

945598

渗流分析的有限元法 和电网络法

TV223.4

4412

杜延龄 许国安

水利电力出版社

345598

TV223.4
4412

渗流分析的有限元法 和电网法

杜延龄 许国安

水利电力出版社

(京)新登字115号

内 容 提 要

本书是根据作者多年来的研究成果和工作经验写成的。书中从求解复杂渗流场和工程实用出发，系统、详细地叙述了有限元法和电网络法的基本原理、分析方法和解题步骤，并附有若干可供实际工程借鉴的计算分析实例。为便于掌握上述分析方法，还简要介绍了渗流理论基础，即有关渗流基本概念、基本微分方程以及定解条件等。

本书内容新颖，通俗易懂，实用性强，可供从事水工、水文地质、农田水利、尾矿坝工程，以及石油开采等方面的设计、科研人员和高等院校有关专业的师生使用或参考。

渗流分析的有限元法和电网络法

杜延龄 许国安

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号)

各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 9.375印张 207千字

1992年3月第一版 1992年3月北京第一次印刷

印数 0001—1890册

ISBN 7-120-01414-5/TV·518

定价7.20元

前　　言

渗流分析对工程安全和经济合理性的重要影响，已愈来愈被人们所认识。它已成为水工设计不可缺少的一部分。尤其国内外诸多工程由于渗流原因而发生破坏的事实，更使人们加深了这种认识，从而大大促进了渗流分析方法和工程实践的迅速发展。为解决我国水利水电建设中所出现的渗流控制关键技术问题，广大科技工作者和工程技术人员对渗流基本理论、分析方法和工程措施进行了广泛而深入的研究，并取得了具有先进学术水平和实用价值的一系列研究成果，从而丰富和发展了渗流力学这门边缘学科。本书就是根据作者多年来的研究成果和实际工作经验，并参考国内外有关文献而写成的。

本书从求解复杂渗流场和工程实用出发，重点介绍了渗流分析的有限元法（第三章）和电网络法（第四章）。书中除系统详尽地叙述了这两种方法的基本原理、分析方法和解题步骤外，还附有许多工程计算分析实例，这对如何合理选择渗流控制措施可从中得到启示，甚至有些带普遍意义的工程实践经验还可直接参照应用。在第二章中，我们简要介绍了渗流的基本概念、基本微分方程和定解条件等，这些是掌握和运用各种渗流分析方法所必须具备的基础理论知识。在第一章绪论中，我们主要介绍了渗流力学的发展，渗流分析的主要任务和所需基本资料，以及分析方法概述等，其目的是为了能使读者建立起渗流分析的总体概念。

本书承蒙水利部大坝安全监测中心刘嘉忻副总工程师审

7-4-6-11

阅，并提出许多宝贵的修改意见，在此深表谢意。

由于水平所限，书中难免有错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

作 者

1991年3月

目 录

前 言

第一章 绪 论	1
第一节 渗流力学的发展	1
第二节 渗流分析的重要性及其主要任务	2
第三节 渗流分析所需基本资料	6
第四节 渗流分析方法概述	8
第二章 渗流的理论基础	11
第一节 渗流的基本概念	11
第二节 渗流基本定律及岩土的渗透系数	14
第三节 渗流的连续性方程	17
第四节 稳定渗流基本微分方程	20
第五节 非稳定渗流基本微分方程	21
第六节 渗流能量泛函表达式	30
第七节 基本微分方程的定解条件	33
第三章 有限元法	37
第一节 概述	37
第二节 变分原理	51
第三节 剖分插值和基函数	72
第四节 等参数有限元法	105
第五节 自由面位置确定及流量和水力比降的计算	119
第六节 薄断层和排水井列的模拟方法	132
第七节 解题过程和工程计算实例	142
第八节 STSA程序简介	153
附 录	157

第四章 电网络法	167
第一节 概述	167
第二节 基于差分原理的电网络法	168
第三节 基于变分原理的电网络法	189
第四节 具有源汇稳定渗流场的电网络模型	219
第五节 求解土坝中渗流自由面变动的电网络模型	225
第六节 非稳定渗流场的电网络模型	231
第七节 电网络模型中井的模拟	241
第八节 反求水文地质参数的方法	251
第九节 模型规划	254
第十节 大型三维电网络渗流试验装置	257
第十一节 解题步骤与实例	263

