

现代混凝土基础理论

TONGJI
DAXUE
CHUBANSHE

张士铎 编著

8.01

同济大学出版社

现代混凝土基础理论

张士铎 编著

同济大学出版社

(沪)新登字 204 号

内 容 提 要

加强对混凝土基础理论的研究,对发展土木建筑学科、多快好省地进行基本建设具有十分重要的意义。本书对现代最主要的几种混凝土理论加以综合、评析,使读者能了解这些理论的内涵及发展动向,并对实践予以指导。全书分钢筋混凝土变形与刚度理论、裂缝理论、预应力混凝土理论、部分预应力混凝土理论、徐变理论、可靠度设计理论等章节,主要读者是土建部门的工程设计人员、技术人员及有关大专院校师生。

责任编辑 黄国新

封面设计 王肖生

现代混凝土基础理论

张士铎 编著

同济大学出版社 出版

新华书店上海发行所 发行

常熟文化印刷厂 印刷

开本: 850×1166 1/32 印张: 4.875 字数: 130 千字

1994 年 11 月第 1 版 1994 年 11 月第 1 次印刷

印数: 1—1200 定价: 9.00 元

ISBN7-5608-1402-6/TU·147

前 言

为了加强土建专业研究生的基础理论,我们开设了“钢筋混凝土及预应力混凝土技术基础理论”课。这门课共36学时,同学们学完之后,对钢筋混凝土与预应力混凝土的基础理论知识将得到加强,为今后科研与生产实践打下较牢固的理论基础。本课程开设已经多年,原教材使用,反映良好,本书是在原教材基础上编写而成的。全书包括六章:一、钢筋混凝土受弯构件的变形及刚度;二、混凝土裂缝理论;三、预应力混凝土理论;四、部分预应力混凝土理论;五、混凝土徐变理论;六、结构可靠度理论。本书中,注意从理论上提挈与阐释;只要思路得以衔接,尽量避免公式的繁冗演绎;每章之后有小结,并对有关领域提出研究方向。故本书既是教材,又是一本理论专著。

本人学术水平有限,错误与不当之处在所难免,希望同行们能提出宝贵意见,以便修改与完善。本书又承蒙出版社洪建华、黄国新两位老师精心校核,并提出许多宝贵的修改意见与建议,在出书过程中,还得到同济大学桥梁工程系领导的大力支持,在此一并深表谢意。

张士铎

同济园

1993年9月

目 录

第一章 钢筋混凝土受弯构件的变形与刚度

第一节 受弯构件短期荷载作用下变形与刚度	1
1.1 受弯构件变形性质的研究	1
1.2 短期荷载作用下梁的变形理论	3
1.3 忽略拉应力区混凝土影响的短期荷载作用下变形的计算理论	4
1.4 穆拉谢夫及其改进法(或称解析刚度法)	9
1.5 伯莱逊 (Branson)的有效惯矩法	14
1.6 等效拉力法	15
1.7 短期荷载作用下变形计算小结	17
第二节 长期荷载作用下受弯构件的变形及刚度	18
2.1 概述	18
2.2 时随系数法	19
2.3 长期刚度参数修正法	23
2.4 按变弹性模量计算长期变形(或挠度)	25
2.5 “ λ ”法	25
2.6 小结	26
2.7 对变形与刚度问题的展望	27

第二章 混凝土裂缝理论

2.1 裂缝产生的原因	28
2.2 受载后的裂缝	30
2.3 裂缝发生机理	32

2.4	短期荷载作用下的裂缝计算理论	35
2.5	塔瘦短期有滑移理论公式	43
2.6	长期裂缝理论	44
2.7	裂缝研究的动向	45

第三章 预应力混凝土理论

3.1	预应力的基本概念	48
3.2	预应力混凝土梁的受力状态	49
3.3	等效荷载与林同炎(T.Y.Lin)的平衡理论	52
3.4	弹性应力法及马涅耳图解法的应用	56
3.5	预拉预压混凝土梁的设计与示例	59
3.6	预弯预应力混凝土梁的介绍	65
3.7	预应力混凝土的发展与展望	71

第四章 部分预应力混凝土理论

4.1	部分预应力混凝土的发展与优越性	74
4.2	混凝土结构物的分类	76
4.3	部分预应力混凝土受弯构件的工作状态	78
4.4	预应力度的定义及表达方式	80
4.5	突降现象及最小配筋率	82
4.6	名义拉应力法	86
4.7	部分预应力混凝土受弯构件挠度计算	90
4.8	部分预应力混凝土的展望	93

