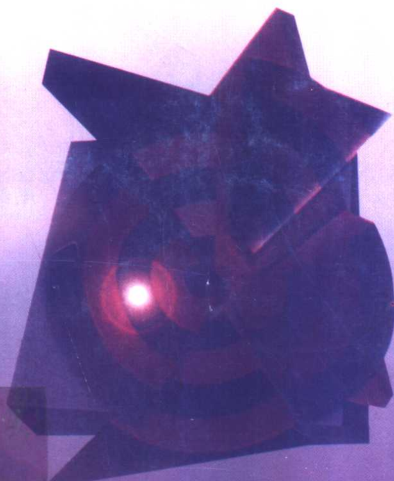
工科数学基地建设丛书

经济数学模型

洪 毅 贺德化 昌志华 编著



华南理工大学出版社

工科数学基地建设丛书
（华南理工大学）

经济数学模型

洪　毅　贺德化　昌志华　编著

华南理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学模型/洪毅等编著．—广州：华南理工大学出版社，1998.6

ISBN 7-5623-1273-7

Ⅰ．经…

Ⅱ．洪…

Ⅲ．经济模型

Ⅳ．F224.0

华南理工大学出版社出版发行

(广州五山　邮编 510641)

责任编辑：袁　泽　江厚祥

各地新华书店经销

广东高要印刷有限公司印装

1998 年 6 月第 1 版　1998 年 6 月第 1 次印刷

开本：850×1168 1/32　印张：8.125　字数：204 千

总　序

在世纪交替之际，经济竞争日益激烈，人才与技术是保证在竞争中立于不败之地的关键。发达国家科学界已得出共识："数学科学对于经济竞争是必不可少的。数学是一种关键性的、普遍的、可实行的技术"(引自：数学科学·技术与经济竞争力，美国数学科学委员会报告)。在新形势下，大学数学教育工作者当奋力而为。国家教委为了推动面向21世纪的大学教育改革，在一些有条件的大学建立了基础学科教学基地，其目的在于：为面向21世纪的教学改革，在有关高校先走一步，摸索经验，以资借鉴。华南理工大学应用数学系有幸被国家教委定为工科数学教学基地。我们深感这一任务光荣而艰巨。基地建设的任务与目标，国家教委都有明确的指示，具体实施方案则要求我们探索。改革要做的事情是多方面的，但是其中最基础性的工作之一，就是实施改革方案的教材建设。它是改革思想的具体体现。

面对当今的生产力发展水平，工科数学教材改革的原则是什么呢？我们认为必须考虑到下述几方面的需要。

一、对原有教学内容要作适当增删

原有的高等数学、工科数学及根据专业需要而开设的某些应用数学的选修课程，大都有国家教委颁布的"基本要求"作指导。这些基本要求是在当时历史条件下制定的，它基本反映了基础学科的继承性与当时教学体系的需要。但时至今日，随着计算机技术的

日益普及，以及对学生应用数学知识，解决实际问题能力的要求日益提高，原有教材内容显然需要加以调整。如：对原有教材中较多依靠特殊技巧处理计算题的训练，由于有了性能很高的数学软件的出现，上述训练内容可适当减少，这种减少并不影响学生对数学基本概念的理解，还可腾出时间来让学生去学习更有用的数学知识。又如：在概率论与数理统计课程中，过去的重点放在概率论，而在实际中非常有用的数理统计内容所占比重较少，从培养学生解决实际问题能力出发，合理的安排应该与原安排相反，将重点放在数理统计的教学上。类似需要调整原有教学内容之处，还可以举出一些，这里不详加罗列。另外，对原有教学内容薄弱之处，我们认为应当适当加强。

二、在工科数学教学中，对重要概念的讲授应系统地训练数学建模的思维程序，还应增加独立的数学模型课程

从广义来说，所有的数学理论都是某种特定的数学模型。但由于数学科学强烈地依靠逻辑推理，自19世纪到20世纪这段时间，自德国数学家希尔伯特(Hilbert)的几何基础与法国数学家柯西(Cauchy)的形式化的数学分析理论问世之后，在数学界形成了一股主要靠逻辑推理与高度抽象化方法来发展数学的强大浪潮。这一过程使得数学科学取得了辉煌的、前所未有的成绩。它将工业革命初期人们为了解决实际问题所提出的一些朴素的数学思想加以完善，形成完整的数学理论，并循此也出现了不少新的数学理论，如非欧几何就是依靠逻辑推理方法而发现的。依靠逻辑推理发展数学，今天仍然具有强大的生命力，而且也是数学区别于其他科学的基本特征。但是，任何一门科学的特征都不可强调得过分，如果将逻辑推理手段放在数学方法唯一优先的地位，则不可避免地要带来消极影响。首先，它会带来数学思维的枯竭。近期以来，基础数学研究多以某些历史难题为线索，显得比较沉闷，新的理论出现

