

高中代数 练习册

DS

(第三册)

DAISHU

北京市教育局教学研究部
北京教育出版社

高中代数

(第三册)

北京市教育局教学研究部 编

北 京 教 育 出 版 社

高中代数练习册（第三册）

Gaozhong daishu lianxice (di san ce)

北京市教育局教学研究部 编

北京教育出版社出版

（北京北三环中路6号）

北京市新华书店发行

北京印刷三厂印刷

787×1092毫米 32开本 5.25印张 114000字

1991年7月第1版 1991年7月第1次印刷

印数 1—32500

ISBN 7-5303-0228-0/G·206

定 价：1.80 元

编写说明

为了加强基础知识教学、基本技能训练，减轻学生过重的课业负担，帮助学生更好地完成学习任务，我们遵照国家教委等有关部门通知的精神，组织我市有教学经验的教师，编写了这套高中练习册。练习册包括：语文、英语、物理、化学、数学五个学科，供本市高中学生使用。

这套练习册是依据现行的教学大纲和教材，按单元（或章、节）编写的。练习题的编排与课本密切配合，就体现了教学的重点、难点，又注意了对知识的综合与应用。为了照顾学生的实际学习水平，数学、化学、物理学科的练习题分为A、B两组。A组题为基础题，B组题为提高题，教师可根据情况选择使用。

本册由李松文、方珊、田佃、储瑞年、马淑玲编写、西城教研中心中学数学教研室负责初审，我部数学教研室负责统编、审定。

编写全市统一的高中练习册，我部还是初次，肯定会有不足之处，恳请广大师生在使用过程中提出宝贵意见。

北京市教育局教学研究部

1991年1月

目 录

第一章 一元多项式和高次方程 (略)	
第二章 排列、组合、二项式定理	(1)
一 排列与组合	(1)
习题一 (A组)	(1)
习题一 (B组)	(5)
习题二 (A组)	(5)
习题二 (B组)	(8)
二 二项式定理	(10)
习题三 (A组)	(10)
习题三 (B组)	(12)
复习题二 (A组)	(14)
复习题二 (B组)	(23)
第三章 概率	(25)
一 等可能事件的概率	(25)
习题四 (A组)	(25)
习题四 (B组)	(28)
二 概率的加法与乘法	(28)
习题五 (A组)	(28)
习题五 (B组)	(31)
复习题三 (A组)	(32)
复习题三 (B组)	(33)

第四章 数列的极限.....	(34)
习题六 (A组)	(34)
习题六 (B组)	(41)
附 高中代数总复习题.....	(45)
一 函数.....	(45)
A组.....	(45)
B组.....	(60)
二 数列与极限.....	(63)
A组.....	(63)
B组.....	(76)
三 不等式.....	(82)
A组.....	(82)
B组.....	(95)
四 复数.....	(98)
A组.....	(98)
B组.....	(104)
五 排列、组合、二项式定理.....	(107)
A组.....	(107)
B组.....	(116)
六 三角函数.....	(118)
A组.....	(118)
B组.....	(122)
七 两角和与差的三角函数.....	(126)
A组.....	(126)
B组.....	(130)
八 反三角函数与简单三角方程.....	(134)
A组.....	(134)

B组 (一)	(138)
B组 (二)	(142)
九 综合题	(147)