第五章 混凝土徐变理论

5.1	概述	95
5.2	几种徐变理论	95
5.3	徐变系数及收缩系数	103
5.4	混凝土徐变应变与变形的计算	108

5.5	代换棱柱法.....	110
5.6	徐变研究的新动向.....	120

第六章 结构可靠度理论

6.1	概述.....	122
6.2	工程概率术语.....	125
6.3	可靠度常用的几种概率分布.....	130
6.4	中心点法.....	134
6.5	验算点法.....	137
6.6	误差传递公式.....	140
6.7	用验算点法求可靠度指标的示例.....	141
6.8	工程极限状态的分类.....	143
6.9	对可靠度理论的几点探讨与展望.....	144

第一章 钢筋混凝土受弯构件的 变形与刚度

钢筋混凝土构件的变形，包括短期与长期变形两种。近年来由于装配构件的采用，以及高强轻质材料的应用，要求更精确地计算钢筋混凝土构件的变形。特别桥梁结构承受较强的动载，在跨径上更显示变形计算的重要性。与变形计算密切相关的裂缝理论、钢筋与混凝土粘结理论、混凝土的收缩徐变均涉及到变形的发展。本章主要介绍钢筋混凝土受弯构件变形的性质、弯矩-曲率曲线的量测方法及特征、短期荷载作用下变形的计算理论以及长期荷载作用下受弯构件的变形计算方法，最后对有关公式计算结果进行对比与评述

第一节 受弯构件短期荷载作用下 变形与刚度

1.1 受弯构件变形性质的研究

了解受弯构件变形的性质，主要是弄清楚弯矩-曲率 ($M-\varphi$) 变化曲线。钢筋混凝土受弯构件是由复合材料组成的，其变形的特征与裂缝开展的机理以及钢筋与混凝土之间粘结应力的分布规律有非常紧密的联系。在长期荷载作用下它又与混凝土的收缩徐变有密切关联。因此受弯构件变形牵涉的面比较广，也相当复杂，对它的研究非常重要。

对受弯构件曲率量测方法通常不外两种：

1.1.1 曲率仪法

此法的前提是认为挠曲线是一圆弧，而且变形尺寸相对于结构尺

寸是比较小的。量测结果是在标距 a 内的平均曲率 φ ，其计算公式为：

$$\varphi = \frac{1}{\rho} = \frac{8f}{a^2} \quad (1-1)$$

式中， φ ——平均曲率；

ρ ——圆弧曲线的半径；

a ——标距；

f ——垂度。

1.1.2 应变片法

此法假设量测段的“平均挠曲线”为圆弧，而且平均应变符合平截面假定，故平均曲率计算公式为：

$$\varphi = \frac{1}{\rho} = \frac{\bar{\varepsilon}_g + \bar{\varepsilon}_H}{h_0} \quad (1-2)$$

式中， $\bar{\varepsilon}_H$ ——在区段中混凝土受压边缘的平均应变；

$\bar{\varepsilon}_g$ ——在区段中受拉区钢筋的平均应变；

h_0 ——钢筋形心到梁顶的距离。

一般，这个量测区段通常应取构件的纯弯矩区，避免剪切变形的干扰，参见图 1-1 所示。

图 1-2 所示的三条 $M-\varphi$ 曲线与构件的含筋率有关，I、II、III 三条曲线均有如下特征。

图 1-1 单元应变图

(1) 有较明显可以区分的三个阶段： OA 称为整体工作阶段； AB 为带裂缝的工作阶段； BC 为极限变形阶段。

(2) OA 段表示钢筋混凝土尚未开裂，梁的全截面都参与工作，这时，弯矩-曲率曲线近似地呈直线变化。令梁的刚度 $B = E_h I_h$ ，这里 E_h 是混凝土弹性模量， I_h 是混凝土截面形心的惯矩。在此阶段可按线

