然后以火力发电厂厂内机组间的负荷经济分配为题介绍实现电力系统最低级别有功功率优化调度的等微增率原理。

§ 1-1 火力发电机组的耗量特性

大中型火电机组大多是由锅炉、汽轮机和同步发电机——相联组成的单元式机组（图1-1）。运行时，燃料 F 被送入锅炉中燃烧把水加热变成高温高压蒸汽，蒸汽又被引入汽轮机推动汽轮机转子连同发电机转子一起旋转，发出电功率 P 送入系统，火力发电机组的耗量特性即为稳态运行时 F 与 P 的关系特性。若以 F 为输入、 P 为输出，又可称耗量特性为发电机组的静态输入-输出特性。

1. 机组的耗量特性

机组的燃料耗量 F 与发电有功功率 P 的关系是很复杂的，一般情况下， F 不仅是发电有功功率 P 的函数，而且还与 P 的变化率等因素有关。这里仅讨论机组输入输出的静态关系，即机组发电有功功率 P 长时期不变条件下的关系，这时，可将耗量特性表示为

$$F = F(P) \quad (1-1)$$

式中， P 为发电有功功率，单位为MW； F 为燃料耗量，它可以用每小时消耗燃料中所含热量计算，单位为kJ/h，也可用所相当的标准煤的吨数计算，单位为吨标准煤/小时，或t/h。

应指出，以燃料耗量来量度燃料消耗的多少是很直接的，这也是我国电力系统一直采用的方法。其实，若以燃料耗量成本来量度燃料消耗量将能更好地反映机组发电所消耗的物化劳动，因而也将更为合理。用燃料成本作为输入 F （单位为元/h）表示的 F - P 特性称为发电机组的成本特性。本节依照惯例，在分析讨论时仍以耗量特性来表征机组的输入-输出特性（在某些习题中有时也采用成本特性）。

典型的火电机组耗量特性具有图1-2中实线所示形状，曲线上的起伏是由于汽轮机的几个调节汽门随着发电有功功率的增大而依次开放所形成的，即当上一级汽门已全开而下一级汽门刚开时，蒸汽的流通会因节流效应产生损失，而导致耗量增大，曲线向上凸起。另外，火电机组在长时间运行时所能承担的负荷是有限制的，即

$$P_{\min} \leq P \leq P_{\max} \quad (1-2)$$

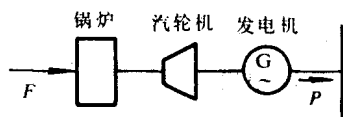


图1-1 单元式火力发电机组

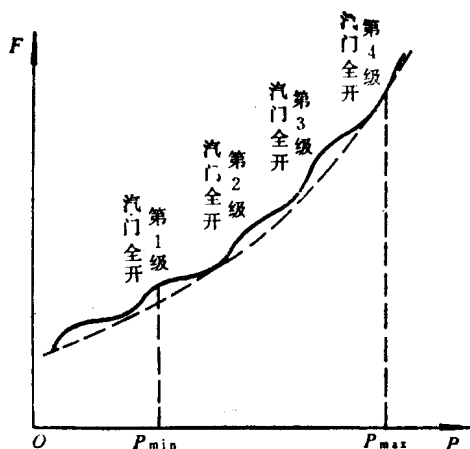


图1-2 火电机组耗量特性

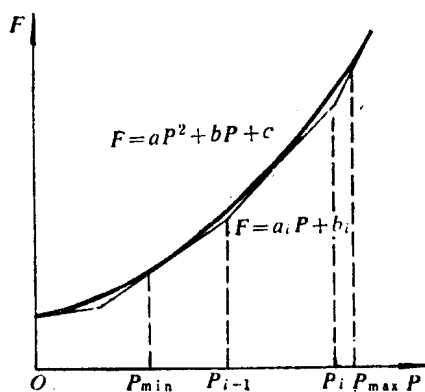


图1-3 火电机组耗量特性的近似表示

式中, 最大发电有功功率 P_{max} 一般为发电机有功出力额定值; 最小发电有功功率 P_{min} 受技术条件限制, 一般取决于锅炉燃烧稳定性, 当送入锅炉的燃料太少时, 燃烧可能不稳定甚至会灭火。通常, $P_{min} = (25\% \sim 70\%)P_{max}$ 。

