

光弹性中的矩阵理论和散光法

钱振明 编著

科学技术文献出版社重庆分社

光弹性中的矩阵理论 和散光法

钱振明 编著

科学技术文献出版社重庆分社

光弹性中的矩阵理论和散光法

钱振明 编 著

责任编辑 栾季生

科学技术文献出版社重庆分社 出 版 行

重庆市市中区胜利路132号

全 国 各 地 新 华 书 店 经 销
重 庆 印 制 一 厂 印 刷

开本: 787×1092 毫米^{1/32} 印张: 10.75 字数: 23万

1990年10月第1版 1990年10月第1次印刷

科技新书目: 225—329 印数: 1—1000

ISBN7-5023-1182-3/TB·31 定价: 4.50 元

内 容 提 要

本书分三个部分，第一部分（1，2章）系统、简明地介绍了偏振光学计算中的各种现代方法——普安卡雷球法、 j 圆法、穆埃勒算法、琼斯算法和四元数法。称之为矩阵理论的这些方法是光弹性和光测力学研究中的基础工具。第二部分（3—5章）通过用矩阵理论阐述二维光弹性、非破坏三维光弹性和全息光弹性的基本原理，充分说明了矩阵理论在分析光弹性问题中的巨大功能。第三部分（6—8章）系统地论述了散光光弹性法，分别对次主轴不旋转和存在旋转的情况作了较透彻的分析，导出了相应的公式，并介绍了一种特殊的散光光弹性法——等达因法的原理和实验技术。

本书可作为高等院校工程力学专业教师、研究生和本科生的教学参考书，也可供光学等专业师生和光测力学科技工作者参阅。

前 言

希腊国立技术大学教授P. S. Theocaris和E. E. Gdoutos所著的《光弹性矩阵理论》(1979年出版)是第一本系统地叙述关于偏振光学现代计算方法的专著。我与王竹平同志曾于1984年将该书译成中文,由重庆大学印刷厂铅印了500本,作为工程力学专业学生和研究生的教学参考书或教材。我通过五年多的教学实践,一方面,感到矩阵理论确实是光弹性、光测力学的基础工具,对于深入了解它们的原理以及某种新方法的光学系统分析都极为有用;另一方面,也发现原书中存在某些概念模糊,前后不一致,个别地方不妥和错误之处。因此,就产生了编写一本既简明又适合我国读者情况的《光弹性矩阵理论》的想法。近年来,我通过散光光弹性的研究,并参阅了一些有关文献,将散光法也作为本书的重要内容予以介绍,这样就形成了本书的书名。

本书分为三个部分。第一部分(1, 2章)系统介绍偏振光学计算中的各种现代方法,即矩阵理论,它们包括普安卡雷球法, j 圆法, 穆埃勒算法, 琼斯算法和四元数法等,是本书的基础部分。第二部分(3—5章)充分阐述了矩阵理论在分析光弹性问题中的巨大功能,不仅对经典的二维光弹性的重要光学过程用矩阵理论的各种方法作了分析,并且对新发展的非破坏三维光弹性、全息光弹性的基本理论,也用相应的矩阵方法作了比较详细的讨论。正是应用了矩阵理论和

等效光学模型的概念，才使复杂的非破坏三维光弹性和第三部分要讨论的散光光弹性问题的公式化和求解成为可能或变得比较容易，导致了这两种方法的发展。第三部分(6—8章)系统地论述了散光光弹性方法，分别对次主轴没有旋转和存在旋转的散光法理论作了较透彻的分析，导出了相应的公式，特别较详细地讨论了确定椭圆度、方位角以及特征参数 σ 各种方法，这些方法不仅反映了国外学者和作者的研究成果，并且还用矩阵理论对这些方法的原理进行了分析和说明。作者认为，如果在实验技术上，利用近代的激光、光电、信号自动采集和处理等高技术，散光法有可能发展成一种较好的三维应力分析的非破坏性方法。加拿大滑铁卢大学 J. T. Pindera 教授发明的光弹性等达因法是一种特殊的散光光弹性方法，它对于解决平板中的局部三维应力状态、复合和层叠结构中的应力分析等问题特别有效。本书最后一章系统地介绍了等达因法的解析理论和光学理论，讨论了作者在研制光弹性等达因实验装置中所遇到的和已解决的某些技术问题。

