

优化理论 在水库调度中的应用

YOUHUALILUN
ZAISHUIKUDIAODUZHONGDEYINGYONG



湖南科学技术出版社

主 编: 张勇传

常务编委: 张勇传 邴凤山

黄守信 李钰心 张敦周 熊斯毅

潘秩评

编 委: 尹家骥 叶秉如

孙宗义 吉国良 朱晓玲 李津身

李钰心 邴凤山 金 琼 林璧君

张勇传 张敦周 张勋友 施熙灿

钟 琦 黄守信 黄映石 黄益芬

章建乔 董子敖 傅昭阳 路聪书

熊斯毅 潘秩评 潘慧玲

编 辑: 潘秩评

优化理论 在水库调度中的应用

YOUHUALILUN

ZAISHUIKUDIAODUZHONGDEYINGYONG

湖南科学技术出版社

优化理论在水库调度中的应用

主编 张勇传

责任编辑：李遂平

湖南科学技术出版社出版

(长沙市展览馆路14号)

湖南省新华书店发行 湘中地质印刷厂印刷

1985年12月第1版第1次印刷

开本：787×1092毫米1/16 印张：11 字数：269,000

印数：1—5,200

统一书号：15204·157

定价：2.10元

前 言

能源问题是当前的一个举世瞩目、十分突出的问题。我国四个现代化建设的目标，是要在本世纪末使工农业总产值翻两番。在诸多任务中，重点之一是能源建设。根据我国水电能源十分丰富而已开发比例甚小等具体情况，水电在我国能源结构中占有非常重要的地位。对已建成的水电站来说，科学管理，优化调度，充分合理、最大限度地利用水能，多发电，并取得多方面的综合效益是十分重要的。

在我国，水电站水库优化调度的研究开始于五十年代末，时间上比国外要晚几年，但不管是围绕当时三峡枢纽的前期研究工作，还是针对当时已建水电站的生产实际问题的研究，都取得了积极的成果。近年来，在优化调度理论、优化计算方法等方面的研究又都有了重大进展。有些电站已在生产中实施，如湖南柘溪、凤滩等四电站、四川水电站群、江西上犹江等水电站，配合各种有效管理措施，使优化调度方案不同程度地用于生产实际，从而使发电量增加2—5%，经济效益相当显著。

为了交流经验，推动这一个学科的进一步发展，促进其在生产上的应用，水电部科技司委托湖南省水利水电勘测设计院负责并组成专门编委会，编辑了这本命名为《优化理论在水库调度中的应用》的论文集。编委会选编了近年来我国在水电站水库优化调度领域理论上有所创新、技术方法上比较先进、在实践中有明显效益的论文共二十篇。这些论文具有一定的代表性，反映了我国在这一领域的现状和水平。

这二十篇论文中，有单库优化调度，也有梯级及水库群优化调度；有发电水库，也有综合利用水库；有专题理论研究，也有综合实施经验；有考虑时段径流预报的，也有不考虑这种预报的；有将入库径流作为马

氏链处理的，也有将时段径流作独立随机变量处理的；有使用各种动态规划方法的，也有使用微增率方法的；有针对年及多年调节水库的，也有针对日调节水库的；有采用逐次逼近算法的，也有采用策略迭代算法的。这些论文中的一些基本理论和方法虽可见诸于国外的一些论文，但应该指出，这些论文不仅密切结合着我国的实际，而且从理论上说，关于径流描述的研究，关于径流条件分布的研究，关于水库初蓄方式的研究，关于递推计算的理论和方法的研究，关于通过惩罚函数和概率约束处理多个保证率的问题的研究以及把对策论方法和模糊数学方法引入水库调度问题的研究等，都具有我国特色和创造性。

到目前为止，尽管水电站水库优化调度的研究已经取得了很大进展，但对于解决各种生产实际问题来说还是不够的。我们希望广大科技工作者，在更广阔的领域内进行综合研究，开拓新途径，推动这一学科更快发展，促进我国水电站运行管理水平的不断提高。

在本书的编辑出版过程中，得到了水电部科技司、生产司、湖南省科委、华中工学院、湖南科技出版社的大力支持，季兴发、袁彰志、孟有榕、戴国瑞、陈惠源等同志参加了部分审稿工作，他们提出了许多宝贵意见，在此表示感谢。

编委会

1984. 7. 5.

目 录

前 言					I
柘溪水电站水库优化调度	张勇传	熊斯毅	李福生	黄益芬	1
四川水电站群水库优化调度图及其计算	谭维炎	刘健民	黄守信		15
在无水文预报条件下水电站水库的优化调度	施熙灿	林元烈	杨善桂		22
水库优化调度中几个理论问题	张勇传	傅昭阳	许丽华		
	蒲 润	刘义林	温志良		28
丹江口综合利用水库优化调度	钟 琦	顾宁昌	陈雪英	周棣华	41
梯级水电站日经济调度的流量微增率法及其在古田溪梯级电站的应用	李钰心	何乃珍	林尧欣	吕俊加	49
湖南柘、马、双、凤水库群联合优化调度			熊斯毅	邴凤山	58
水电站库群的年最优调度	叶秉如	许静仪	潘慧玲	毛尔源	65
水电站水库最优调度中径流描述			戴国瑞	徐鼎甲	74
策略迭代法在水库优化调度中的应用				陈惠源	79