在分析计算时为了简便, 通常用几个直线段或一条平滑曲线来近似代替上述有起伏的耗量特性, 如图1-3。当用 n 段直线段近似表示时, 耗量特性可表示为

$$F = a_i P + b_i \quad (1-3)$$

式中, $P_{i-1} \leq P \leq P_i$, $i = 1, 2, \dots, n$; a_i 、 b_i 为耗量特性参数; $P_0 = P_{min}$, $P_n = P_{max}$ 。

实际中更多的是用平滑曲线并通常是用一个二次曲线近似表示, 这时耗量特性表示为

$$F = aP^2 + bP + c \quad (1-4)$$

式中, a 、 b 、 c 为耗量特性参数。

当然也可用更高次的曲线来近似, 但实践表明次数增高并不能显著提高表达式的准确程度, 而只会使问题的解析处理复杂化。

2. 耗量特性曲线及其参数的确定

耗量特性曲线及其参数的确定可以使用这样几种方法: 其一, 由机组的效率试验确定; 其二, 由机组的运行记录确定; 其三, 按制造厂提供的设计数据并以实际试验数据或运行记录校正确定。其中, 方法一所得的特性比较准确, 能基本反映机组的实际运行特性。但做效率实验的代价相当大, 比如要求调度部门的密切配合, 需要比较长的试验时间及一定的人力和仪器, 还因在试验中机组有相当一部分时间运行在低效率工作区, 因而需花费额外的经济费用且机组寿命也会受到一定影响; 方法二的困难在于要在较长时间保持机组的发电有功功率不变, 否则无法准确测量输入的燃料; 方法三则对制造厂提供的数据有很大依赖性, 因为该方法假设由制造厂提供的数据所做出的特性曲线的形状是正确的, 用试验或运行数据在一、二个运行点计算出一个校正因子, 用以校正按厂家数据作出的曲线。综上所述, 这三个方法各有优缺点, 实际工作中往往是把它们结合起来互相校正, 从而得到尽可能准确的结果。

应说明的是, 不论是实测还是做试验, 所得到的都是一些离散的数据点 (F_i 、 P_i),

因此在上述方法中都会遇到由耗量特性离散数据点求耗量特性曲线或参数的问题,这可用曲线拟合的方法解决。例如,把耗量特性用二次多项式(如式(1-4))表示时,多项式的系数可借助最小二乘法求出。兹将最小二乘法求解 a 、 b 、 c 的基本过程简述如下:

设采用的二次多项式形式如式(1-4)所示,并已知 K 个试验数据点 (F_k, P_k) , $k=1, 2, \dots, K$ 。今为确定系数 a 、 b 、 c ,可令所得曲线与 K 个试验数据点的误差平方和最小,即使目标函数 J 最小

$$J = \sum_{k=1}^K (aP_k^2 + bP_k + c - F_k)^2 \quad (1-5)$$

问题的解可由令目标函数 J 对所求参数的一次导数为零得出,即令

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a} &= \sum_{k=1}^K 2P_k^2 (aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial b} &= \sum_{k=1}^K 2P_k (aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial c} &= \sum_{k=1}^K 2(aP_k^2 + bP_k + c - F_k) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

整理得

$$\left. \begin{aligned} \left(\sum_{k=1}^K P_k^2 \right) a + \left(\sum_{k=1}^K P_k \right) b + Kc &= \sum_{k=1}^K F_k \\ \left(\sum_{k=1}^K P_k^3 \right) a + \left(\sum_{k=1}^K P_k^2 \right) b + \left(\sum_{k=1}^K P_k \right) c &= \sum_{k=1}^K (F_k P_k) \\ \left(\sum_{k=1}^K P_k^4 \right) a + \left(\sum_{k=1}^K P_k^3 \right) b + \left(\sum_{k=1}^K P_k^2 \right) c &= \sum_{k=1}^K (F_k P_k^2) \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

这是关于一个 a 、 b 、 c 的线性方程组,解之便可求出这三个耗量特性参数。

例1-1 某火力发电机组的热力试验结果如表1-1所示。试用最小二乘法计算二次曲线型耗量特性参数 a 、 b 、 c 。

表1-1 热力试验数据

P/MW	70	75	112.5	150
$F/(t \cdot h^{-1})$	28.70	30.55	44.80	59.50

解:因试验数据共有4组,故 $K=4$ 。对照式(1-6),因为

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^4 P_k &= 407.5 & \sum_{k=1}^4 F_k &= 163.55 \\ \sum_{k=1}^4 P_k^2 &= 4.568 \times 10^4 & \sum_{k=1}^4 F_k P_k &= 1.827 \times 10^4 \\ \sum_{k=1}^4 P_k^3 &= 5.564 \times 10^6 & \sum_{k=1}^4 F_k P_k^2 &= 2.22 \times 10^6 \\ \sum_{k=1}^4 P_k^4 &= 7.22 \times 10^8 & & \end{aligned}$$