第一章 一元多项式和高次方程（略）

第二章 排列、组合、二项式定理

一 排列与组合

习题一（A组）

1. 选择题：（每题中只有一个正确答案，将正确答案的代号填在题后的括号内）

（1）三个人各有一封信要投寄，今有四个邮筒供他们使用，并且约定每个邮筒至多只能投进一封信，则不同的投寄方法的总数是（ ）

A. 3^4 种.

B. 4^3 种.

C. 4种.

D. P_4^3 种.

（2） $ABCDEF$ 六位同学站成一排， D 必须站在 B 前面的站法共有（ ）

A. P_6^4 .

B. $\frac{1}{2}P_6^4$.

C. P_5^3 .

D. $\frac{1}{2}P_5^3$.

（3）用0、1、2、3这四个数字，组成个位数不是1的没有重复数字的四位数共有（ ）

- A. 16个. B. 14个.
C. 12个. D. 10个.
- (4) 某班上午要上语文、数学、体育和外语四门课，又体育老师因故不能上第一节和第四节，则不同的排课方法的种数是 ()
- A. 24种. B. 20种.
C. 12种. D. 10种.
- (5) 有四位司机，四位售票员分配到四辆公共汽车上，使每辆车分别有一位司机和一位售票员，则可能的分配方案数是 ()
- A. P_4^4 . B. P_8^4 .
C. $P_4^4 \cdot P_4^4$. D. P_4^4 .
- (6) 用 0、1、2、3、4 这五个数字组成没有重复数字的四位数，那么，在这些四位数中，是偶数的总共有 ()
- A. 36个. B. 60个.
C. 96个. D. 120个.
- (7) 集合 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{d, e, f, g\}$, 从这两个集合中各取一个元素作为点的坐标，则在平面直角坐标系中，能确定不同的点的个数是 ()
- A. 21个. B. 24个.
C. 12个. D. 42个.
- (8) 用 1 2 3 4 5 这五个数字可组成比 20000 大，并且百位数字不是3的没有重复数字的五位数共有 ()
- A. 96个. B. 78个.
C. 72个. D. 64个.

2. 四个学生分配到三个车间去劳动，有多少种分配方法？

三个学生分配到四个车间呢？

3. (1) x, y 是满足 $1 \leq x \leq 4, 2 \leq y \leq 7$ 的整数，以 (x, y) 为坐标的点有多少个？
(2) x, y 满足 (1) 的条件，且 $x \leq y$ ，以 (x, y) 为坐标的点有多少个？
4. 已知集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{m, n, p\}$ 问从集合 A 到集合 B 的映射有多少种？
5. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5 六个数字中：
(1) 任取 3 个不同数字编号码，能编几种不同的号码？
(2) 如果任取三个不同的数字，组成三位数，有多少种不同的三位数？
(3) 如果任取三个数字做电话号码（数字可以重复），有多少种不同的电话号码？
(4) 如果任取三个数字组成三位数（数字可以重复），有多少不同的三位数？
(5) 如果任取三个不同的数字，可组成多少个不同的偶数？
6. 由 0 到 9 这十个数字可以组成：
(1) 多少个没有重复数字的大于 6000 的能被 5 整除的四位数？
(2) 多少个没有重复数字的大于 6000 的四位奇数？
7. 用 0, 1, 9, 8, 7 这五个数字可以组成多少个比 1988 大的且无重复数字的自然数。
8. 由 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的数：
(1) 能组成多少个是 25 的倍数的四位数？
(2) 能组成多少个比 240135 大的数？
9. 七个同学站成一排，问：

- (1) 共有多少种站法?
 - (2) 甲必须站在某一固定位置, 有多少种排法?
 - (3) 甲不能站在中间, 有多少种排法?
 - (4) 甲必须站在中间, 乙必须站在甲的旁边, 有多少种排法?
 - (5) 甲乙必须相邻, 有多少种排法?
 - (6) 甲乙丙三名同学必须相邻, 有多少种排法?
 - (7) 甲乙不能相邻有多少种排法?
 - (8) 甲乙丙任何两名同学不相邻, 有多少种排法?
 - (9) 甲乙丙三名同学中, 有两名同学相邻且与另一同学不相邻, 有多少种排法?
 - (10) 甲乙丙三名同学不都站在一起排, 有多少种排法?
 - (11) 甲乙两名同学必须相邻, 且丙同学不站在排头 and 排尾, 有多少种排法?
 - (12) 甲乙两人不站在两端, 有多少种排法?
10. 有男生 3 人, 女生 4 人, 站成一排:
- (1) 若女生顺序一定, 共有多少种排法?
 - (2) 若男生、女生顺序分别都一定, 有多少种排法?
11. (1) 6 名儿童排成两排, 每排 3 人, 有多少种排法?
- (2) 6 名儿童排成 3 排, 第一排一人, 第二排两人, 第三排叁人, 有多少种排法?
12. 要排一个有 6 个歌唱节目和 4 个舞蹈节目的演出节目单, 任何两个舞蹈节目不得相邻, 不同的排法共有多少种?
13. 甲乙丙丁四人排成一排, 甲与乙不相邻, 丙与丁也不相邻, 共有多少种不同的排法?