两个无水力联系水库的优化调度	黄守信	方淑秀	姚念念	85
六库优化调度（单库）实施模式与方案编制	潘秩评	章建乔	朱晓玲	熊斯毅 90
综合利用水库的发电优化调度	梁青福	施熙灿	张万琪	邹国华 102
以水电站供电损失最小为目标的水电站水库优化调度			董子教	阎建生 108
用动态规划理论制订“新、富”梯级调度图	路聪书	王志梁	汪元平	陈可义 112
石泉水电站水库优化调度数学模型及其成果分析			郑忠信	叶涧和 122
对桓仁水库优化调度的几点看法				华新之 127
水库优化调度的模糊数学方法	张勇传	邴凤山	熊斯毅	130
水库群优化调度方案的实施与考核			黄益芬	周稚亚 141
西方国家水库优化调度评述	张勇传	邴凤山	潘秩评	154

柘溪水电站水库优化调度*

张勇传 熊斯毅 李福生 黄益芬

柘溪水电站位于资水中游,装机容量44.75万千瓦,为年调节水库,担负调频、调压任务,目前是湖南电力系统中最大的主导电站。

1979年采用本文所叙述的方法编制了柘溪水库最优调度方案,并于当年投入应用,取得了显著的经济效果。另外,采用本文的基本理论和方法,为一些电站编制了优化调度方案,也取得了比较满意的结果。

(一) 径流过程

一般来说,径流是一个连续随机过程,但在描述径流时,常把它作为离散时间的随机过程。这是足够准确的,同时也正好适合于实际运行方式的特点(不能作连续变化和调整)。

把一年时间划分为 N 个时段,采用逆时序编号(图1-1)。时段内的径流用其平均值表示。在相关分析的基础上,在相邻时段的径流 Q_n 、 Q_{n+1} 间可以求出条件概率分布函数

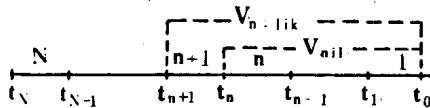


图1-1

$F(Q_n/Q_{n+1})$ 。亦可把径流转换为和其一一对应且具有正态分布的另一变量 X ,从而在建立径流条件分布函数时可使用有关正态分布的数学成果(图1-2)。

1. 关于相关系数

通常的方法是计算出相关系数之后,进行机误计算和置信分析。置信系数和相关系数的机误分别由下式给出

$$K = \frac{|r|\sqrt{n-1}}{1-r^2}$$

$$E_r = 0.6745 \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

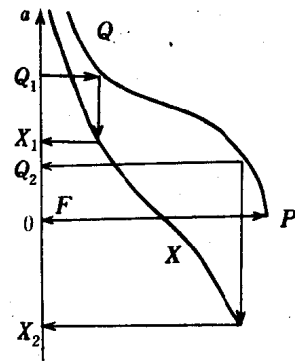


图1-2

式中, r 表相关系数, n 表观测资料年数。如果 $K < 1$,则可认为没有相关;如 $1 < K < 3$,则认

* 参加此项工作的还有肖其杰、杜裕福、章建乔、朱晓玲、潘秩评等同志。

为具有相关趋势；而 $K > 3$ ，则认为明显相关。对相关系数的机误，则只有当 $|r| > 4E_r$ 时才认为相关关系是密切的。

上述 $K > 3$ 和 $|r| > 4E_r$ 两种置信标准并没有严格的根据。时段间径流的相关，在物理上有径流的连续性和退水规律作成因依据。反之，如果把不明显相关和相关密切的情况都看作没有相关，即把相关系数视作零，那么，按照统计置信分析，利用 $n-2$ 自由度的学生氏 (student) t 分布，得到的置信度将更小。所以，在水库优化调度问题中，时段间相关系数的计算值，一般都应予承认。

2. 径流判别式

分析三个时段的相关情况，用 x_3, x_2, x_1 表示三个时段的径流， r_{32}, r_{21}, r_{13} 表示两径流之间的相关系数。通过相关分析可以证明， x_3 对 x_1 的影响是经由两条路线进行的，一条是直接的，另一条是间接的（或经由 x_2 传递的）。显然，可用直接计算的相关系数 r_{31} 减去传递影响部分 $r_{32} \cdot r_{21}$ ，作为判别直接影响大小的依据。若有

$$r_{31} - r_{32} \cdot r_{21} = 0$$

则认为不存在直接影响，径流为简单马尔科夫链。

上式可作为简单马尔科夫过程的判别式，其证明我们在 [5] 给出。

3. 关于误差分布

在直接相关情况下，后一时段径流对回归直线的偏离值（误差），有刚性相关和弹性相关两种处理方法。刚性相关时误差 ϵ_1 分布为正态，其均方差与 x_2 无关， $\sigma_{\epsilon_1} = \sigma_1 \sqrt{1-r^2}$ 。但从水文成因角度看，用弹性相关方法处理径流 Q 间的相关更合理一些。首先，对某一个前一段的径流值，由于径流的连续性和退水规律，后一时段的径流有一个最小值 Q_{1min} ，即误差有下界（图1-3）。其次，弹性相关时误差的均方差与前时段径流量大小有关，通常有