第一章 絮 论

第一节 渗流力学的发展

渗流力学是一门边缘学科。1856年，法国工程师达西 (Henri Darcy) 通过试验提出了线性渗透定律，为渗流理论的发展奠定了基础。1889年，H.E.茹可夫斯基 (H.E. Жуковский) 首先推导了渗流的微分方程。此后，许多数学家和地下水动力学科学工作者对渗流数学模型及其解析解法进行了广泛和深入的研究，并取得了一系列研究成果。但解析解毕竟仅适用于均质渗透介质和简单边界条件，在实用上受到很大限制。

1922年，H.H.巴甫洛夫斯基 (H.H. Павловский) 正式提出了求解渗流场的电拟法，为解决比较复杂的渗流问题提供了一个有效的工具。起初，电拟法多采用导电液模型进行试验，但它无法模拟非均质各向异性渗透介质，对复杂的地质和边界条件也不尽适应。为了解决更复杂的渗流问题，逐步发展和研究了电网络法。过去所沿用的电网络法都是基于差分原理，而最近我们研究了基于变分原理的电网络法，使该方法得到进一步改进。

随着电子计算机的迅速发展，数值方法，即有限差分法、有限单元法和边界元法在渗流分析中得到愈来愈广泛的应用。有限差分法是在1910年由理查森 (L.F. Richardson) 首先提出的。经过长时期的研究和广泛应用，目前该方法已具有较完善的理论基础和实用经验。有限单元法的基本思想

是早在1943年由柯朗 (R.Courant) 提出的，1960年克劳夫 (R.W.Clough) 最先采用“有限单元法”这个名称，以与有限差分法相区别。1965年，津克维茨 (O.C.Zienkiewicz) 和张 (Y.K.Cheung) 提出有限单元法适用于所有可按变分形式进行计算的场问题，为该方法在渗流分析中的应用提供了理论基础。目前该方法在渗流分析中的应用已十分广泛而有效。边界元法是建立在经典力学理论基础上的。贝蒂 (Betti) 互换定理及弗雷德霍姆 (Fredholm) 积分方程早在上世纪末及本世纪初就已提出，建立在这些理论基础上的边界元法初见于60年代后期，当时被称为边界积分方程法 (Boundary Integral Equation Method)。直到1978年，边界元法 (Boundary Element Method) 这个名称才被确立并得到公认。目前，国内外对边界元法的研究和应用都给予了足够重视，在渗流分析中也得到一定应用。这里还应着重指出，近年来许多学者针对所研究问题的不同特点，研究和提出了能集合上述各数值方法优点的杂交元法 (Hybrid Element Method)，使实际工程渗流问题得到更加合理的解决。

新中国成立后，我国有关科学工作者和工程技术人员结合大规模的坝工建设，对渗流理论、数值方法和试验技术等都进行了广泛而深入的研究，并取得了可喜的研究成果，为发展和丰富渗流力学这门学科和加速我国经济建设作出了自己应有的贡献。

第二节 渗流分析的重要性及其主要任务

渗流分析是水工建筑物以及其它蓄水、排水工程设计的

重要组成部分。工程实践表明，所设计工程能否安全可靠和经济合理，在很大程度上取决于能否正确进行渗流分析和选择合理的渗流控制措施。尤其要引起注意的是国内外由于渗流原因发生工程破坏的事例为数甚多。米德布鲁克斯(T.A. Middeebrooks)所调查统计的美国206座破坏的土坝中，属渗流破坏的占39%。1973年，我们也曾对我国100多座发生破坏的土坝工程进行过统计分析，其中属于渗流破坏的约占11%。可见，在工程设计中，对渗流分析工作必须给予足够的重视。

渗流分析的主要任务是确定给定渗流场的水头、流速分布和渗流量等基本物理量，并据此通过有关设计计算，对工程安全性和经济效益提出评价，选择合理的渗流控制措施，具体说来有如下几点：

①根据所求得的渗漏量，就可对水库等蓄水工程的经济效益作出评价。一般要求水库渗漏量应远小于来水量，不然，应采取适当防渗措施以减小渗漏量。当然，在选择防渗措施时，也应本着所花代价远小于用水效益的原则来进行，力求做到经济合理。

