

145

0241.86

R13

小波分析与分数傅里叶变换及应用

Wavelet Analysis and Fractional Fourier Transform and Applications

冉启文 谭立英 著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

小波分析与分数傅里叶变换及应用/冉启文,谭立英
著. —北京:国防工业出版社,2002.4

ISBN 7-118-02642-5

I. 小... II. ①冉...②谭... III. ①小波分析②傅
里叶变换 IV. 017

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 063277 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京奥隆印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 8 $\frac{3}{4}$ 207 千字

2002 年 4 月第 1 版 2002 年 4 月北京第 1 次印刷

印数:1—2000 册 定价:20.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于 1988 年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。

4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,原国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金

评审委员会

前 言

本书全面论述小波变换和分数傅里叶变换的基本原理、基本方法和典型应用。它们都是从经典傅里叶变换发展起来的,并从不同的角度改进了傅里叶变换。小波变换的主要特点是在一般科学意义上的时-频局部化分析,通过尺度从粗到细的不断变化,小波变换可以逐步聚焦到分析对象的任何细节,把对象中存在的任何变化充分展示出来。因此,小波变换在科学界享有“数学显微镜”的美称。现在,小波变换已经在计算机科学、信号和图像科学、应用数学和纯粹数学、物理科学、地球科学、无线电科学和声学等众多科学研究和应用领域得到了成功的应用。分数傅里叶变换是经典傅里叶变换的另一种改进方式。它的主要特点是提供研究对象从时间域到频率域全过程的综合描述,随着阶数从0连续增长到1,分数傅里叶变换展示出研究对象从纯时间域逐步变化到纯频率域的所有变化特征。因此,分数傅里叶变换提供了远比傅里叶变换多得多的可供选择的数据处理和分析方法。目前,这两种新方法的理论研究和应用研究正方兴未艾,吸引科学界众多学者的关注和参与。

本书是我们近几年研究工作的总结,内容包括小波基本理论和方法,分数傅里叶变换的数学结构和多样性,全面比较小波变换和分数傅里叶变换,最后讨论小波变换和分数傅里叶变换在光学中的典型应用。全书共11章,第1章至第8章由冉启文执笔,第9章至第11章由谭立英执笔。全书的具体内容和章节安排如下:

第1章是小波变换与傅里叶变换,讨论小波基本理论、离散小波以及它与傅里叶变换的简单对比分析。

第2章是小波构造和多分辨分析,主要讨论两个典型的正交

小波例子、正交多分辨分析、正交小波构造、正交小波和紧支正交小波的实际算例。

第3章是小波变换与时-频分析,讨论信号处理中的时-频分析、Gabor变换的时-频特性、测不准原理、小波变换的时-频特性、正交小波变换的时-频特性及高频低分辨现象。

第4章是正交共轭滤波器和小波,主要内容是编码压缩与正交共轭滤波器、子带编码、滤波与小波、Daubechies的紧支正交小波。

第5章是小波包分析与时-频分析,主要内容是正交小波包及其两种正交性、小波空间的小波包空间再分割、函数空间的正交二分分解及相应算法。

第6章是分数傅里叶变换,内容包括傅里叶变换和分数傅里叶变换与置换矩阵、周期4的分数傅里叶变换、周期3的分数傅里叶变换、任意周期的分数傅里叶变换、分数傅里叶变换的极限关系、高阶广义置换矩阵群。

第7章是分数傅里叶变换的离散算法,内容包括离散傅里叶变换的矩阵形式及其具有的4周期性质、离散分数傅里叶变换的数字算法、任意周期分数傅里叶变换和矩阵的任意幂次运算。

第8章是小波变换与分数傅里叶变换,内容包括傅里叶变换的特征子空间、周期3分数傅里叶变换的特征子空间、任意周期分数傅里叶变换的特征子空间、多分辨分析和小波变换的小波子空间、小波变换的数字算法与分数傅里叶变换的数字算法。

第9章是傅里叶光学简介,内容包括光学系统的描述、光波的传播理论、惠更斯-菲涅耳原理、菲涅耳衍射及夫琅和费衍射等用傅里叶变换方法处理的光学理论。

第10章是小波光学导论,用小波滤波思想建立了光的波前滤波理论。讨论了光波的传播和衍射,并在此基础上建立了小波光学空域滤波和空频域滤波理论,同时运用该理论对某些实际的光学系统进行了分析,如小波光学空域滤波的空间可变处理、空频域滤波的匹配滤波、特征识别、边缘检测等,还对小波光学的实验基