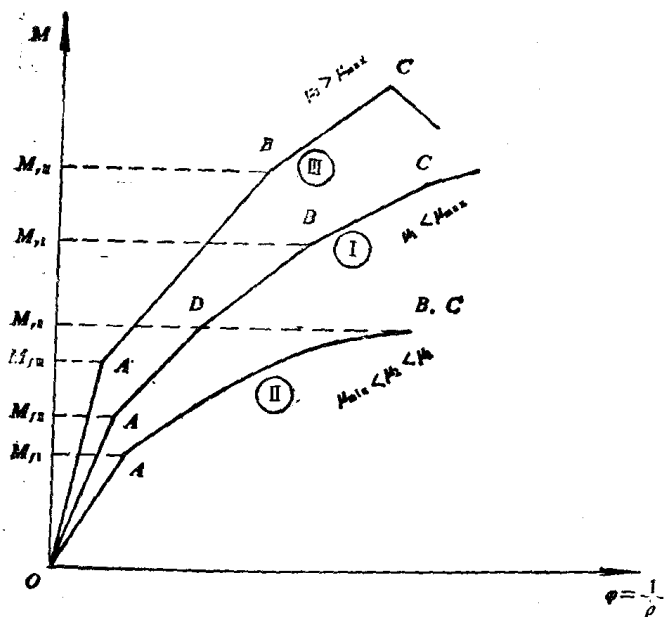


图 1-2 弯矩-曲率曲线

弹性结构来分析其应力与变形(有人认为 $B = 0.85E_h I_0$, I_0 为换算截面的惯矩)。

(3) AB 段表示钢筋混凝土已经出现裂缝, A 点就是开裂发生点, 弯矩达到开裂弯矩。由于梁有裂缝出现, 梁的刚度发生变化不再是常量, 当然变形也趋向于复杂。但是, DB 段可以近似地认为是一段直线, 这说明在配筋率 $\mu_1 < \mu_{max}$ 加载到达 D 点后, 梁的裂缝发展以及受压区混凝土塑性变形的发展已经基本上趋于稳定。本章讨论的变形属于此阶段的变形, 因为在该阶段受力的梁不能按线性弹性结构计算。

(4) BC 段的 B 点表示屈服点, 即受拉钢筋已经屈服。受压区混凝土的塑性得到充分发挥, 弯矩已经达到极限, 因此, BC 阶段的受力属于结构的延性阶段。

1.2 短期荷载作用下梁的变形理论

本节集中探讨短期荷载作用下梁的变形理论。根据大量的试验表

明,凡属于小变形范围内,对于各种配筋率的矩形截面、T形截面、倒T形截面、箱形截面,其平均应变直到破坏为止均符合平截面假定。影响带裂缝工作阶段的梁在短期荷载作用下变形的主要因素有两个方向,

- (1) 受压区混凝土的塑性变形;
- (2) 受拉区混凝土参加工作影响。

由于以上两种因素的共同作用,使得带裂缝工作阶段的梁的变形(挠度)与荷载之间的关系呈非线性特征。

所以,在该阶段的计算理论基于下列几个基本假定:

- (1) 上下纤维的平均应变符合平截面假定;
- (2) 忽略剪切变形的影响;
- (3) 在受压区内混凝土各纤维层的应力-应变曲线都认为是相同的(实际上是不相同的);
- (4) 仅从带裂缝工作阶段的变形问题看,裂缝出现之后,钢筋应力有变化。图1-3所示是在两个集中力作用下,钢筋混凝土梁

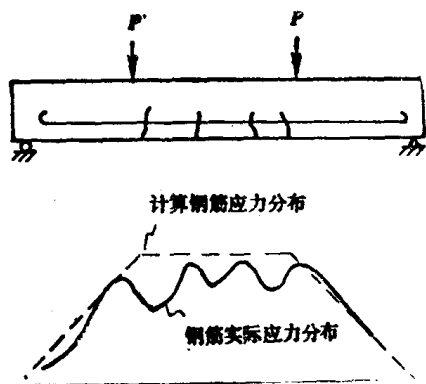


图 1-3 裂缝出现后对钢筋应力的影响 一个集中力作用下,钢筋混凝土梁开裂后钢筋实际的应力分布与钢筋计算应力的分布图。

1.3 忽略拉应力区混凝土影响的短期荷载作用下变形的计算理论

本节讨论的情况与实际情况有出入。因为受拉区的混凝土在裂缝之间的区段是参与受力的。这个计算除了上述4个基本假定外,尚需附加两个条件:(1) 受拉区混凝土不参加工作;(2) 要计及受压区混凝土的塑性变形(应力-应变关系曲线已知)。按第一个附加条件,就是说全部受拉区都已经开裂,因此算出的变形比实测为大。