$$\sigma_{\epsilon_1} = \bar{Q}_{1Q2} \frac{\sigma_1 \sqrt{1-r^2}}{Q_1}$$

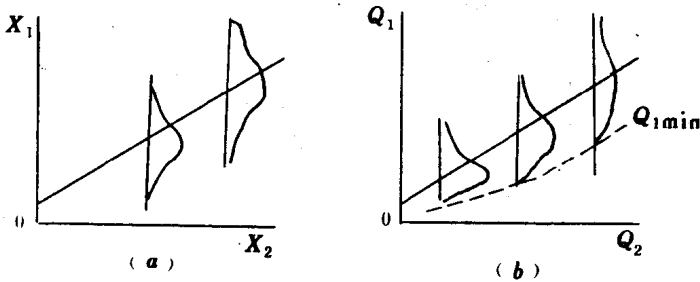


图1-3

式中， \bar{Q}_{1Q2} 为 Q_1 的以 Q_2 为条件的平均值。这种关系的存在，可用降雨与径流现象的物理与随机的本质来解释，以回归线表示的 Q_1, Q_2 之间的就均值而言的关系，与时段降雨均值之比值和流域内蓄水的消耗情况有关。 Q_1 对回归线的偏离随后一时段内（以及前一时段末）各种降雨量而变化，反映出 Q_2 对 Q_1 的变化所产生的各

种影响。例如，当后一时段降雨很少或根本没有降雨时，流域内蓄水之消耗随 Q_2 增大而加快，从而使 Q_1 相对于其条件均值要大大降低。相反，当后一时段降雨较大时，径流量 Q_1 就要比其条件均值高，且 Q_2 越大，高得越多（由于降雨径流系数提高了）。

弹性相关条件下，误差可采用 Gamma 分布，由下式计算

$$P = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_{\xi_1}^{\xi_2} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} dx$$

式中, $\Gamma(\alpha)$ 为 Γ 函数, $\alpha=1, C_V^2, \beta=2, (\bar{Q}_1, Q_2, C_V, C_S)$ 。 C_V 由条件均值和条件方差计算, $C_S = 2 C_V (1 - Q_{imin})$ 。

用有限的离散状态表示径流, 每一时段的径流都划分为 M 级 (即 M 个状态), 则可计算出时段间径流状态转移概率

$$P_{nij} \quad (n=1, 2, \dots, N; i, j=1, 2, \dots, M)$$

它表示时段 n 的径流为状态 i 时, 时段 $n-1$ 径流出现状态 j 的概率。而矩阵

$$P_n = (P_{nij}) = \begin{pmatrix} P_{n11} & P_{n12} & \dots & P_{n1M} \\ P_{n21} & P_{n22} & \dots & P_{n2M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ P_{nM1} & P_{nM2} & \dots & P_{nMM} \end{pmatrix}$$

则表示时段 n 到时段 $n-1$ 径流状态的转移概率, 显然有 $\sum_{j=1}^M P_{nij} = 1$ ($n=1, 2, \dots, N, i=1, 2, \dots, M$)。

(二) 水库状态转移和效益

时历法调度图和不使用短期预报且不考虑时段间径流相关的统计法调度图, 两者具有相同的形式

$$N = N(Z, t)$$

如图1-4(a)所示, 对某一具体的时间来说, 水电站的出力完全由水库水位 Z 决定, 这种图的结构无法考虑当时入库径流和短期预报。本文采用调度面形式的调度图, 增加径流因素后, 其函数关系变为

$$N = N(Z, Q, t)$$

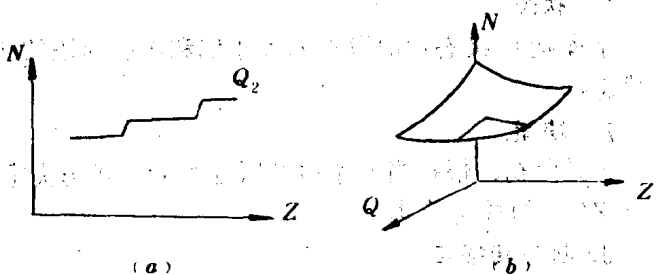


图1-4

对某一具体的运行时间, 它在空间

表现为一个曲面 (图1-4(b))。这样, 决定水电站的出力需要两个条件: 当时的水库水位和同时可得知的面临时段的来水。由于多计入了这后一个因素, 调度的灵活性增加了, 从而使决策选择的针对性增强了。

必须指出, 增加径流短期预报, 可能引起某些担心, 因为对于某些水库, 为期5~10天的短期预报可能仍不很准。但是, 考虑到时段内的运行方案可在运行过程中作一定的调整, 以及有经验的调度人员的努力, 最终可使流量的平均值和所对应的决策方案吻合或只有较小的偏离。而且, 由最优化原理所制定的优化调度方案具有这样的特点: 不管过去的运行情况怎