故有

$$\begin{pmatrix} 4.568 \times 10^4 & 407.5 & 4 \\ 5.564 \times 10^6 & 4.568 \times 10^4 & 407.5 \\ 7.22 \times 10^8 & 5.564 \times 10^6 & 4.568 \times 10^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 163.55 \\ 1.827 \times 10^4 \\ 2.22 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

用选主元Gauss消去法解之得

$$a = 0.000164 \text{ t}/(\text{MW}^2 \cdot \text{h})$$

$$b = 0.349 \text{ t}/(\text{MW} \cdot \text{h})$$

$$c = 3.46 \text{ t/h}$$

故该机组的耗量特性可写为

$$F = 0.000164P^2 + 0.349P + 3.46 \text{ t/h}$$

3. 机组耗量的微增率特性及比耗量特性

表征 $F-P$ 关系的耗量特性是描述机组运行经济性能的重要基础,而与耗量特性相联系的其它一些特性则是分析系统优化运行的重要工具,其中主要有耗量的微增率特性和比耗量特性。

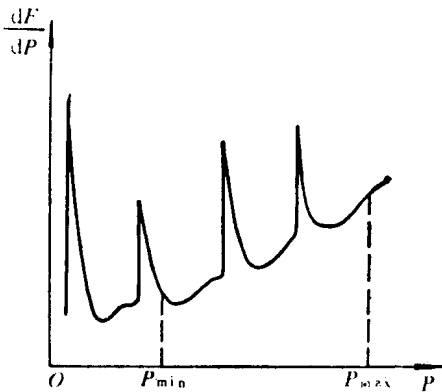


图1-4 火电机组耗量微增率特性

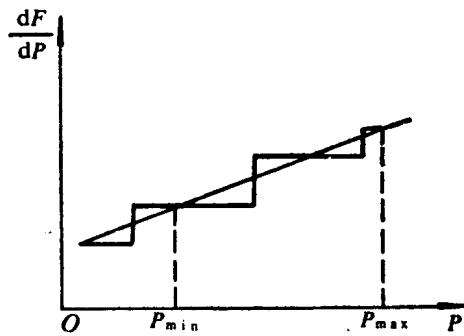


图1-5 火电机组近似耗量微增率特性

耗量的微增率特性描述的是 dF/dP 与 P 的关系,这个特性可由解析形式的 $F-P$ 关系直接求出,也可由耗量特性曲线上得到的切线斜率与相应的 P 来构成坐标点而间接求出,另外,还可由试验做出。图1-4画出了相应于图1-2耗量特性的微增率特性;图1-5分别用一直线和一组水平阶梯线段,表示了相应于图1-3二次曲线及多段(n 段)直线耗量特性的微增率特性。图1-5二特性的解析表示式可分别表示如下

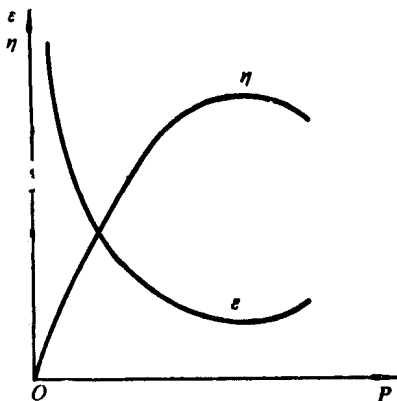


图1-6 火电机组比耗量曲线及效率曲线

$$\frac{dF}{dP} = 2aP + b \quad (1-8)$$

及

$$\frac{dF}{dP} = a_i, \quad P_{i-1} \leq P \leq P_i \quad (1-9)$$

比耗量特性描述的是每单位发电有功功率的平均输入燃料消耗,用 $\epsilon(P)$ 表示。

$$\epsilon(P) = \frac{F}{P} \quad (1-10)$$

从几何上说,一个运行点 P 下的比耗量 ϵ 等于耗量特性上对应于 P 的点与原点连线的斜率。典型的比耗量特性示于图1-6中。顺便指出,若把机组的输入 F 、输出 P 都换算到同一能量单位,则比耗量 ϵ 的倒数将是机组的效率 η ,即