基础进行了介绍。

第 11 章是分数傅里叶光学,用分数傅里叶变换理论描述了光波的传播现象及光波的衍射理论。运用该理论对光学系统成像进行了分析,并讨论了光学系统分数傅里叶变换的一般条件。

冉启文 谭立英

国防科技图书出版基金

第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员	怀国模			
主任委员	黄宁			
副主任委员	殷鹤龄	高景德	陈芳允	曾铎
秘书长	崔士义			
委员	于景元	王小谟	尤子平	冯允成
(以姓氏笔划为序)	刘仁	朱森元	朵英贤	宋家树
	杨星豪	吴有生	何庆芝	何国伟
	何新贵	张立同	张汝果	张均武
	张涵信	陈火旺	范学虹	柯有安
	侯正明	莫梧生	崔尔杰	

目 录

第 1 章 小波变换与傅里叶变换	1
1.1 小波和小波变换	4
1.1.1 小波	4
1.1.2 小波变换	5
1.2 小波变换的性质	6
1.2.1 小波变换的 Parseval 恒等式	6
1.2.2 小波变换的反演公式	7
1.2.3 吸收公式 (I)	7
1.2.4 吸收公式 (II)	7
1.3 离散小波和离散小波变换	8
1.3.1 二进小波和二进小波变换	8
1.3.2 正交小波和小波级数	9
1.4 傅里叶变换和小波变换	10
1.4.1 傅里叶级数	11
1.4.2 傅里叶变换和小波变换	13
第 2 章 小波构造和多分辨分析	15
2.1 Shannon 小波	15
2.2 正交多分辨分析和正交小波	21
2.2.1 正交多分辨分析	21
2.2.2 正交小波的构造	22
2.3 正交多分辨分析的例子	26
2.3.1 Haar 的多分辨分析	26
2.3.2 Shannon 的多分辨分析	28
2.3.3 Meyer 的多分辨分析	30
2.4 Daubechies 的紧支小波	31

2.4.1 尺度函数	31
2.4.2 紧支尺度函数	33
2.4.3 系数有限的共轭滤波器	34
2.4.4 紧支的尺度函数和小波函数	38
2.4.5 紧支的尺度函数和小波函数算例	39
第3章 小波变换与时-频分析	43
3.1 Gabor 变换和时-频分析	43
3.2 窗口傅里叶变换和时-频分析	46
3.3 小波变换与时-频分析	50
3.4 离散小波与时-频分析	52
3.4.1 二进小波和频带的二进分割	53
3.4.2 正交小波和时-频分析	54
3.5 小波分析和信号处理	56
3.5.1 小波分析与瞬态信号	57
3.5.2 Grossmann - Morlet 的时间-尺度小波	58
3.5.3 Malvar 的时-频小波	60
3.5.4 Malvar 小波与信号的最优描述	61
第4章 正交共轭滤波器和小波	65
4.1 编码和压缩	65
4.2 子带编码	67
4.3 正交共轭滤波器	69
4.4 空间的高频、低频分解	72
4.5 Mallat 算法	73
4.6 正交小波下的趋势和细节	74
4.7 滤波和小波	76
4.8 Daubechies 的紧支正交小波	77
第5章 小波包分析与时-频分析	80
5.1 引言	80
5.2 正交小波包	82
5.2.1 多分辨分析和小波包	82
5.2.2 正交小波包	83

5.3 小波包函数的傅里叶变换	84
5.4 小波包函数的两种正交性	85
5.4.1 第一种正交性	85
5.4.2 第二种正交性	86
5.5 正交小波包空间	86
5.6 小波空间的小波包分割	88
5.7 时-频原子	90
5.8 紧支小波包	93
5.9 最优小波包基	96
5.10 正交二分算法	97
5.11 用法及其他	101
第 6 章 分数傅里叶变换	103
6.1 傅里叶变换和分数傅里叶变换	103
6.1.1 分数傅里叶变换	103
6.1.2 C. C. Shin 的分数傅里叶变换	110
6.2 分数傅里叶变换与置换矩阵	112
6.2.1 傅里叶变换与置换矩阵	112
6.2.2 分数傅里叶变换和置换矩阵	115
6.3 分数傅里叶变换的多样性(I)	116
6.3.1 周期 4 的分数傅里叶变换	116
6.3.2 周期 3 的分数傅里叶变换	118
6.3.3 周期 3 的特征值	121
6.4 分数傅里叶变换的多样性(II)	124
6.4.1 第二个周期 3 的分数傅里叶变换算子	124
6.4.2 两个周期 3 的分数傅里叶变换的关系	126
6.4.3 几个分数傅里叶变换的异同	127
6.5 任意周期的分数傅里叶变换	128
6.5.1 任意周期分数傅里叶变换的构造	128
6.5.2 特征值的周期性	131
6.5.3 分数傅里叶变换和广义置换矩阵群	132
6.6 分数傅里叶变换的极限关系	133