样,以过去运行结果为条件的新的最优运行决策将保证比原运行情况为优。这样,短期预报不准在时段内运行方案调整之后,即使仍然对最优运行有某些偏离,也不致对以后的最优运行带来影响。

用水库蓄水位和面临时段径流构成水库运行状态向量,即用 F_{n+1IJ} 表示由 t_{n+1} 时的水库运行状态 I 到 t_n 的水库状态 J 的转移概率,用 Z 表示水位,用矩阵 $F_{n+1} = (F_{n+1ij})$ 表示从 t_{n+1} 到 t_n 的水库状态转移概率矩阵。随着状态转移,水电站和其他综合利用部门获得效益 q_{n+1} 。 q_{n+1} 与水电站出力 N_{n+1} 之间常具有函数关系(图1-5)。图中 N_f 为保证系统正常工作时水电站应发的最小出力, N_m 为实际可能最大出力。

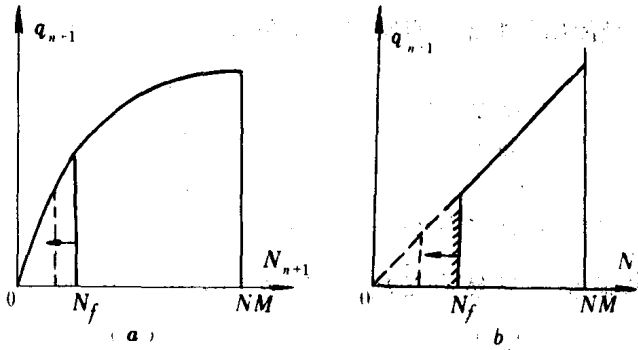


图1-5

对绝大多数水电站来说,径流随机性对调度的影响总是起主导作用的,因而可用折线来近似表示效益特性曲线,不同的折线段表示不同的电价。有时也允许采用图1-5(b)所表示的直线效益特性,特别是在供电比较紧张的情况下,水电站增加的发电量意味着对用户供电的增加,直线效益特性和这种情况能较好的符合。在采用直线特性时, N_f 作为限制条件处理,只在不可能满足这一条件时才按图1-5(b)中虚线计算。

(三) 调度图的经济性与可靠性

水电站水库调度可模型化为下述形式:

1. 状态

水库运行状态由时段初水库水位和面临时段的天然来水组成的向量表示,每时段有 MZ 个状态。

2. 决策

每时段初,根据当时水电站所处的运行状态决定该时段末的水库水位,供作选择的水位共有 Z 个,组成决策集。

3. 状态转移率

若 $n+1$ 时段初水电站处于状态 $I = (i, k)$,对时段末水位 j 的选择作出决策后,水电站的运行状态将发生转移,而转移到状态 $J = (j, l)$ 的概率 $F_{n+1IJ} = P_{n+1kl}$ 称状态转移率。

4. 效益函数

是时段初、末状态和决策构成的函数。当作出决策后, $n+1$ 时段水电站运行状态从 I 转移到 J ,水电站发电并带来效益 q_{n+1ikj} 。

调度图的经济指标是指年效益期望值(简称年效益),年效益的大小自然是衡量调度图优劣的一个主要标志。调度图的可靠性是指按该图指导水库运行时,出力不小于某一事先规定的出力(保证出力)的概率(出力保证率),或所发电能不小于某一规定的电能(保证电能)的概率(通常称电能保证率)。保证率是反映调度图可靠性的一个指标,该指标应满足设计或

电网实际情况提出的要求，即不能低于某一规定值。

若将水库的入库径流描述为以一年为周期的时间离散（一年划分为 N 个时段）和空间离散（ M 个状态）的简单马尔柯夫过程；水库运行状态用时段初水库水位（划分为 Z 级）和面临时段入库径流（由短期预报提供）组成的向量表示，则对某一确定的调度图来说，已知 $n+1$ 时段的初水位 i 、面临时段来水 k ，即可求出该时段末的水库水位

$$j = f_{n+1}(i, k) \quad (1)$$

同时，这一时段的运行情况便完全确定了，所以其效益可表示为 q_{n+1ikj} 。这个时段正常运行的情况（出力是否大于保证出力）可表示为

$$\Delta S_{n+1ikj} = \begin{cases} 1 & \text{当 } N_{n+1} \geq N_f \text{ 时;} \\ 0 & \text{当 } N_{n+1} < N_f \text{ 时。} \end{cases} \quad (2)$$

式中， N_{n+1} 表示 $n+1$ 时段的出力； N_f 表示保证出力。

水库在 $n+1$ 时段初所处状态为 i 种水位和 k 种来水的条件下，令 V_{n+1ik} 表示 $n+1$ 至 1 时段（时段逆时序编号）诸时段均采用确定调度图运行的总效益期望值；在时段初水库为 i 种水位和 k 种来水的条件下，用 S_{n+1ik} 表示 $n+1$ 至 1 时段按确定调度图运行的正常运行（出力大于保证出力）时段数的期望值；则可建立计算年效益和保证率的递推方程：

$$\begin{cases} V_{n+1ik} = q_{n+1ikj} + \sum_l P_{n+1kl} V_{njl}; \\ S_{n+1ik} = \Delta S_{n+1ikj} + \sum_l P_{n+1kl} S_{njl}; \\ j = f_{n+1}(i, k) \quad (n=0, 1, 2, \dots, N-1); \\ V_{0jl} = S_{0jl} = 0 \quad (\forall j, l). \end{cases} \quad (3)$$