②由所求得的水头分布可算得所研究渗流区域各点的水力比降 $J = -\partial H / \partial S$ ，据此就可按下列条件式校核坝基或坝体的渗透稳定性：

$$J \leq \frac{J_{\text{破坏}}}{K} \quad (1-2-1)$$

式中 $J_{\text{破坏}}$ —— 所研究土体或岩体的破坏水力比降，一般应通过渗透稳定试验来确定，对于中小工程也可参考有关经验数据确定；

K —— 安全系数，一般取1.5~2.0。

若经校核，其渗透稳定性不能满足要求，则应按着“上

堵、中截、下排”的原则来选择渗流控制措施，并重新进行渗流分析，直到满足要求为止。

砂砾地基的渗流控制措施主要有上游防渗铺盖，明挖回填截水槽、混凝土防渗墙与灌浆帷幕，以及下游排水沟、排水减压井和反滤盖重等。上游防渗铺盖可有效的减小坝基渗流量和水力比降，修建也可就地取材，但若地基不均匀沉陷过大，填土与地基砂砾石层之间不符合反滤关系，则往往要产生危险性开裂和塌坑。明挖回填截水槽一般适用于其厚度不超过15m的浅层透水地基。混凝土防渗墙和灌浆帷幕可有效地截断坝基渗流，但造价一般较高。灌浆帷幕与混凝土防渗墙相比，在抗震性能和便于同坝体防渗体连接方面具有一定优越性，但施工工艺较复杂，质量控制也比较困难。下游排水沟和排水减压井的作用主要是消除或减小坝基中的渗透压力，以解决下游坝基土体的渗流浮托稳定问题。当采用排水减压井措施时，应对坝基中渗流冲刷有所加剧以及井本身淤堵失效等问题必须给予充分注意。利用反滤盖重可提高地基的渗流浮托稳定性，它是一种施工简便的渗流控制措施。对以上渗流控制措施可单独使用，也可配合使用，但须以安全可靠和经济合理为原则。

岩基的渗流控制措施主要是防渗灌浆帷幕和排水井。工程实践表明，利用防渗帷幕可有效地减小坝基渗漏量和水力比降，而坝基扬压力或地下水位高程则主要为排水设施所控制。对于断裂、裂隙较少，构造简单的岩石地基，应采取以排水为主的渗流控制措施。进行坝基灌浆的目的只是为了封堵较大的断裂和溶洞。这是因为对于渗透性很小的较好岩基，要想形成防渗效果显著的连续帷幕需花昂贵代价，从保证工程安全出发也无此种必要。对于比较破碎的岩基，首先

应采用防渗灌浆帷幕，有效地截断坝基渗流，提高其渗透稳定性，而对排水设施的采用，则应视工程对扬压力或地下水位的削减或降低的要求而适当确定。

③以孔隙水压力(u)、扬压力(F_{us})和面力(P)、体力($D=r_w J$, r_w ——水的容重)等形式分别为大坝稳定分析和应力应变分析提供水荷载。渗流水荷载对土坝和混凝土重力坝的影响，已尽人皆知，并在工程设计中给予了足够的重视。但它对于拱坝的影响却往往被忽略。然而工程实践表明，其对拱坝同样有不容忽视的、举足轻重的影响。例如，K.捷尔(K.Gell)和维特克(W.Wittke)^[8]通过计算分析发现，工程上所观测到的、按一般设计不应出现的坝基岩体与坝体混凝土所产生的裂缝(图1-2-1)，就是由于在设计中没有充分考虑渗透力的作用而造成的。针对120m高的拱坝所算得的结果是：由于渗透力的作用，使坝踵附近的垂直向应力由 -0.08MN/m^2 的压应力变为 0.87MN/m^2 的拉应力。同时还指出，由于水库蓄水使渗透力的方向由垂直河谷轴线变为上下游方向，并波及两岸较大范围。这种变化所引起的岩体变形使拱坝顶部变位受到较大影响，这是因为两岸岩体的刚度远大于建筑物的刚度所致。耿克勤^[9]针对东江水电站拱坝所进行的计算分析也表明，左、右岸拱座的位移主要由渗透力产生，而且从变形方向上看，渗流作用力是不利