本书是我在饱满的教学和科研工作情况下，利用业余时间 and 假期编著而成，完稿后的心情犹如乘坐飞机安全着落那样，感到踏实和庆幸。在散光光弹性的研究中，得到国家自然科学基金会的资助，谨致谢意。当然，由于我的水平有限，书中难免有错误和不妥之处，敬盼读者批评指正，不胜感谢。

钱振明

一九八九年八月于重庆大学工程力学系

目 录

第一章 偏振光及其描述方法	(1)
1.1 绪言	(1)
1.2 偏振光的形式	(3)
1.3 矢量表示法	(6)
1.3.1 线偏振	(7)
1.3.2 圆偏振	(7)
1.3.3 椭圆偏振	(8)
1.4 普安卡雷球表示法	(12)
1.5 j圆表示法	(14)
1.6 斯托克斯矢量表示法	(15)
1.7 琼斯矢量表示法	(18)
1.8 表征偏振光诸方法间的关系	(22)
1.8.1 普安卡雷球和j圆	(22)
1.8.2 普安卡雷球和斯托克斯矢量	(22)
1.8.3 斯托克斯矢量和琼斯矢量	(23)
第二章 光学元件的矩阵表示和对入射偏振光的效应	(25)
2.1 绪言	(25)
2.2 光学元件的定义	(26)
2.3 线偏振光透过一线性偏振器或一线性滞后	

器的矢量分析	(28)
2.3.1 线性偏振器	(28)
2.3.2 线性滞后器	(29)
2.4 元件的琼斯矩阵和琼斯算法	(30)
2.5 线性滞后器的四元数表示和四元数法	(35)
2.5.1 四元数的定义	(35)
2.5.2 线性滞后器的四元数表示	(36)
2.5.3 四元数法	(37)
2.6 元件的穆埃勒矩阵和穆埃勒算法	(39)
2.6.1 线性偏振器	(40)
2.6.2 线性滞后器	(45)
2.7 光学元件对入射偏振光效应的普安卡雷球 图解法	(51)
2.7.1 线性偏振器	(52)
2.7.2 线性滞后器	(55)
2.8 光学元件对入射偏振光效应的j圆图解法	(60)
2.8.1 线性偏振器	(60)
2.8.2 线性滞后器	(63)
2.9 两个定理	(64)
第三章 二维光弹性	(67)
3.1 绪言	(67)
3.2 光弹性现象和定律	(68)
3.2.1 双折射和折射率椭球	(68)
3.2.2 牛曼-麦克斯韦应力光学定律	(71)
3.3 平面偏光仪	(77)
3.3.1 琼斯算法	(78)

3.3.2	四元数法·····	(80)
3.3.3	穆埃勒算法·····	(82)
3.3.4	普安卡雷球法·····	(83)
3.4	圆偏光仪·····	(84)
3.4.1	琼斯算法·····	(85)
3.4.2	四元数法·····	(87)
3.4.3	穆埃勒算法·····	(88)
3.4.4	普安卡雷球法·····	(91)
3.4.5	j圆法·····	(92)
3.5	塞拿蒙 (Senarmont) 补偿法·····	(94)
3.5.1	琼斯算法·····	(95)
3.5.2	穆埃勒算法·····	(96)
3.5.3	普安卡雷球法·····	(97)
3.5.4	j圆法·····	(97)
3.6	塔迪 (Tardy) 补偿法·····	(98)
3.6.1	琼斯算法·····	(99)
3.6.2	穆埃勒算法·····	(100)
3.6.3	普安卡雷球法·····	(102)
3.6.4	j圆法·····	(102)
第四章	非破坏三维光弹性·····	(104)
4.1	绪言·····	(104)
4.2	三维光弹性的基本方程·····	(108)
4.2.1	斯托克斯矢量·····	(108)
4.2.2	琼斯矢量·····	(111)
4.2.3	德鲁克-明德林 (Drucker-Mindlin) 问题·····	(113)
4.3	牛曼方程·····	(114)