式中， P_{n+1kl} 为 $n+1$ 时段来水为 k 的条件下， n 时段来水为 l 的概率。

定理 1 由递推方程组 (3) 逆时序按规定调度图进行计算，随着计算年数的增加，计算结果将趋于稳定，且

① 令 $Z_{nik} = V_{nik} - V_{n-1ik}$ ， $\bar{Z}_n = \max_{i,k} Z_{nik}$ ， $Z_n = \min_{i,k} Z_{nik}$ 则 Z_{nik} 会稳定收敛于 g_n ， g_n 即为 n 时段的效益期望值。年效益期望值 $g = \sum_{n=1}^N g_n$

② 令 $W_{nik} = S_{nik} - S_{n-1ik}$ ， $\bar{W}_n = \max_{i,k} W_{nik}$ ， $W_n = \min_{i,k} W_{nik}$ ，则 W_{nik} 会稳定收敛于 P_{nf} 。 P_{nf} 即为 n 时段正常工作的保证率，年的以时段为单位的保证率 $P_f = (\sum_{n=1}^N P_{nf}) / N$ 。

证明：结论①和②很相似，证明也相仿，下面仅对②予以证明。

用向量 $I = (i, k)$ 、 $J = (j, l)$ 表示水库状态，用 P_{n+1IJ} 表示 $n+1$ 时段初状态为 I 转移到该时段末状态 J 的概率，显然有 $P_{n+1IJ} = P_{n+1kl}$ 。注意到 (1) 式，则由 (3) 式可得

$$\begin{cases} S_{n+1I} = \Delta S_{n+1I} + \sum_J P_{n+1IJ} S_{nJ} \quad (n=0, 1, 2, \dots, N-1); \\ S_{0J} = 0 \quad (\forall J). \end{cases} \quad (4)$$

当完成一年（ N 个时段）的递推计算后，可得出 S_{NI} 。令 $\Delta S_I = S_{NI}$ 表示年初状态为 I 并按规定调度图运行一年正常工作时段数的期望值； $S_I(n)$ 表示年初状态为 I 并按规定调度图运行（ n ）年正常工作时段数的期望值，则以一年为单位的递推方程为

$$\begin{cases} S_I(n+1) = \Delta S_I + \sum_j P_{IJ} S_j(n) & (n=0, 1, 2, \dots); \\ S_J(0) = 0 & (VJ)。 \end{cases} \quad (5)$$

式中, P_{IJ} 表示年初状态为 I 并按规定调度图运行一年后转移到状态 J 的概率, 如下关系成立:

$$P = (P_{IJ}); \quad P_n = (P_{nIJ});$$

$$P = P_N P_{N-1} \cdots P_2 P_1。$$

因为

$$\begin{aligned} W_I(n+1) &= S_I(n+1) - S_I(n) \\ &= [\Delta S_I + \sum_j P_{IJ} S_j(n)] - [\Delta S_I + \sum_j P_{IJ} S_j(n-1)] \\ &= \sum_j P_{IJ} W_j(n) \end{aligned}$$

又因为 $W_j(n)$ 对有限的 n 和不同的 J 不为常数, 而且 $P_{IJ} \neq 1$, $\sum_j P_{IJ} W_j(n) > \underline{W}(n)$, $\sum_j P_{IJ} W_j(n) < \bar{W}(n)$, 故有

$$\bar{W}(n) > W_I(n+1) > \underline{W}(n)$$

这个关系对任意的 I 都成立, 于是可得

$$\bar{W}(n) > \bar{W}(n+1); \quad \underline{W}(n) < \underline{W}(n+1)$$

两式相减得

$$\bar{W}(n+1) - \underline{W}(n+1) < \bar{W}(n) - \underline{W}(n)$$

或

$$\bar{W}(n+1) - \underline{W}(n+1) \leq \alpha (\bar{W}(n) - \underline{W}(n))$$

式中, $0 < \alpha < 1$ 对任何 n 在 $\underline{W}(n) \neq \bar{W}(n)$ 时成立。注意到, $\bar{W}(n+1) - \underline{W}(n+1) \geq 0$ 。同时, 当 n 为 1 时, 这个差值是有限正数, 故有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [\bar{W}(n) - \underline{W}(n)] = 0$$

这说明随着年数 (n) 的增多, $W_I(n)$ (VI) 都将趋近于某一常数。因为 $W_I(n)$ 表示从 n 年到 $n-1$ 年内正常运行时段数的期望值, 所以调度图的保证率为

$$P_f = \frac{\bar{W}_I(n) + \underline{W}_I(n)}{2N} \quad (\text{对任意 } I, \text{ 对很大的 } n)$$