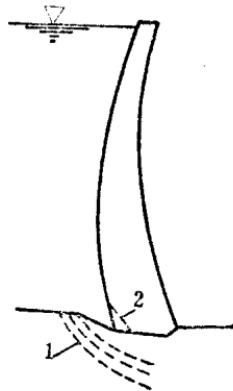


图 1-2-1 观测到的拱坝裂缝现象
1—岩体中；2—混凝土中
虚线—表示裂缝

于拱座稳定的，即向着河谷方向的位移分量有较大增长。

这里还应指出，近年来有许多学者致力于研究反映土体或岩体与渗透水流耦合作用的数字模型，并编制了相应计算分析程序，无疑这对在计算分析中更合理地考虑水荷载是十分有益的。

第三节 渗流分析所需基本资料

工程地质与水文地质资料及有关建筑物设计资料是进行渗流分析的基础。若不具备达到一定精度的这些基本资料，任凭采用何等精确的分析方法也无济于事，甚至会导致错误的结论。为做好地质资料和有关设计资料的收集和分析工作，现就在渗流分析中需要哪些资料及其主要要求和用途简要叙述于后。

(1) 地形图和地质平面图：利用地形图主要是根据地形特征确定计算分析区域大小和进出水边界范围。若坝址附近有切割较深的深沟，就可把它们分别视为进出水边界，否则，就应按不使实际渗流状态失真的原则确定计算分析区域范围。一般说按后者所确定的计算分析范围要比前者大得多，加大了算题的规模。利用地质平面图主要是了解各种地质构造及各类岩体或土体在平面图上的分布。若坝址上下游附近有较宽的导水断层，即张性断层，就可把它们分别视为进出水边界。若其断层属隔水断层，即压性断层，则应作为不透水边界来处理。对于计算分析区域内的各类断层，应根据其水文地质特性予以如实模拟。

(2) 地质剖面图：地质剖面图的间隔，应视地质条件的复杂程度和所要求的计算分析精度而定，以能够构成真实

反映渗流介质的空间模型为准。对于地质剖面的方向，采用顺河向或垂直河流方向均可，以便于计算网络剖分为原则。但地质剖面剖好后，尚需剖制少量另一个方向的地质剖面，其目的是检验各岩层或土层的简化是否合理，有没有不合理的突变现象。地质剖面图是计算网络剖分和确定单元计算参数的基本依据，为此，在地质剖面图上必须标明各种地质构造，岩层或土层的分界线，以及相应的水文地质参数。

(3) 观测的等地下水位线和压水或注水试验资料：绘制等地下水位线所依据的观测资料的观测时间必须超过一个水文年。钻孔过程中所观测到的非稳定水位不能作为绘制等地下水位线图的依据。压水或注水试验资料，系指试验原始记录，应包括当时压水或注水工艺步骤、位置与段长以及压力与流量等。利用观测的等地下水位线和压水或注水试验资料，主要是验证或反求水文地质参数，以提高渗流分析成果的可靠性。反求水文地质参数时，需将实际的渗透介质概化为各向同性、各向异性或裂隙等型式的水文地质模型来进行。当仅根据观测的等地下水位线和压水试验资料反求水文地质参数时，只能将水文地质模型假定为非均质各向同性渗透介质模型，对于其它模型无法定解。对于修建在峡谷中的水电工程，须考虑原地下水流对渗流场的影响，为此，计算模型两侧边界往往沿与计算分析水位（如水库正常高水位等）相同高程的原地下等水位线截取，并设置为已知水头边界。

(4) 建筑物断面图和平面图：对于土建筑物，如土石坝等的断面图，除标出断面内部构造外，还应标出各种土的渗透性等计算参数。对于混凝土建筑物，主要应说明其与地基接触部分是否设有排水，具有排水条件。对于计算分析区域内的各种隧洞，也必须说明它是否设有衬砌和排水，以如

实给予模拟，不同模拟方法对渗流分析成果的影响往往是很大的。

(5) 水位资料：上、下游水位高程及其组合资料。

第四节 渗流分析方法概述

渗流分析方法主要包括解析法、数值法和比拟法。所谓解析法，系指利用有关数学手段直接定解基本微分方程的方法。通过解析解可得到关于水头函数在所研究区域内分布的显式表达式。它既满足基本方程，又满足给定的边界条件。一般地说，解析解是比较精确的，但其实用性差，这是因为到目前为止所见到的解析解都是针对各向同性均质渗透介质和简单边界条件而建立的。