4.4 应用等效定理对问题求解.....	(118)
4.4.1 问题的公式化.....	(118)
4.4.2 问题的求解.....	(120)
4.5 求解问题的三维光弹性方程积分法.....	(124)
4.6 另一种求解问题的特征矩阵法.....	(131)
4.7 三维光弹性中的普安卡雷球.....	(139)

附录 I: 琼斯矢量和斯托克斯矢量诸元素的确定.....	(141)
I.1 琼斯矢量.....	(141)
I.2 斯托克斯矢量.....	(142)

附录 II: 光学元件的琼斯矩阵和穆埃勒矩阵诸元素的确定.....	(143)
II.1 琼斯矩阵.....	(144)
II.2 穆埃勒矩阵.....	(145)

第五章 全息光弹性.....	(148)
5.1 绪言.....	(148)
5.2 干涉光弹性.....	(152)
5.2.1 应力光学关系.....	(152)
5.2.2 马赫-岑德干涉仪.....	(155)
5.3 全息照相.....	(158)
5.3.1 基本概念.....	(158)
5.3.2 基本全息方程.....	(161)
5.3.3 物理解释.....	(165)
5.4 全息干涉法.....	(169)
5.4.1 实时法.....	(169)

5.4.2 两次曝光法.....	(172)
5.5 全息光弹性.....	(173)
5.5.1 组合的等色-等厚线.....	(173)
5.5.2 等倾线.....	(179)
5.6 等色线和等厚线的分离.....	(182)
5.6.1 两个模型法.....	(183)
5.6.2 旋光器法.....	(183)
5.6.3 单独记录厚度变化的方法.....	(186)
5.6.4 消偏振法.....	(187)
第六章 散光光弹性(一)——次主应力轴不旋转...	(192)
6.1 绪言.....	(192)
6.2 散光光强公式.....	(196)
6.2.1 入射光为线偏振光.....	(196)
6.2.2 入射光为圆偏振光.....	(199)
6.3 应力光学定律.....	(201)
6.3.1 散射作为分析器.....	(201)
6.3.2 散射作为偏振器.....	(203)
6.4 次主应力方向的确定.....	(204)
6.5 应力光学滞后的确定.....	(208)
6.6 在某些问题中的应用.....	(213)
6.6.1 二维或平面应力问题.....	(214)
6.6.2 轴对称问题.....	(216)
6.6.3 纯扭转问题.....	(219)

第七章 散光光弹性 (二) —— 次主应力轴存在旋

转	(221)
7.1 绪言	(221)
7.2 应力光学关系	(223)
7.2.1 麦克斯韦-牛曼方程	(223)
7.2.2 斯托克斯参数表达式	(228)
7.2.3 椭圆度和方位角表达式	(230)
7.3 光学等效模型	(233)
7.3.1 琼斯矩阵	(233)
7.3.2 椭圆度和方位角矩阵	(235)
7.4 应力和特征参数变量	(241)
7.4.1 散射作为分析器	(241)
(1) 等效模型用琼斯矩阵表示	(241)
(2) 等效模型用穆埃勒矩阵表示	(247)
7.4.2 散射作为偏振器	(251)
7.5 椭圆度和方位角的确定	(253)
7.5.1 旋转分析器	(254)
7.5.2 旋转半波片	(255)
7.6 特征参数的确定	(257)
7.6.1 迭代方法	(257)
(1) 特征方向 Ψ 和 θ	(257)
(2) 特征滞后 δ	(261)
(3) 散光模型中的测定过程	(262)
7.6.2 旋转偏振器	(264)
7.6.3 旋转偏振器和双观察法	(269)
7.6.4 旋转分析器	(273)