$$\eta = \kappa \frac{P}{F} = \kappa \frac{1}{\epsilon} \quad (1-11)$$

式中, κ 为与输入、输出量单位有关的比例系数。

与图1-6比耗量特性相应的典型的效率曲线也表示在图1-6中。

§ 1-2 火电厂厂内机组间的负荷经济分配 及等微增率原理

设在一座火力发电厂中有 G 台机组投入并联运行, 该发电厂所担负的总负荷有功功率为 D (图1-7)。所谓负荷经济分配就是把此负荷有功功率 D 合理地分配在 G 台运行的发电机组之间而使全厂的总燃料耗量最小。

只要有两台或更多台机组并联运行就会遇到负荷分配问题。在30年代以前, 这个问题是以直觉方式解决的⁶, 其中主要有这样两种做法: 一种做法是所谓基本负荷法(Base Load Method), 即把机组按某运行点(比如最高效率运行点)处的运行效率的高低排列, 首先把负荷加在效率高的机组上直至满载, 所余负荷加在排在后面的效率次高的机组, 依次类推; 另一种做法叫做最佳点加负荷法(Best Point Loading), 它与基本负荷法相似, 亦需把机组按某运行点运行效率排队, 只是依次加负荷到各机组的最佳效率点而不是到满载。这些做法是未经证明的, 有很大近似成分在内。1934年以数学极值理论为基础的严格的负荷经济分配方法⁷被提了出来, 并得到广泛的承认和使用, 这就是著名的等微增率原理(Principle of Equal Incremental Production Costs)。

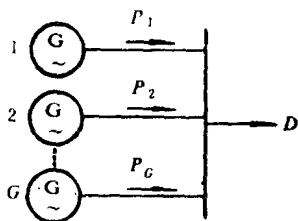


图1-7 火力发电厂示意图

1. 等微增率原理

设火力发电厂 G 台机组耗量特性如式 (1-1), 即

$$F_i = F_i(P_i) \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (1-12)$$

式中, $F_i(P_i)$ 为机组 i 的耗量特性, 可以用二次函数表示, 也可以用其它形式的函数表示; P_i 为机组 i 的发电有功功率。

由于经济分配的目的是使全厂总耗量最小, 即令函数

$$F = \sum_{i=1}^G F_i = \sum_{i=1}^G F_i(P_i) \quad (1-13)$$

达到最小, 但同时诸发电机发电有功功率 P_i 之和应满足总负荷有功功率 D 的要求, 即

$$\sum_{i=1}^G P_i - D = 0 \quad (1-14)$$

这个问题从数学的角度讲是在约束条件式 (1-14) 下求目标函数式 (1-13) 的极小值的问题, 其变量为发电机的发电有功功率 $P_i (i = 1, 2, \dots, G)$ 。下面用Lagrange乘子法求解此条件极值问题。

设Lagrange乘子为 λ , 可构成Lagrange函数

$$L = \sum_{i=1}^G F_i(P_i) - \lambda \left(\sum_{i=1}^G P_i - D \right) \quad (1-15)$$

对于目标函数 F 为凸函数的情形, L 取得极值时 F 亦取得条件极值, 所以 F 取得条件极值

的条件是

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (1-16)$$

及

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (1-17)$$

展开后有

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (1-18)$$

及

$$\sum_{i=1}^G P_i = D \quad (1-19)$$

式 (1-18) 的 G 个等式也可写成

$$\frac{dF_1}{dP_1} = \frac{dF_2}{dP_2} = \dots = \frac{dF_G}{dP_G} = \lambda \quad (1-20)$$

这里 $\frac{dF_i}{dP_i}$ 是机组 i 的耗量微增率。

综合式 (1-18) ~ (1-20) 可见: 为使全厂总耗量 F 取得极小值, 各机组必须以相等的耗量微增率运行且满足条件

$$\sum_{i=1}^G P_i = D$$

按此方法分配给各发电机的发电有功功率 P_i 是经济分配。

注意到上述推导未计及式 (1-2), 因此所得到的解 $P_i (i = 1, 2, \dots, G)$ 中有些可能不满足式 (1-2) 的约束。这时, 可应用 Kuhn-Tucker 最优性条件进行处理, 即在按式 (1-18)、