进行第 n 年诸时段计算的递推式为

$$\begin{cases} S_{nik} = \Delta S_{nik} + \sum_l P_{nkl} S_{n-1jl} \\ j = f_n(i, k) & (n=0, 1, 2, \dots, N-1) \\ S_{0jl} = S_{Njl}^{(n-1)} \end{cases}$$

式中, $S_{Njl}^{(n-1)}$ 为 $n-1$ 年递推计算时最后一个时段的结果, 完成这一年的计算后得出 $S_{Njl}^{(n)}$, 而进行第 $n+1$ 年的计算时则以 $S_{Njl}^{(n)}$ 为起始点。

由上可见, 第 n 年、第 $n+1$ 年的逐时段计算, 只是起始条件不同, 而对足够大的计算年

数 (n) 来说, 根据前面的证明, 可知

$$S_{Njk}^{(n)} = S_{Njl}^{(n-1)} + W_{Njl}, \quad W_{Njl} (\forall j, l) \text{ 是一个常数}$$

所以, 这两年 (n 和 $n+1$) 的计算对于足够大的 n 来说, 相应时段的结果只差一个常数, 且根据 S 的物理意义, 这个常数正好是该时段正常工作的保证率, 即

$$\begin{aligned} (\bar{W}_n + \underline{W}_n)/2 &\doteq P_f \quad (n=1, 2, \dots, N-1) \\ (\sum_{n=1}^N P_{nf})/N &= P_f. \text{ 证毕。} \end{aligned}$$

推论1 如果

$$\Delta S_{n+likj} = \begin{cases} N_f - N_{n+1} & (\text{当 } N_{n+1} \leq N_f \text{ 时}); \\ 0 & (\text{当 } N_{n+1} > N_f \text{ 时}). \end{cases} \quad (6)$$

即 ΔS_{n+1} 表示 $n+1$ 时段的不足出力, 则计算趋于稳定后可得

$$\begin{cases} P'_{nf} \doteq (\bar{W}_n + \underline{W}_n)/2 N_f; \\ P'_f = (\sum_{n=1}^N P'_{nf})/N. \end{cases} \quad (7)$$

式中, P'_{nf} 和 P'_f 为按保证电能计算的正常工作的保证率。

推论2 如果 ΔS 的计算相应于某事件发生的情况 (某事件可以指年内某些时段水库水位高于某规定值), 即

$$\Delta S_{n+likj} = \begin{cases} 1 & (\text{某事件发生}); \\ 0 & (\text{某事件不发生}). \end{cases} \quad (8)$$

则计算趋于稳定后有

$$\begin{cases} P_{nr} = (\bar{W}_n + \underline{W}_n)/2; \\ P_r = \sum_{n=1}^N P_{nr}. \end{cases} \quad (9)$$

式中, P_{nr} 和 P_r 分别为某事件在第 n 时段和全年发生的概率。

顺便指出, 推论2中的某事件可以根据实际需要规定。例如为了研究灌溉情况, 可规定为灌溉是否得到满足, 于是可得出灌溉保证率; 又例如, 为了研究库区土地利用, 在某一高程种植某种农作物保收 (不被淹掉) 的概率, 可规定某事件是指在该种农作物从种植到收获的相应时段间水库水位不高于该作物种植高程等等。

(四) 优化调度图

为了寻求优化调度图, 利用贝尔曼最优化原理可列出如下递推方程

$$\begin{cases} V_{n+lik} = \max_j [q_{n+likj} + \sum_l P_{n+1kl} V_{njl}]; \\ S_{n+lik} = \Delta S_{n+likj} + \sum_l P_{n+1kl} S_{njl} \quad (n=0, 1, 2, \dots, N-1); \\ V_{0jl} = S_{0jl} = 0 \quad (\forall j, l). \end{cases} \quad (10)$$

(10) 式表示的是一年内诸时段的计算。当完成一年的计算后转换一下初始条件即可进行前一年的逐时段递推计算。此外, 计算(10)式中的第二式时, j 值应采用第一式优选出的 j 值。计算 ΔS 用(2)式。

定理2 按(10)式进行递推计算, 随着计算年数的增多, 计算结果将趋于稳定, 且

① $j = f_n(i, k) (\forall n)$ 将趋于稳定, 即得所求的优化调度图。

② 定理1中的①和②成立。

证明: 用向量 $I = (i, k)$ 、 $J = (j, l)$ 表示状态; 把以时段为单位的计算转换为以年为单位的计算; 用 m 表示年调度图, 它由年内各时段的调度图 $j = f_n(i, k) (n=1, 2, \dots, N)$ 组成; 令 q_I^m 表示第 $n+1$ 年初状态为 I 并按调度图 m 运行一年的效益期望值; $V_I(n)$ 表示第 n 年年初状态为 I 并在 n 到 1 年期间在最优运行情况下的效益期望值; P_{IJ}^m 表示第 n 年年初状态 J 的概率; 则以年为单位寻求最优调度图的递推方程为^[1, 2]

$$\begin{cases} V_I(n+1) = \max_m [q_I^m + \sum_j P_{IJ}^m V_J(n)] & (n=0, 1, 2, \dots); \\ V_J(0) = 0 & (\forall J). \end{cases} \quad (11)$$