第 7 章 分数傅里叶变换的离散算法	136
7.1 离散傅里叶变换及其周期性	136
7.1.1 离散傅里叶变换的矩阵	137
7.1.2 离散傅里叶变换的周期性	137
7.2 离散分数傅里叶变换算法	141
7.2.1 离散分数傅里叶变换	141
7.2.2 离散分数傅里叶变换算法	143
7.3 任意周期离散分数傅里叶变换	144
7.3.1 任意周期的分数幂次矩阵	145
7.3.2 任意周期离散分数傅里叶变换	148
第 8 章 小波变换与分数傅里叶变换	150
8.1 傅里叶变换的特征子空间	150
8.2 分数傅里叶变换的特征子空间	151
8.2.1 V.Namias 分数傅里叶变换的特征子空间	151
8.2.2 C.C.Shih 分数傅里叶变换的特征子空间	153
8.2.3 周期 3 分数傅里叶变换的特征子空间	154
8.2.4 任意周期分数傅里叶变换的特征子空间	157
8.3 小波变换的小波子空间	158
8.3.1 正交多分辨分析	158
8.3.2 小波空间	159
8.3.3 小波空间和特征子空间	160
8.4 小波算法和分数傅里叶算法	161
8.4.1 构造算法对比	162
8.4.2 数字算法对比	162
第 9 章 傅里叶光学简介	168
9.1 光学系统的描述	168
9.1.1 线性系统	169
9.1.2 线性不变系统	171
9.2 光波标量衍射理论	173
9.2.1 标量衍射理论适用条件	173
9.2.2 单色光波场的描述	173
9.2.3 球面波与平面波的复振幅	173

9.2.4	基尔霍夫衍射理论	175
9.2.5	瑞利-索末菲衍射理论	176
9.2.6	空间频谱	177
9.3	菲涅耳衍射与夫琅和费衍射	179
9.3.1	惠更斯-菲涅耳原理	179
9.3.2	菲涅耳衍射	181
9.3.3	夫琅和费衍射	182
9.4	透镜的傅里叶变换性质及其成像	183
9.4.1	透镜的透射函数	184
9.4.2	透镜的傅里叶变换性质	184
9.4.3	成像的透镜规律	187
9.5	光学成像系统的频谱	188
9.5.1	阿贝成像理论	188
9.5.2	衍射受限的相干成像系统	189
9.5.3	衍射成像的非相干成像系统	191
9.5.4	像差对传递函数的影响	194
第 10 章	小波光学导论	195
10.1	小波光学波前滤波理论	196
10.2	小波光学空域滤波	200
10.3	小波空间频率域滤波	201
10.4	小波分析与光学成像系统	203
10.5	光学空域小波滤波理论的应用——空间可变处理 ...	203
10.6	小波光学空频域滤波的应用	204
10.6.1	小波光学空频域滤波——匹配滤波器	204
10.6.2	小波光学空频域滤波——边缘检测处理	205
10.6.3	小波光学空频域滤波——特征识别	206
10.7	小波光学理论的实验基础	207
10.7.1	一维小波变换的光学实现	207
10.7.2	二维小波变换的光学实现	209
第 11 章	分数傅里叶光学	211
11.1	分数傅里叶变换与光波的传播	211
11.1.1	分数傅里叶变换的引入	211

11.1.2 分数傅里叶变换与光波的传播	213
11.2 光的衍射现象与分数傅里叶变换	217
11.3 分数傅里叶变换与光学系统	224
11.3.1 两平面间的分数傅里叶变换	224
11.3.2 单透镜成像系统	226
11.3.3 一般透镜系统的连续分数傅里叶变换分析	227
11.3.4 渐变折射率介质的分数傅里叶变换性质	229
11.4 基于分数傅里叶变换的成像	230
11.5 光学分数傅里叶变换的一般条件	234
参考文献.....	236