(1-19) 分配负荷后, 若有的机组发电有功功率 P_i 已越过其上 (下) 限 $P_{m,i+} (P_{m,i-})$, 则将此 P_i 固定为相应的限值, 这样做, 根据 Kuhn-Tucker 最优性条件将是满足式 (1-2) 的最优结果。

以上简单推导了等微增率原理, 这个原理加上 Kuhn-Tucker 最优性条件后是严格的, 普遍适用于耗量特性为凸函数的火电厂内发电机组间负荷的经济分配问题。同时, 也适用于具有类似数学模型 (指目标函数及约束条件) 的其它优化问题 (凸规划问题), 如母管式发电厂同母管锅炉间的蒸汽负荷经济分配等。另外, 对于较小的电力系统, 当发电机组虽不在同一发电厂内但在电气上相距很近时, 也可忽略网损或把网损作为与分配方案无关的常数而

近似地应用等微增率原理进行系统负荷的经济分配, 其中将视作常数的有功网损并入负荷有功功率一起作为 D 参加计算。

2. 等微增率原理的物理意义

等微增率原理不仅仅是一个数学推导结果, 而且也是具有直接物理意义的客观规律。下面拟从运行调节的角度和作图的方法导出等微增率原理, 并以之说明等微增率原理的物理意义。

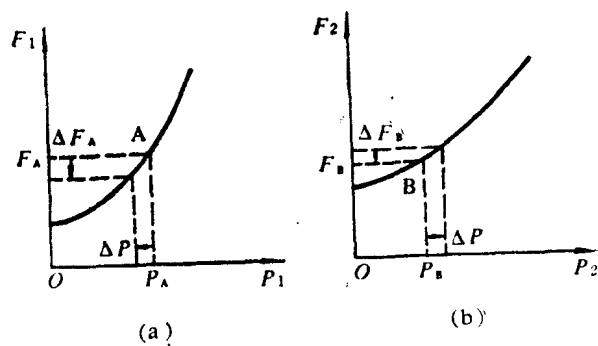


图1-8 两台机组间的负荷分配及其调节

设图1-7所示发电厂由两台发电机组1及2组成，两台机组耗量特性如图1-8(a)及(b)所示。设两台机组分别运行在A点及B点，它们承担的总负荷有功功率为 D ，即

$$P_A + P_B = D$$

若这时两机组的耗量微增率不相等，比如 $\left. \frac{dF_1}{dP_1} \right|_{P_A} > \left. \frac{dF_2}{dP_2} \right|_{P_B}$ ，则运行人员可以改变负荷的分配使机组1出力减小 ΔP ，机组2出力增加 ΔP ，从而保持总输出 D 不变。设 ΔP 为小量，

则调节后机组1的耗量减小 $\Delta F_A = \left. \frac{dF_1}{dP_1} \right|_{P_A} \Delta P$ ，机组2的耗量增加 $\Delta F_B = \left. \frac{dF_2}{dP_2} \right|_{P_B} \Delta P$ 。全

厂总耗量由于上述负荷分配的改变而产生的变化（减小）量为

$$\Delta F = -\left. \frac{dF_1}{dP_1} \right|_{P_A} \Delta P + \left. \frac{dF_2}{dP_2} \right|_{P_B} \Delta P = \left(\left. \frac{dF_2}{dP_2} \right|_{P_B} - \left. \frac{dF_1}{dP_1} \right|_{P_A} \right) \Delta P \begin{matrix} \leq 0 \\ < 0 \end{matrix} \quad (1-21)$$

由此可见，当并联运行机组的耗量微增率互不相等时，运行人员应减小耗量微增率大的机组的负荷、增加耗量微增率小的机组的负荷，这样可在总的发电有功功率不变的前提下减小全厂的总耗量，这说明原负荷分配方案不是优化（经济）的运行方案而需要调整。不难理解，只有当所有并联运行发电机组的耗量微增率都彼此相等时这种调整才能结束，这时若再重新调整负荷分配，非但不能带来新的节约反而会使总耗量增大，也即此时为优化分配方案。