令 $Z_I(n+1) = V_I(n+1) - V_I(n)$;
 $\bar{Z}(n+1) = \max_I Z_I(n+1)$; $\underline{Z}(n+1) = \min_I Z_I(n+1)$

则 $Z_I(n+1) = \max_m [q_I^m + \sum_j P_{IJ}^m V_J(n)] - \max_m [q_I^m + \sum_j P_{IJ}^m V_J(n-1)]$
 $= [q_I^{m_1} + \sum_j P_{IJ}^{m_1} V_J(n)] - [q_I^{m_2} + \sum_j P_{IJ}^{m_2} V_J(n-1)]$,

式中, m_1 、 m_2 分别为第 $n+1$ 年和第 n 年优选的调度图。对这两年来说改用其他任一调度图都将导致效益的减少或不可能增加效益。于是有

$$\begin{aligned} Z_I(n+1) &\geq [q_I^{m_1} + \sum_j P_{IJ}^{m_1} V_J(n)] - [q_I^{m_2} + \sum_j P_{IJ}^{m_2} V_J(n-1)] \\ &= \sum_j P_{IJ}^{m_1} Z_J(n) > \min_j \sum_j P_{IJ}^{m_1} Z_J(n) = \sum_j P_{IJ}^{m_1} Z_J(n) \end{aligned} \quad (12)$$

注意到 $P_{IJ}^{m_1} \neq 1$, 并假定 $Z_I(n)$ 对于不同的 J 一般不为常数, 故

$$\sum_j P_{IJ}^{m_1} Z_J(n) > \min_j Z_J(n) = \underline{Z}(n)$$

于是得

$$Z_I(n+1) > \underline{Z}(n) \quad (13)$$

这个不等式对任意 I 都成立, 故又有 $\underline{Z}(n+1) > \underline{Z}(n)$, 同样有 $\bar{Z}(n+1) < \bar{Z}(n)$ 由12和13式进一步得

$$\begin{aligned} \bar{Z}(n+1) - \underline{Z}(n+1) &< \bar{Z}(n) - \underline{Z}(n); \\ \bar{Z}(n+1) - \underline{Z}(n+1) &\leq \alpha (\bar{Z}(n) - \underline{Z}(n)) \end{aligned} \quad (14)$$

由于 $\bar{Z}(n+1) - \underline{Z}(n+1) > 0$, $\bar{Z}(1) - \underline{Z}(1) < B$, B 为足够大的有限数, 且对任何 n 在 $\bar{Z}(n) \neq \underline{Z}(n)$ 时有 $0 < \alpha < 1$, 所以当计算次数增加时, $\bar{Z}(n+1) - \underline{Z}(n+1) \rightarrow 0$, 即计算结果趋于稳定。

$\bar{Z}(n) - \underline{Z}(n)$ 随着 n 增加而趋于零, $Z_I(n)$ 对所有 I 随着 n 增加而趋于常数 g , 且

$$V_I(n) = ng + v_I \quad (\text{对很大的 } n) \quad (15)$$

上述稳定同时意味着优选的调度图趋于稳定, 因为按

$$V_I(n) = \max_m [q_I^m + \sum_j P_{IJ}^m V_J(n-1)]$$

进行第 n 年调度图优选时, 得 $m = m^0$ 为优化调度图。而当 n 足够大时由 (15) 式知

$$V_J(n) = V_J(n-1) + g \quad (16)$$

于是按

$$\begin{aligned} V_I(n+1) &= \max_m [g_I^m + \sum_j P_{IJ}^m V_J(n)] \\ &= g + \max_m [q_I^m + \sum_j P_{IJ}^m V_J(n-1)] \end{aligned}$$

进行第 $n+1$ 年调度图优选时, 由于只相差一个常数 g , 仍以 $m = m^0$ 作为优选的调度图。

优选的年调度图稳定不变, 即 $m = m^0$, 亦即一年中诸时段的调度图 $j = f_n(i, k) (\forall n)$ 稳定不变, 定理中的①得证。

现在再补充一点, 前面的证明过程中曾提到 $Z_I(n)$ 对于不同的 J 一般为非常数, 实际上如果 $Z_J(n)$ 对不同的 J 为常数, 结论仍然成立。

关于结论②, 因为随着计算年数 (n) 的增大, 优选的调度图趋于稳定而得出最优调度图 $m = m^0$, 此后再继续进行递推计算时, 便完全和确定调度图 m^0 的递推计算相同, 故由定理1 (注意其证明过程中并不使用初始条件, 即结论是与初始条件无关的) 知结论②成立。证毕。

按定理2和 (10) 式进行递推计算, 除了得出优化调度图之外, 还得出该调度图的年效益和保证率。同时, 由于优选调度图递推计算中主要工作量在于优选时段末水位的比较计算, 所以保证率递推计算时工作量的增加是有限的。

显然, 如果得出的保证率 P_f 或电能保证率 P_f' 不能满足电力系统对该电站提出的可靠性要求, 所得优化调度图还不能提供给生产部门使用, 从这个意义上说, 所得的优化调度图还不是最优的。