较少；相反，应用数学的新思想、新方法则蓬勃发展。其次，若仅用逻辑推理作为数学的主要手段进行数学教育，学生学了抽象的数学理论，往往不知如何去使用它来解决实际问题。这一缺陷已是世界各国普遍感到头痛的问题。最后，科学思维的源泉毕竟还是来自实践，逻辑推理方法并不见得总是成功的。非阿基米德几何的兴衰就是一例，由于它仅仅依靠逻辑推理，没有明确的应用背景，在数学的发展中遭到了淘汰。有些有名的数学问题，现在仍然吸引了一批知名数学家参加研究，虽然也是必要的，但在可见的将来，却难以期望它对社会经济的发展有直接的推动。数学模型课程，强调直接从实际问题中提出数学问题，然后选择恰当的数学方法加以解决，教学生善于从实际问题中提出数学问题。对于广大学习数学课程的学生来说，这也是提高其数学素质的重要途径，是培养学生用数学工具解决实际问题的桥梁。而且，在建立数学模型解决实际问题的过程中，同样可以加强对学生逻辑推理能力的训练。所以，在工科数学教育的始终，贯彻数学建模思想的训练，应是当今工科数学教材建设的一个重要方面。

三、增加数学实验，让现代计算机的高科技成果能及时溶于古老的数学科学中，大大提高数学解决实际问题的能力

现代计算机科学取得了举世瞩目的成就。大量的功能强大的数学软件的出现、计算机辅助教学（CAI）技术的发展，使得过去很多繁琐的数学计算变得轻而易举，很多抽象难懂的数学概念可以直观显示，很多一时还找不到恰当数学模型描述的复杂系统可通过计算机模拟，求得其满足应用需要的数值解。在计算机技术日益普及的新时代，若数学科学不抓住这一机遇，用最先进的技术手段武装自己，将会大大降低数学科学的作用与地位。在工科数学课中引入计算机技术，应当是编写新教材的指导思想之一。完成这一任务的恰当手段，就是在相关课程中增加数学实验，或在需要的专业

单独开设数学实验课。

根据上述三方面的设想，在工科数学基地的教材建设中，必须编写新的教材，如《经济数学模型》、《数学实验》、《市场调查与市场预测的数学方法》；同时，也要将传统的高等数学、工科数学各课程根据上述原则加以改造。这就要求我们编写与时代要求相适应的工科系列教材。我们希望通过这套教材的陆续出版，能对面向21世纪的数学教育改革做一些探索性的工作，同时，我们也热切希望国内的同行、专家参加并指导我们的编写工作。这套教材包括了我系参加此项工作的教师教学与教材研究成果，借此对各位辛勤工作的老师表示感谢。

华南理工大学应用数学系　温国根

1997年12月20日

广东省高教厅

科学研究著作出版基金资助出版

目　　录

第一章　数学模型导言

第一节　数学与数学模型

我们的时代是电子计算机的时代，电子计算机的应用深刻地改变了人类的生活方式，在人类历史上引起了一场新的革命。在这场革命中，数学方法的应用已不再局限于物理领域，而是逐步深入到各种非物理领域，例如生物学、生态学、经济学、社会学、政治学等领域，数学的重要性正在为越来越多的人所认识。

利用数学方法解决实际问题时，首先要把实际事物之间的联系抽象为数学形式，这就是所谓建立数学模型（Mathematical Modelling)。

可以说，从数学诞生的第一天起，就有了数学模型。原始的人类从具体的一只羊、一头牛等事物中抽象出自然数 1 的概念，而自然数 1 也就是具体的一只羊、一头牛等的数学模型；从光线、木棍等具体事物抽象出直线的概念，而直线也就是光线、木棍等的数学模型。因为每一个数学概念都是从客观世界中抽象出来的，所以每一种数学概念、每个数学分支都是客观世界中某些具体事物的数学模型。

既然如此，为什么我们又要专门来学习数学建模呢？这是因为，由于科学技术的进步，经济的发展，即使是一个普通的工程师、管理人员都会经常遇到许多实际问题，而这些实际问题是难以应用现成的数学方法解决的。因此，建模已经不仅是少数专家的专利，而是普通的工程师、管理人员都需要掌握的知识。

建立数学模型的方法大体上可分为两类。一类是机理分析方

法，即根据对现实对象特性的认识以及已知的知识，分析因果关系，找出反映内部机理的规律。这样建立的模型通常具有明确的物理或现实的意义。另一类是测试分析方法，即将研究对象视为一个“黑箱”系统，这时难以寻求内部机理，而只能依靠测量系统的输入输出数据，利用统计分析方法来构造数学模型。这种方法称为系统辨识。当然，实际问题往往需要把两种方法结合起来。

建模的步骤一般分为下列几步。

(1) 模型准备。首先要了解问题的实际背景，明确题目的要求，搜集各种必要的信息。

(2) 模型假设。为了利用数学方法，通常要对问题作出必要的、合理的简化，使问题的主要特征凸现出来，忽略问题的次要方面。

(3) 模型构成。根据所作的假设以及事物之间的联系，构造各种量之间的关系把问题化为数学问题。要注意尽量采取简单的数学工具，因为简单的数学模型往往更能反映事物的本质，而且也容易使更多的人掌握和使用。