图1-4为不计拉应力区混凝土影响的应变、应力图式,在图中,给

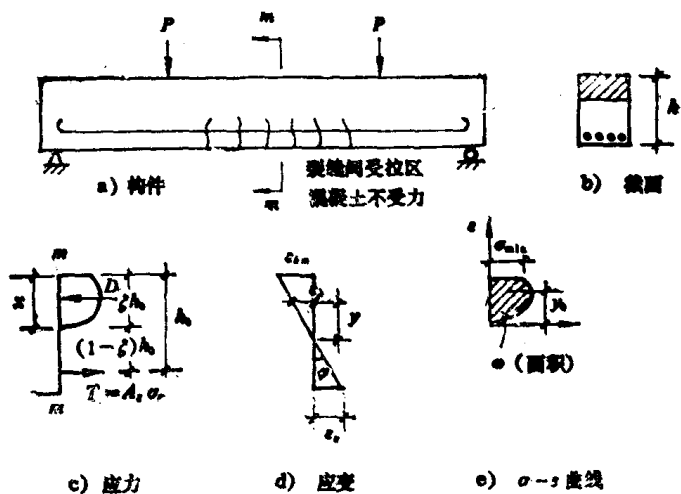


图 1-4

出构件、截面、应力、应变以及应力-应变关系曲线。现用单向配筋的矩形截面梁为例来推导计算公式。

(1) 按平面假定(参见图 1-4d)可列出如下关系式:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_s &= \frac{1-\xi}{\xi} \epsilon_{hm} \\ \epsilon_h &= \frac{\epsilon_{cm}}{\xi h_0} y \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中, ϵ_s ——受弯构件受拉区钢筋应变;

ϵ_h ——受弯构件受压区上纤维混凝土压应变;

ξh_0 ——m-m 截面上中和轴距梁顶距离;

$(1-\xi)h_0$ ——m-m 截面上中和轴距受拉钢筋形心距离;

ϵ_{hm} ——m-m 截面上混凝土上纤维压应变;

y ——m-m 截面上中和轴到受压区任一点距离;

h_0 ——m-m 截面上受拉区钢筋形心到梁顶的距离(也称作梁的有效高度)。

(2) 根据虎克定律, 写出下列关系式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_g &= E_g \varepsilon_g \\ \sigma_h &= E_h \varepsilon_h \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式中, σ_g ——受弯构件受拉区钢筋应力;

σ_h ——受弯构件受压区上边缘混凝土压应力;

E_g, E_h ——分别为钢筋与混凝土的弹性模量。

(3) 通过内力关系, 得到下列表达式:

$$\text{拉力 } T = \sigma_g \cdot A_g \quad (1-5)$$

$$\text{压力 } D = \int_0^{\xi h_0} b \sigma_h dy \quad (1-6)$$

在 D 的积分表达式中, 将 0 到中和轴距离 ξh_0 换成应变上下限, 即 0 到 ε_{hm} , 同时将 dy 换成 $\frac{\xi h_0}{\varepsilon_{hm}} d\varepsilon_h$, 则压力 D 为

$$\begin{aligned} D &= b \int_0^{\varepsilon_{hm}} \sigma_h \cdot \frac{\xi h_0}{\varepsilon_{hm}} d\varepsilon_h = \frac{\xi b h_0}{\varepsilon_{hm}} \int_0^{\varepsilon_{hm}} \sigma_h \cdot d\varepsilon_h \\ &= \frac{\xi b h_0}{\varepsilon_{hm}} \omega = \alpha \cdot b \sigma_{hm} \xi h_0 \end{aligned} \quad (1-6')$$

从图 1-4(e) 中, 得到 $\omega = \int_0^{\varepsilon_{hm}} \sigma_h d\varepsilon_h$, ω 实质上表示混凝土应力-应变曲线所包围的面积。如令 $\alpha = \frac{\omega}{\sigma_{hm} \cdot \varepsilon_{hm}}$, 即表示应力-应变曲线中

实际包裹的面积与 $\sigma_{hm} \cdot \varepsilon_{hm}$ 的矩形块面积之比。这在一定程度上反映了混凝土的塑性性质。 α 也称作换算成平均应力的系数。

混凝土压应力合 D 的作用点 y_c 可由下式求得:

$$D \cdot y_c = \int_0^{\xi h_0} y b \sigma_h dy$$

利用式(1-3)及式(1-6'), 通过变量代换后, 简化为

$$y_c = \frac{\int_0^{\xi h_0} y b \sigma_h dy}{D} = \frac{\int_0^{\varepsilon_{hm}} \varepsilon_h \sigma_h d\varepsilon_h (\xi h_0)}{\varepsilon_{hm} \int_0^{\varepsilon_{hm}} \sigma_h d\varepsilon_h} = \gamma \xi h_0 \dots \quad (1-7)$$