等微增率原理也可以从几何上理解。仍以上述两台机组发电厂为例，把两台机组的耗量特性画在一张图上，并把机组2的横坐标取相反方向，其原点 O_2 与 O_1 之间的距离为 D ，如图1-9所示。图中横轴上每一点都代表着一种 P_1 、 P_2 分配方案，并有 $P_1 + P_2 = D$ 。图中 F 为 $F_1 + F_2$ ，即两耗量特性纵坐标之和，因此由图1-9可明显看出在总功率为 D 的条件下，相应于不同的负荷分配全厂总耗量的变化情况。显然，总耗量的最小点上 F 曲线的斜率必为零，而由图1-9并考虑到 $F = F_1(P_1) + F_2(P_2)$ 及 $P_1 + P_2 = D$ ，在耗量最小点有

$$\frac{dF}{dP_1} = \frac{dF_1(P_1)}{dP_1} + \frac{dF_2(P_2)}{dP_1} = 0 \quad (1-22)$$

又因 $\frac{dF_2(P_2)}{dP_1} = \frac{dF_2(P_2)}{dP_2} \frac{dP_2}{dP_1} = -\frac{dF_2(P_2)}{dP_2}$ ，故

$$\frac{dF}{dP_1} = \frac{dF_1(P_1)}{dP_1} - \frac{dF_2(P_2)}{dP_2} \quad (1-23)$$

因此，在 F 最小值处必有 $\frac{dF_1}{dP_1} = \frac{dF_2}{dP_2}$ ，这与式(1-20)相同。

由上所述，不难体会出等微增率原理所蕴涵的物理意义。最后应指出，等微增率原理不能直接用于以式(1-3)分段直线表示的耗量特性的场合。不过，这种情形下负荷的分配仍可依据等微增率原理的思想去做，即按各机组微增率（为分段常数）的大小来分配，把负荷加到运行微增率小的机组上，也可借用线性规划法进行负荷的优化计算。

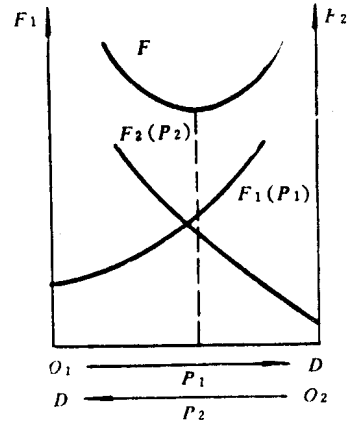


图1-9 等微增率原理的几何解释

§ 1-3 等微增率原理的运用

前已述及, 等微增率原理是火力发电厂厂内并联运行机组间有功负荷经济分配及求解类似问题的重要准则。实践中具体运用等微增率原理进行负荷分配的计算时可采用许多方法, 其中有图解法、标尺法及解析法。计算手段早先都是人工计算, 随着计算机的广泛应用和机组台数的增多, 近20年来国内外普遍使用了计算机, 相应地又出现了与前述三个方法类似但带有计算机计算特点的计算机算法。

1. 图解法

图解法就是用做曲线图的方法来确定发电机组间的负荷分配, 使之符合等微增率原理〔式(1-20)〕及负荷要求〔式(1-14)〕。下面以3台机组的火电厂为例说明图解法的步骤。

图1-10(a)画出了3台机组的耗量特性, 根据这些耗量特性上各点的切线斜率可做出各机组相应的微增率特性如图1-10(b)。这样, 在图1-10(b)上各纵坐标任取一相同值(等微增率), 由各横坐标可得到按此微增率各机组应发的有功功率 $P_i (i=1, 2, 3)$ 。若这时, $\sum_{i=1}^3 P_i = D$, 则说明所得到的各 P_i 是所求之解, 否则再取一纵坐标值重新按上述计算。对越限情况要按Kuhn-Tucker最优性条件——“越限为限”进行处理。

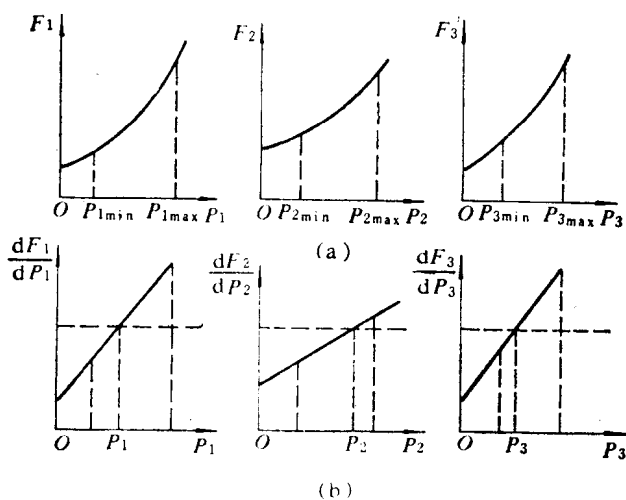


图1-10 图解法的说明

(a) 耗量特性: (b) 微增率特性

2. 标尺法

图解法直观且容易理解, 但应用时不太方便且精度较差。过去在实际中真正使用的是数字化了的图解法——标尺法。这个方法是把各机组微增率曲线(图1-10(b))离散化为许多点并以之为刻度作成标尺的形式, 然后利用这些尺子按等微增率原理进行负荷的经济分配。