7.7 应力分量的确定.....	(277)
7.7.1 散射作为偏振器.....	(279)
7.7.2 散射作为分析器.....	(282)
第八章 光弹性等达因法.....	(285)
8.1 绪言.....	(285)
8.2 平面弹性等达因的解析理论.....	(287)
8.2.1 基本解析关系式.....	(288)
8.2.2 积分函数的确定 边界条件.....	(292)
8.2.3 等达因级数的确定.....	(298)
8.2.4 小结.....	(299)
8.2.5 微分弹性解析等达因的概念.....	(300)
8.3 光弹性(光学)等达因理论.....	(301)
8.4 有关的实验技术.....	(307)
8.4.1 可旋转的缸内实时加载装置.....	(308)
8.4.2 等达因收集器.....	(310)
8.4.3 扫描装置.....	(316)
8.5 几个应用实例.....	(318)
主要参考文献.....	(325)

第一章 偏振光及其描述方法

1. 绪 言

关于光的本性的一些系统的理论, 17 世纪以后相继问世, 它们是: (1) 1660 年牛顿 (Newton) 提出的微粒理论, 认为所有发光物体都发射出在空间以光速传播的微粒; (2) 1678 年惠更斯 (Huygens) 提出的波动理论, 认为发光体是作为在一种充满空间的称为以太的假想介质中的扰动源, 而这种扰动以横波的形式通过以太进行传播; (3) 1864 年麦克斯韦 (Maxwell) 的电磁理论, 认为光波具有电磁波相同的特性, 它是某一频率(波长)范围内的电磁波, 电磁波是由快速振荡的电流引起, 藉交变的电磁场在空间传播, 电场和磁场的方向相互垂直, 并同时垂直于传播方向; (4) 1905 年普朗克 (Planck) 和爱因斯坦 (Einstein) 提出了一种以光的现代形式发展的微粒理论, 认为辐射与物质间的能量交换, 譬如原子的光发射或吸收, 以一断续的方式靠只决定于辐射频率的完全一定的能量而发生; (5) 近年, 德布罗意 (de Broglie)、薛定谔 (Schrödinger) 和海森伯 (Heisenberg) 提出了子理论, 认为光具有微粒和波动两种特性, 它是光的微粒理论和波动理论的组合。本书论述的光弹性内容, 只涉及几何光学和物理光学, 故本书所研究的问题, 始终应用光的电磁

理论或波动理论。

无论按光的电磁理论还是波动理论，表示光扰动的量都是光矢量。波动理论中，光矢量定义为以太粒子在每一瞬时离某一原点的位置矢量。电磁理论中，光矢量定义为电(场)矢量或磁(场)矢量。

根据光矢量的概念，自然(寻常)光或非偏振光是光矢量端点在空间作无规则运动，并不表现出有任何方向或旋向优先性的光。如果在光矢量的不规则运动中引入某种次序，使光矢量的端点以确定的方向沿意义明确的简单曲线运动，这种光称为偏振光。偏振光是光的最简单的形式。就偏振光的观点来看，非偏振光能被定义为各类偏振光以随机的方式混合而成的光。严格地说，自然界不存在完全偏振的光，也没有一种光学装置能将非偏振光完全转化为偏振光，总有某些数量的寻常的非偏振光同时出现，这种偏振和非偏振混合而成的光称为部分偏振光。然而，对本书所研究的现象，将考虑完全偏振的理想情况，忽略任何消偏振作用，这并不会带来任何显著的误差，因为非偏振光存在的影响只在于减弱偏振光所形成的图案，即仅影响所得光学图案的对比度。