(1-7) 式中的参数 γ 为

$$\gamma = \frac{\int_0^{\varepsilon_{hm}} \varepsilon_h \sigma_h d\varepsilon_h}{\varepsilon_{hm} \int_0^{\varepsilon_{hm}} \sigma_h d\varepsilon_h} \quad (1-8)$$

最后从力的平衡条件 $\Sigma H = 0$ 及 $\Sigma M = 0$, 得到

$$\left. \begin{aligned} D &= T = A_g \sigma_g \\ M &= D \cdot y_c + A_g \sigma_g (h_0 - \xi h_0) \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

将(1-4)到(1-8)诸式代入(1-9)式中, 经过整理与简化得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon_{hm}^2} \int_0^{\varepsilon_{hm}} \sigma_h \cdot d\varepsilon_h &= \frac{A_g}{b h_0} E_g \frac{1-\xi}{\xi^2} = \mu E_g \frac{1-\xi}{\xi^2} \\ \frac{M}{b h_0^2} &= \left(\frac{1}{\varepsilon_{hm}^2} \int_0^{\varepsilon_{hm}} \sigma_h \cdot \varepsilon_h d\varepsilon_h \right) \xi^2 + \mu E_g \frac{(1-\xi)^2}{\xi} \cdot \varepsilon_{hm} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

式中, M ——弯矩;

b ——矩形截面宽度;

μ ——截面配筋率。

(1-10)式是忽略拉应力区混凝土影响的短期荷载作用下的两个基本公式。显然, 当荷载、截面尺寸及配筋率 $\mu = \frac{A_g}{b h_0}$ 均已知时, (1-10)式给出 ξ (中和轴参数) 和混凝土上纤维压应变 ε_{hm} 的非线性方程组。 ξ 和 ε_{hm} 的数值解可通过电子计算机计算求得, 例如通过截面划分条带或欧洲混凝土学会(CEB)建议的划分条带法, 当 ξ 及 ε_{hm} 已知, 则 m-m 截面上曲率为

$$\varphi = \frac{\varepsilon_{hm}}{\xi h_0} \quad (1-11)$$

根据上述公式的推导, 有下列几点值得讨论:

(1) 对于纯弯曲的梁, 在上述理论的假定下, 挠曲线具有圆弧外形, 圆弧半径 $\rho = \frac{1}{\varphi}$, 由式(1-10)与式(1-11)能够完全确定挠曲线的方程, 则跨中挠度 f 可以按近似公式计算:

$$f = \frac{1}{8} \varphi l^2 \quad (1-12)$$

式中, φ 为跨中截面的最大曲率;

l 表示梁的计算跨径;

f 表示跨中最大挠度。

(2) 如果受压区混凝土的应力-应变曲线是直线变化, 应力与受压区高度 ξh_0 均能得到解答。对单筋矩形截面, 其应力、受压区高度、曲率得到下列解答:

$$\begin{aligned} \text{混凝土应力} \quad \sigma_h &= E_h \varepsilon_h = \frac{M_x}{I_{hg}} \\ \text{钢筋的应力} \quad \sigma_g &= E_g \varepsilon_g; \sigma_g = \frac{nM(h_0 - x)}{I_{hg}} \\ \text{受压区高度} \quad x &= \xi h_0 = \sqrt{(\mu n)^2 + 2n\mu} - \mu n \\ \text{曲率为} \quad \varphi &= \frac{\varepsilon_h}{x} = \frac{\varepsilon_g}{h_0 - x} = \frac{\sigma_g}{E_g(h_0 - x)} = \frac{M}{E_g A_g \eta h_0 (h_0 - x)} \end{aligned} \quad (1-13)$$

上列诸式中 I_{hg} 是不考虑混凝土受拉区(开裂状态)截面的换算惯性矩, 对于单筋矩形截面

$$I_{hg} = \frac{bx^3}{3} + nA_g(h_0 - x)^2;$$

式中, μ ——受拉钢筋配筋率 $\left(\frac{A_g}{bh_0}\right)$;