图1-11简略地画出了上述3台机组负荷分配时所用标尺的形状。左边的一根尺子是固定不动的, 尺上用对数标度刻出耗量微增率的数值, 右边的三根尺子可上下滑动, 称为滑尺, 分别对应于机组1、2、3, 此三尺上对照着固定尺上微增率的数据刻有相应的发电机发电

有功功率值（这个值是机组微增率特性上相应微增率点处的横坐标）。使用这两类标尺便可分配负荷，例如，若总负荷为480MW，则由标尺可立即得到与此相应的分配方案： $P_1 = 100\text{MW}$ ， $P_2 = 250\text{MW}$ ， $P_3 = 130\text{MW}$ ，而此时的微增率也可查出为 $0.350\text{t}/(\text{MW}\cdot\text{h})$ 。

应指出，标尺法之所以把对应于机组发电功率的标尺做成可滑动的是为了便于考虑燃料价格的变化。当不以成本而以耗量为目标函数时是不必使之滑动的，这时标尺法就如同各尺子上刻度都填入一张大表格的表格法一样，因此标尺法又称为表格法。事实上，我国一、二十年前用的正是表格法，而标尺法是在北美等国家前一时期常用的方法。

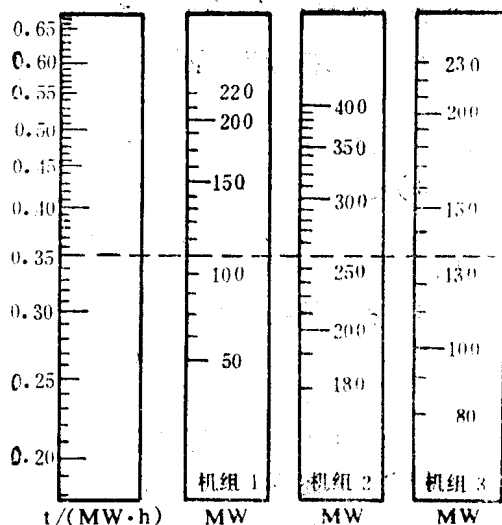


图1-11 标尺法的说明

当机组耗量特性用光滑函数表示时，直接利用式（1-18）、（1-19）计算负荷分配较用上述两方法要更为方便。特殊地，当机组耗量特性用二次多项式（1-4）表示时这种计算很简洁。根据式（1-18）、（1-19）来计算负荷分配的方法称为解析法。简述如下：

设发电厂内有 G 台机组，其耗量特性均取为二次多项式形式，即 $F_i = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i$ ， $(i = 1, 2, \dots, G)$ ，并设发电厂总负荷有功功率为 D ，则由式（1-20）有

$$2a_1 P_1 + b_1 = 2a_2 P_2 + b_2 = \dots = 2a_G P_G + b_G = \lambda \quad (1-24)$$

由式（1-19）有

$$P_1 + P_2 + \dots + P_G = D \quad (1-25)$$

这样将有

$$P_i = \frac{\lambda - b_i}{2a_i} \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (1-26)$$

及

$$\lambda = \frac{2D + \sum_{i=1}^G \frac{b_i}{a_i}}{\sum_{i=1}^G \frac{1}{a_i}} \quad (1-27)$$

这样按式（1-27）求出 λ 并以之代入式（1-26），便可求得各机组经济分配的负荷。

当然，整个计算并非总是这样简单，因为计算中未计及式（1-2）条件，而计算所得结果可能会不满足此式，即所分配的发电有功功率会高于上限或低于下限。这时必须加以处理。原则上讲，若计算结果中有一台或几台机组的发电功率超过其上限或低于其下限，则可按Kuhn-Tucker最优性条件把这些越限机组的功率固定在相应的限值上，并从 D 中减去这些限值，然后把所剩下的负荷在未越限的机组间分配。

4. 计算机算法

用计算机计算负荷经济分配，可以方便而快速地得到解答。但计算机只是一种计算工