Contents

Chapter 1	Wavelet Transform and Fourier Transform	1
1.1	Wavelet and Wavelet Transform	4
1.1.1	Wavelet	4
1.1.2	Wavelet Transform	5
1.2	Properties of Wavelet Transform	6
1.2.1	Parseval Identity of Wavelet Transform	6
1.2.2	Invers Wavelet Transform	7
1.2.3	Assimilate Expressions(I)	7
1.2.4	Assimilate Expressions(II)	7
1.3	Discrete Wavelet and Discrete Wavelet Transform	8
1.3.1	Dyadic Wavelet and Dyadic Wavelet Transform	8
1.3.2	Orthonormal Wavelet and Wavelet Series	9
1.4	Fourier Transform and Wavelet Transform	10
1.4.1	Fourier Series	11
1.4.2	Fourier Transform and Wavelet Transform	13
Chapter 2	Construction of Wavelet and Multiresolution	
	Analysis	15
2.1	Shannon Wavelet	15
2.2	Multiresolution Analysis and Orthonormal Wavelet	21
2.2.1	Multiresolution Analysis	21
2.2.2	Construction of Orthonormal Wavelet	22
2.3	Examples for Multiresolution Analysis	26
2.3.1	Haar's Multiresolution Analysis	26
2.3.2	Shannon's Multiresolution Analysis	28
2.3.3	Meyer's Multiresolution Analysis	30

2.4	Daubechies's Compactly Supported Wavelet	31
2.4.1	Scale Function	31
2.4.2	Compactly Supported Scale Function	33
2.4.3	Quadrature Mirror Filters with Finite Numbers of Coefficients	34
2.4.4	Compactly Supported Scale Function and Wavelet Function	38
2.4.5	Examples for Compactly Supported Scale and Wavelet	39
Chapter 3 Wavelet Transform and Time-Frequency		
	Analysis	43
3.1	Gabor Transform and Time-Frequency Analysis	43
3.2	Windows Fourier Transform and Time-Frequency Analysis	46
3.3	Wavelet Transform and Time-Frequency Analysis	50
3.4	Discrete Wavelet and Time-Frequency Analysis	52
3.4.1	Frequency Band of Dyadic Wavelet	53
3.4.2	Orthonormal Wavelet and Time-Frequency Analysis	54
3.5	Wavelet Analysis and Signal Processing	56
3.5.1	Wavelet Analysis and Transient Signal	57
3.5.2	Grossmann-Morlet Time-Scale Wavelet	58
3.5.3	Malvar's Time-Frequency Wavelet	60
3.5.4	Malvar Wavelet and Optimal Representation of Signal	61
Chapter 4 Quadrature Mirror Filters and Wavelet		65
4.1	Coding and Compression	65
4.2	Subband Coding	67
4.3	Quadrature Mirror Filters	69
4.4	High-Pass Filter and Low-Pass Filter	72
4.5	Mallat Algorithms	73
4.6	Trends and Fluctuations with Orthonormal Wavelet Bases ...	74

4.7	Filters and Wavelet	76
4.8	Daubechies's Compactly Supported Orthonormal Wavelet	77
Chapter 5 Wavelet Packets Analysis and Time-Frequency		
	Analysis	80
5.1	Introduction	80
5.2	Orthonormal Wavelet Packets	82
5.2.1	Multiresolution Analysis and Wavelet Packets	82
5.2.2	Wavelet Packets	83
5.3	Fourier Transform of Wavelet Packet Functions	84
5.4	Two Orthonormalizations of Wavelet Packet Functions	85
5.4.1	Orthonormalizations(I)	85
5.4.2	Orthonormalizations(II)	86
5.5	Orthonormal Wavelet Packet Space	86
5.6	Decompositions of Wavelet Space with Wavelet Packets	88
5.7	Time-Frequency Atoms	90
5.8	Compactly Supported Wavelet Packets	93
5.9	Optimal Wavelet Packet Bases	96
5.10	The Split-and-Merge Algorithms	97
5.11	Direction and Others	101
Chapter 6 Fractional Fourier Transform		103
6.1	Fourier Transform and Fractional Fourier Transform	103
6.1.1	Fractional Fourier Transform	103
6.1.2	C.C.Shih's Fractional Fourier Transform	110
6.2	Fractional Fourier Transform and Permutation Matrix	112
6.2.1	Fourier Transform and Permutation Matrix	112
6.2.2	Fractional Fourier Transform and Permutation Matrix	115
6.3	Multiplicity of Fractional Fourier Transform(I)	116
6.3.1	4-Periodic Fractional Fourier Transform	116
6.3.2	3-Periodic Fractional Fourier Transform	118
6.3.3	Eigenvalues of 3-periodic Fractional Fourier Transform	121