习题一 (B 组)

1. 解不等式 $P_{n-2} + m > 2$
2. 求同时满足下列条件的自然数 N 的个数:
 - (1) 不是 5 的倍数;
 - (2) $(\lg N)^2 < 7 \lg N - 12$;
 - (3) 没有重复数字.
3. 用 0, 2, 5, 7, 9 五个数字, 组成没有重复数字的四位数中, 有多少个是 4 的倍数?
4. 用 1, 7, 8, 9 四个数字组成没有重复数字的四位数, 所有这些四位数的各个数字的和是多少? 所有这些四位数的和是多少?
5. 有 m 个男生, $m+1$ 个女生, 站成一排:
 - (1) 男生中甲乙不分开, 女生中丙丁不分开有多少种排法?
 - (2) 男生不相邻, 有多少种排法?
 - (3) 男女生相间排, 有多少种排法?
 - (4) 男生按一定顺序有多少种排法?
 - (5) 男女生分别按一定顺序, 有多少种排法?
6. 由数字 0, 1, 3, 5, 7 取出不同的三个数作系数, 可组成多少个不同的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$? 又其中有实根的有多少个?

习题二 (A 组)

1. 选择题: (每题中只有一个正确答案将正确答案的代号填在题后的括号内)

- (1) 方程 $C_{10}^{x^2-x} = C_{10}^{5x-5}$ 的解集是 ()
 A. $\{1, 5\}$. B. $\{1, 3\}$.
 C. $\{1, 3, 5\}$. D. $\{1, 3, 5, 7\}$.
- (2) 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 从集合 A 中每两个元素相乘的积作为集合 B 的元素, 集合 B 的子集个数是 ()
 A. 64 个. B. 32 个.
 C. 16 个. D. 8 个.
- (3) 已知 $C_x^1 = C_y^1 + C_y^2$, 则 x, y 的值分别是 ()
 A. $x=11, y=6$. B. $x=11, y=7$.
 C. $x=10, y=6$. D. $x=10, y=8$.
- (4) 某小组有 10 位同学, 男女各半, 现要从中选出 4 人组成宣传组, 规定宣传组必须有男女成员, 那么不同的选法的种数是 ()
 A. 210. B. 200. C. 150. D. 110.
- (5) 化简: $C_{10}^0 C_{20}^0 + C_{10}^1 C_{20}^1 + C_{10}^2 C_{20}^2 + \cdots + C_{10}^{10} C_{20}^{10}$ 为 ()
 A. C_{30}^{11} . B. C_{30}^{10} . C. C_{30}^{19} . D. C_{10}^9 .
- (6) 数学小组有 10 名成员, 其中女同学有 3 名, 今派 5 名成员参加数学竞赛, 至少去一名女同学的派法总数为 ()
 A. $P_3^1 P_7^4$. B. $C_3^1 C_7^4$.
 C. $C_3^1 + C_7^4$. D. $C_{10}^5 - C_7^5$.
- (7) 把半圆弧六等分, 以这些分点 (包括直径的两端点) 为顶点可作钝角三角形的个数为 ()
 A. 15. B. 20. C. 25. D. 30.
- (8) a, b 为两条平行直线, a 上有 4 个点, b 上有 5 个

点, 以这些点为顶点可作成的三角形有 ()

A. C_5^3 个. B. $(C_4^1 C_5^2 + C_4^2 \cdot C_5^1 + C_4^3)$ 个.

C. $(C_4^1 \cdot C_5^2 + C_4^2 \cdot C_5^1)$ 个.

D. $(C_5^1 \cdot C_4^2 + C_5^2 \cdot C_4^1 + C_5^3)$ 个.

2. 求证: $rC_n^r = nC_{n-1}^{r-1}$.

8. 解下列各方程:

(1) $11C_x^3 = 24C_{x+1}^2$;

(2) $3C_{x-3}^{x-7} = 5P_{x-4}^2$;

(3) $\frac{P_n^4 + P_n^3}{C_n^2} = 50$;

(4) $\frac{1}{C_5^m} - \frac{1}{C_6^m} = \frac{7}{10C_7^m}$.

4. 原有 x 名选手参加单循环的象棋赛, 其中两名选手各比赛了三场就退出了, 且这两名选手之间未进行比赛, 这样一共赛了84场, 问原有多少名选手?

5. 在参加劳动的学生中, 选出四个领队的总方法数与只选出正副组长的总方法数之比是13:2, 问共有几名学生参加劳动?

6. 任取圆周上15个点, 每两点连一条弦, 求所有这些取法中, 这些弦在圆内的交点最多有多少个?

7. 平面内有9条直线:

(1) 如果其中没有互相平行的直线, 也没有三条以上交于一点的直线, 问可构成多少个不同的三角形?

(2) 如果其中有四条互相平行, 没有三条相交于一点的, 问可构成多少个不同的三角形?

(3) 如果其中没有相互平行的直线, 而且只有四条交于一点的, 问可构成多少个不同的三角形?