(4) 模型求解。利用已知的数学方法来求解上一步所得到的数学问题，这时往往还要作出进一步的简化或假设。

(5) 模型分析。对所得到的解答进行分析，特别要注意当数据变化时所得结果是否稳定。

(6) 模型检验。分析所得结果的实际意义，与实际情况进行比较，看是否符合实际，如果结果不够理想，应该修改、补充假设，或重新建模，有些模型需要经过几次反复，不断完善。

(7)模型应用。所建立的模型必须在实际中应用才能产生效益，在应用中不断改进和完善。本书不讨论这方面的问题。

这些步骤之间的关系可用图 1.1 表示。

在建模和求解的过程中，归纳法和演绎法起了很重要的作用。一般说来，模型假设和模型构成这两个步骤，主要是根据已知的数

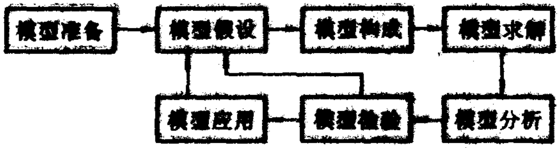


图 1.1

据和信息、已知的规律归纳出一些一般规律，这些规律由于尚未得到验证，因而往往以假设的形式出现，正确的归纳不是主观的、盲目的，而是必须善于透过现象看本质，透过偶然性发现必然性。然而这种归纳往往又是比较粗糙，往往停留在感性认识而未上升到理性认识的阶段，需要通过实践的检验予以深化和修正。在作出模型假设和模型构成以后，则应该使用严密的演绎法，使用逻辑推理和数学推导进行论证才能得出可靠的结论。如果在这一步没有使用严密的逻辑推理，则往往会引入暗含的假设，甚至导入互相矛盾的假定，使所得结论发生错误。利用严密逻辑推理所推导的结论，无论它是怎样地违反我们的常识（感觉），总是正确的（除非所做的假设错误），因而对解释现象、作出科学预见具有重要意义。归纳是演绎的前提，演绎是归纳的指导，善于把归纳和演绎结合起来，是科学研究的基本方法。

第二节　数学模型的分类

数学模型可以按照不同的方式分类。

按模型的应用领域，可分为生物数学模型、医学数学模型、地质数学模型、数量经济学模型、数学社会学模型等。更详细一些，有人口模型、交通模型、环境模型、生态模型等等。

按建立模型的数学方法，可分为几何模型、微分方程模型、图

论模型、规划论模型、马氏链模型等等。

有时，也可按照模型的表现特性来分，这种分法实际上与按数学方法的分类有密切联系。

按是否考虑随机因素，可分为确定性模型和随机性模型两类。

按是否考虑模型的变化，可分为静态模型和动态模型。

按应用离散方法或连续方法，可分为离散模型和连续模型。

数学模型还可以按人们对事物发展过程的了解程度分为白箱模型、灰箱模型和黑箱模型。白箱模型主要指那些内部规律比较清楚的模型，如力学、热学、电学以及相关的工程技术问题，这些问题大多早已化为比较成熟的数学问题，解决这些问题大多注重数学方法的改进，优化设计和控制等。灰箱模型主要指那些内部规律尚不十分清楚，在建立和改善模型方面都还不同程度地有许多工作要做的问题，如生态学、气象学、经济学等领域中的模型。黑箱模型主要是指一些其内部规律还很少为人们所知的现象，如生命科学、社会科学等领域的问题，这类问题多利用统计方法研究。有些工程技术问题，理论上可用白箱模型研究，但由于因素众多、关系复杂，也可简化为灰箱模型来研究。

第二章　建模方法示例

当我们面临一个实际问题时，首先要解决的问题是：用什么数学结构（或说数学方法）来描述这一问题？恰当地选择数学方法，常常收到事半功倍的效果。当然，这一问题是很难回答的，只有从前辈数学家的实践，以及自己的成功和失败的实践中去探索，往往在遇到实际问题时还要使用多种方法尝试，经过比较才能得到比较理想的方法。

下面我们举几个实例，这几个实例都可以归结为不同的数学模型，请读者加以比较。

第一节　核武器竞赛

第二次世界大战期间，美国制造出核武器，不久苏联也成功地进行了核试验，为了争夺世界霸权，两国展开了核武器军备竞赛。美国人很快感受到大量生产核武器的经济压力，人们问道："核武器需要多少呢？"有人就提出一种理论，叫做"大规模毁灭报复战略"。这种理论宣称，要防止对方的核讹诈，保卫自己的安全，储存的核武器数量应达到的标准是：在遭到对方的第一次核攻击后，幸存下来的核武器应该足够给予对方致命的打击。为了说明这种理论，他们还建立了相应的数学模型。

设互相对抗的甲、乙双方的核武器数量分别为 x 和 y，从甲方的角度看来，自己的核武器要超过某个"安全限"才能保证安全，这个安全限与乙的核武器数量 y 有关，且随着 y 的增大而增大。也