数值方法目前主要有有限差分法、有限单元法和边界元法。有限差分法是从微分方程出发，将研究区域经过离散处理后，近似地用差分、差商来代替微分、微商。这样以来，基本微分方程和边界条件的求解可归结为求解一个线性方程组，所得结果为数值解。有限差分法的优点是其原理易懂，算式简单，有较成熟的理论基础。其缺点是往往局限于规则的差分网格，对曲线边界和渗透介质的各向异性模拟比较困难。有限单元法是对古典近似计算的归纳和总结。它既吸收了有限差分法中离散处理的内核，又继承了变分计算中选择试探函数，并对区域进行积分的合理作法，充分考虑了单元对节点参数的贡献。有限单元法在模拟曲线边界和各向异性渗透介质方面比有限差分法具有较大的灵活性。边界元法是通过把求解域边界剖分为若干个单元，化边界积分方程为线性代数方程组来求其数值解的。可见，建立所研究问题的

边界积分方程是边界元法的基础。边界元法与有限单元法相比，它便于处理无限或半无限渗透介质、渗流奇异（如排水井点）和自由面等问题，而且由于它只对研究域的边界进行剖分，其数据信息量显著减少。一般说其计算精度也高于有限单元法。边界元法的缺点是它所建立的系数矩阵是满阵，而且是不对称的，即使节点较少，也将占据可观的内存。同时，它对三维非均质渗透介质问题的应用尚存在相当大的困难。

电拟法是基于电场和渗流场符合同一形式的控制方程而进行求解的。电拟模型对渗流场来说是个数学模型，而不是物理模型。电拟法目前主要采用两种模型，即导电液模型和电网络模型。由于导电液模型为连续介质模型，故它便于模拟急变渗流区问题，但用它无法模拟非均质各向异性渗透介质，也不尽适应复杂的地质和边界条件。为了模拟更加复杂的渗流场，逐步发展和研究了电网络模型，即电网络法。该方法既可基于差分原理建立，也可基于变分原理建立，其基本原理是基于网络电路问题的解和渗流场的数值解符合同一形式的差分方程和变分方程。由于基于变分原理而建立的电网络法吸收了有限单元法的优点，故使该方法在模拟曲线边界和各向异性渗透性方面得到一定改进。电网络法尽管在渗流分析中沿用已久，但由于它具有容量、稳定性基本不受限制和在解题过程中不产生累积误差等特点，目前仍是求解大型复杂渗流场的有效工具。

鉴于水工方面所遇到的渗流问题的特点是计算区域大，地质条件极为复杂，多为三维非均质各向异性渗透介质问题，故本书从实用出发，只系统介绍上述分析方法中的有限单元法和电网络法。

主要参考文献

- [1] B. И. 阿拉文、C. H. 努美罗夫, 滤流理论, 王仁东译, 高等教育出版社, 1958年。
- [2] 薛禹群、朱学愚, 地下水动力学, 地质出版社, 1979年。
- [3] Irwir Remson, George M. Hornberger, Fred Montz, Numerical Methods in Subsurface Hydrology, John Wiley & Sons, 1971.
- [4] O. C. Zienkiewicz and Y. K. Cheung, Finite Element in the Solution of Field Problems, The Engineer, Volume 220, No. 5710, 1965.
- [5] 孔祥谦、王传溥, 有限单元法在传热学中的应用, 科学出版社, 1981年。
- [6] C. A. Brebbia, S. Walker, Boundary Element Techniques in Engineering, Newnes-Butter-Worths, 1980.
- [7] 张有天、王镭、陈平, 边界元方法基础知识, 水力发电, 1983年, 第7—12期。
- [8] K. Gell and W. Wittke, A New Design Concept for Arch Dams Taking into Account Seepage Forces, Rock Mechanics and Rock Engineering, 19, p187—204, 1986.
- [9] 耿克勤等, 东江水电站拱坝及两岸坝肩整体三维非线性有限元分析, 水利水电科学研究院, 1986年。