8. 能整除 30030 的自然数有多少个？其中偶数有多少个？
9. 从 6 名男生和 4 名女生中，选出 5 名观看演出，要求其中至少要有 2 名男生和一名女生，问有多少种不同的选法？
10. 从 14 名工人中选出 5 人，分配到 6 台不同性质的机床上工作（每台至多分配 1 人），问有多少种不同的分配方法？
11. 八名男生和五名女生中，选出 5 人来排队，若奇数位置上必须是女生，问有多少种不同排法？
12. 15 位同学和 2 位老师合影，要排成三排，第一排 4 人，第二排 6 人，第三排 7 人，两位老师要排在前排中间，其中有一名同学甲要排在后排，有几种排法？（设 $P_n^k = a$ ，试用 a 表示结果）
13. 十一名工人中五人只会排版，四人只会印刷，另两人既会排版也会印刷，现从中选出四人排版、四人印刷，共有多少种选法？
14. 6 名运动员分别从四所学校选送，每校至少出一人，有多少种不同的选送方法？
15. 一道数学选择题，有四个可供选择的答案，其中有且只有一个答案是正确的，一个学生解答五道这样的数学选择题，每道题都作了选择，问至多有多少种错误情形？

习题二 (B 组)

1. 有 $ABCD$ 不同的书籍 4 本，分给甲乙二人：
 - (1) 如果每人得到 2 本，有多少种分法？并将所有的分法一一列举出来；

- (2) 如果把这四本书平均分成二堆，有多少不同分法？
- (3) 如果甲得一本，乙得3本，有多少种分法？并将所有分法一一列举出来；
- (4) 如果把这四本书，分成二堆，一堆1本一堆3本，有多少种不同分法？
- (5) 如果分给甲乙二人中，一个人得1本，一个人得3本，有多少不同的分法？
2. 有不同的画册6本，分给甲乙丙三个人：
 - (1) 如果每个人得到2本，有多少种分法？
 - (2) 如果甲得1本，乙得2本，丙得3本，有多少种分法？
 - (3) 如果一个人得1本，一个人得2本，一个人得3本，有多少种分法？
3. 把6本不同的书籍，分成三堆：
 - (1) 每堆2本，有多少种不同的分法？
 - (2) 一堆1本，一堆2本，一堆3本，这样的3堆，有多少种不同的分法？
4. 有10本不同的文学书：
 - (1) 取出9本，奖给甲乙丙三人，每人3本，有多少种方法？
 - (2) 取出9本，平均分成三份，每份3本，准备作奖品用，有多少种方法？
5. 四名同学分配到三个办公室去搞卫生，且每个办公室至少去一名学生，有多少分配方法？
6. 6名运动员分成四组，每组人数分别为1人、1人、2人、2人，三个教练分成两组，一组1人，一组2人，一组教练指导一组运动员，问有多少种配合方法？
7. 从1 2 ……100中，取两个不同的数相乘，其中积能被5

整除的有多少个? 能被 5 整除但不能被 5^n ($n \geq 2$) 整除的有多少个?

8. 有划船运动员 10 人, 其中 3 人只会划右舷, 2 人只会划左舷, 其余 5 人左右舷均会划, 现在要从这 10 人中选出 6 人平均分配在船的两舷划桨, 有多少种选法?
9. 现组织一个球队, 共 10 人, 他们由七所中学学生组织, 每个学校至少有一人, 名额分配的方案共有多少种?
10. 平面上有 100 条直线 l_i ($i = 1, 2, \dots, 100$) 其中形如 $l_{i,j-1}$ 和 $l_{i,j+1}$ 的直线分别平行, 求这 100 条直线交点数目的最大值 ($k, j \in N$).
11. 求方程 $2x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 3$ 的非负整数解的组数.

二 二项式定理

习题三 (A 组)

1. 选择题: (每题中只有一个正确答案, 将正确答案的代号填在题后的括号内)
 - (1) $(\sqrt{3}i - x)^{10}$ 展开式中第七项的系数是 ()

A. 1890.	B. $-C_{10}^9$.
C. C_{10}^4 .	D. $-9C_{10}^6$.
 - (2) $C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 + C_{10}^3 + C_{10}^4 + C_{10}^5 + C_{10}^6 + C_{10}^7 + C_{10}^8$ 的值等于 ()

A. 1005.	B. 1013.
C. 1023.	D. 1014.
 - (3) $(1 - x)^6$ 的展开式中, x 的奇次项系数和是 ()