(五) 优选计算方法

制定最优调度图的递推计算时, 最基本最大量的计算工作是在某些已知条件下, 选择最优时段末水位。我们把时段末水位的选优计算看作一个计算单元。由于通常情况下建立一个能基本反映实际情况的调度模型 (不是那种过分简化的情况) 所涉及的计算工作量相当大, 所以, 基本计算单元的计算方法的研究和改进就显得十分重要。

如果时段末水库水位的允许变动区间被划分成100等分, 则供作决策选择的水位方案共有101个。穷举法是把101个方案都进行计算, 进行比较, 从而找出最优方案来, 显然这种方法的计算工作量最大。增量动态规划法是把参加比较的方案数减少, 首先用某种方案确定一个初始方案, 在初始水位 (方案) 的上下, 把邻近的水位例如上下各5个, 连同初始方案共11个, 然后对这11个方案进行计算, 比较优选。这种方法比前一种在计算工作量方面前进了一步。选优计算中的分数法和0.618法, 亦可作为时段末水位优选的计算方法。根据我们自己在工作中的体会, 各种方法的有效程度, 在很大程度上取决于所要解决的问题的物理本质。就

水库调度问题来说，我们认为采用下述方法是合适的，这种方法称做可变方向探索法。

用 Z_{\max} 、 Z_{\min} 表示允许最大、最小水位， N_{\max} 表示允许最大出力， N_f 表示保证出力， E 表示步长， P 表示探索方向变量。图1-6给出了变向探索法的计算框图。

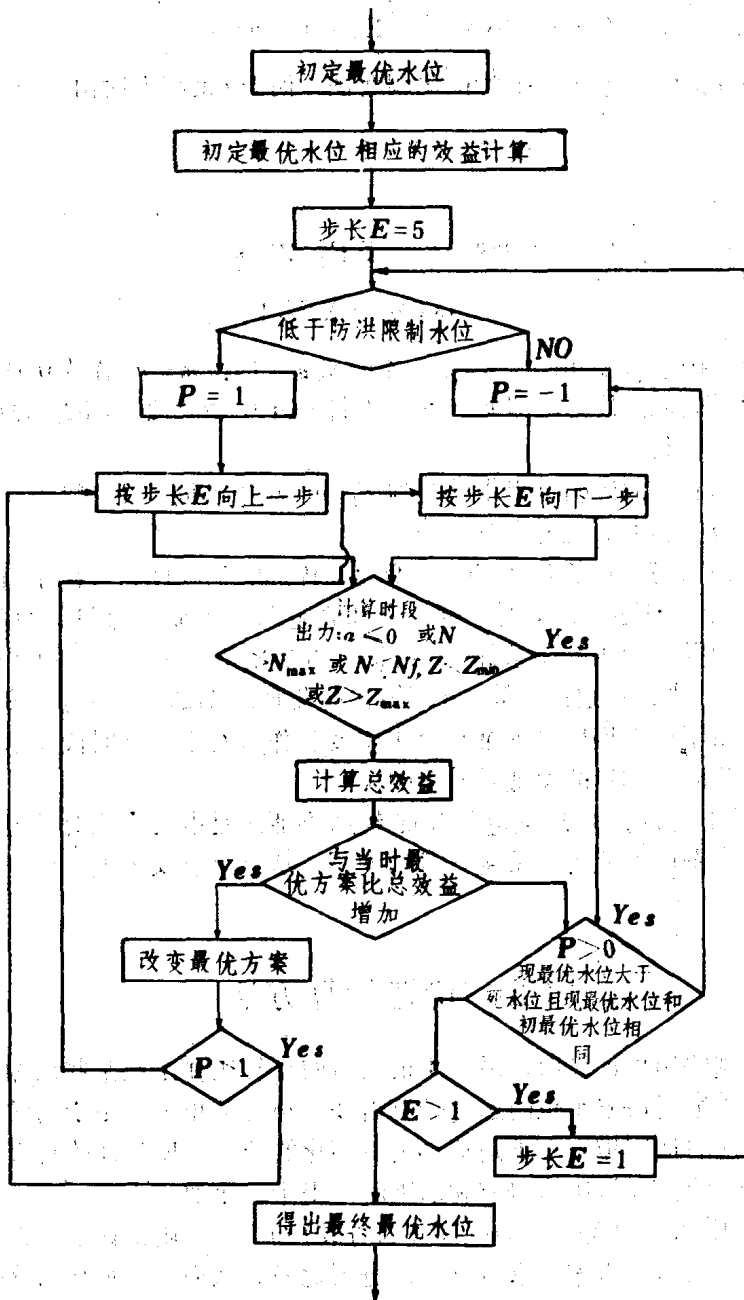


图1-6

可变方向探索法，同增量动态规划、分数法、0.618等方法一样，要有最优解是有条件的。这个条件为：随着时段末水位变化，总出力（时段出力加余留影响）有且只有一个极大值，可变方向探索法可以获得总体最优的结果。关于这一点的证明，见参考文献[6]。