光矢量的概念和计算方法已成功地应用于经过若干双折射或光学旋转介质的偏振光计算问题，但当光路中有大量光学元件时，这种计算变得又长又繁，容易出错，要从复杂的公式中获得所需要的信息也很困难。因此，出现了一些现代方法，它们以偏振光新的描述方法为基础：即普安卡雷(Poincaré)球、j圆、斯托克斯(Stokes)矢量和琼斯(Jones)矢量的概念。

普安卡雷球是用球上一点来表示每种椭圆偏振形式的几何方法。每一偏振形式对应于球上的一点。反之，球上的每个

点对应于一确定的偏振形式。通过在球上作适当的变换，可形象地看到，如何将一种偏振形式转换为另一种形式，找出达到这种转换所需要的光学元件的类型。反之，也能求解从一具有相应输入偏振形式的装置中寻找出射偏振形式的问题。柯斯克 (Kusko) 将球上各点正投影到球的赤道平面上，并利用球上每点的投影矢量来表征一特定的偏振形式，该矢量称为 j 矢量。用圆内一点表示一偏振形式的方法称为 j 圆法。斯托克斯矢量是一种四元素的列矢量，其中每个元素（称为斯托克斯参数）具有光强的量纲，可定义为从四个适当的偏振滤光器出来的出射光强度。斯托克斯矢量可用来描述任何偏振光和非偏振光。琼斯矢量是一种描述光偏振形式的二元素复列矢量，它只限于描述偏振光，不能描述非偏振光。这些现代描述方法的特点是特别优美，基于每种方法可导出一种相应的简明、有效、统一的算法，以求解通过一系列光学元件的偏振光学问题。

1.2 偏振光的形式

偏振光的各种形式都是用光矢量端点运动所循的曲线的类型来定义的。最简单的曲线是直线、圆和椭圆，因此定义了线、圆和椭圆偏振光。

线偏振光——光矢量端点沿一直线运动。此时，光矢量的方向不随时间而变，仅大小变化。线偏振光可以用一正弦曲线表示，它表示某一瞬时 ($t=t_0$) 光矢量幅值沿传播方向的变化，好象观察者沿垂直于光传播方向看时所见到的那样 (图1.1a)。线偏振光也可以用一长度等于光矢量幅值两倍的

直线来表示,直线的方位与波前的方位一致,它对应于所有瞬

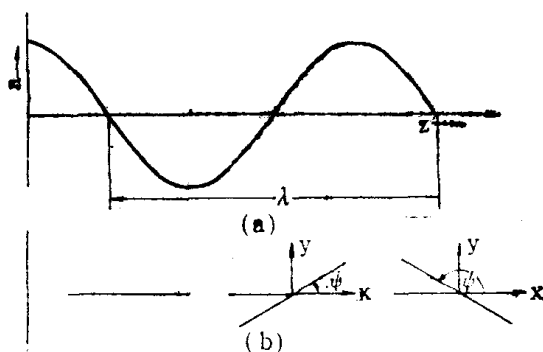


图1.1 线偏振光的图形表示: (a)用正弦曲线; (b)用直线

时波前光矢量端点的位置,好象观察者沿光传播方向对着光源看所见到的那样(图1.1b)。通常,用直线表示线偏振光,该直线定义了线偏振光的幅值和方位。如果取幅值为1,则线偏振光只需用一个参数来描述,即光矢量对于水平参考轴的倾斜角——方位角 ψ 。

圆偏振光——光矢量端点沿一圆周运动。此时,光矢量的值保持常数,而它的倾角在 0 和 2π 之间连续地变化。圆偏振光可用一圆柱形螺旋线表示,它是某一瞬时沿传播方向光矢量端点形成的曲线(图1.2a)。圆偏振光也可以用一个圆



图1.2 圆偏振光的图形表示: (a)用一圆柱形螺旋线; (b)用一圆

来表示,它对应于所有瞬时波前光矢量端点的位置,好象观