η ——表示内力臂的系数;

n ——钢筋弹性模量与混凝土弹性模量比值。

上述诸式按应力-应变关系呈直线变化, 是在结构设计原理中按容许应力阶段计算理论导演的基本公式。其受力图式如图 1-5 所示。

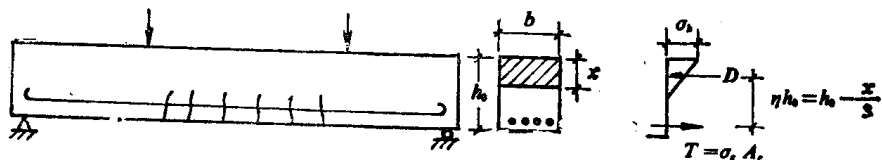


图 1-5 单筋矩形截面受力图式 σ - ε 按直线变化

(1-13) 式是按开裂截面计算的曲率公式。用它求出的变形要比实际大, 这是因为不计受拉区混凝土的作用, 而将全部梁的带裂缝的受拉

区视为全部开裂的结果。

(3) 对于挠曲构件(挠曲线非圆弧), 各截面的曲率 φ' 也不相同。为了求得结构的挠曲线, 可以假定曲率每一小段内均呈线性变化, 将结构划分为 m 个小段, 用电子计算机求得。但作为简化计算, 也可以近似地采用下式计算跨中挠度。

$$f = k\varphi_0 l^2 \quad (1-14)$$

(1-14) 式中, k 是与挠曲线形状有关的待定常数, 它与加载方式、支承条件均有关, 可以由试验确定。 φ_0 是跨中截面最大的平均曲率, l 为计算跨径。

在简支梁中, 跨中求得的曲率为 φ_0 , 支点处曲率为 φ_1 , 而且等于零, 其曲率如按抛物线变化, 则

$$f = \frac{1}{9.6} \varphi_0 l^2 \quad (1-15)$$

如果跨中曲率为 φ_0 , 支点处为 φ_1 , 其间曲率按二次抛物线变化, 则简支梁挠度为

$$f = \frac{l^2}{48} (\varphi_0 + 5\varphi_1) \quad (1-16)$$

如上所述, 如果曲率为直线变化, 则挠度为

$$f = \frac{l^2}{24} (\varphi_0 + 2\varphi_1) \quad (1-17)$$

本节所讨论内容可参见本章参考文献[1]。

1.4 穆拉谢夫及其改进法(或称解析刚度法)

上述介绍是不计混凝土受拉区的作用, 只考虑了受压区混凝土的非线性影响, 当然与实际情况仍存在较大的差异。为了同时考虑受压区混凝土的非线性影响和受拉区混凝土参加工作, 前苏联穆拉谢夫教授做了如下几点基本假定:

(1) 同时考虑受拉区混凝土参与工作和受压区混凝土的非线性影响。

(2) 仍然采用初等梁理论的几何关系,

$$\varphi = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{B}$$

式中, φ 为截面曲率; ρ 为半径; M 为弯矩; B 为平均刚度见式(1-18)。

(3) 在裂缝发生的截面处建立平衡条件, 参考图 1-6 进行计算公式的导演。

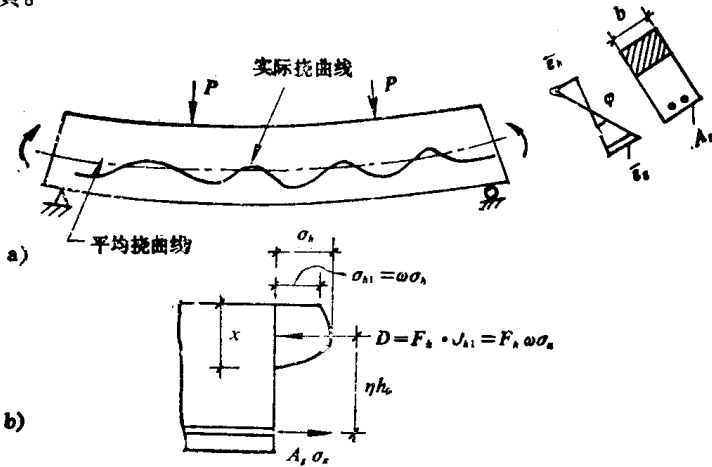


图 1-6 变形、平均应变及应力图式

平均曲率如式(1-2) $\varphi = \frac{1}{\rho} = \frac{\bar{\epsilon}_h + \bar{\epsilon}_g}{h_0}$

平均刚度 $B = \frac{M}{\varphi} = \frac{M h_0}{\bar{\epsilon}_h + \bar{\epsilon}_g}$ (1-18)

钢筋平均应变 $\bar{\epsilon}_g = \psi_g \epsilon_g = \psi_g \frac{\sigma_g}{E_g}$ (1-19)

混凝土平均应变 $\bar{\epsilon}_h = \psi_h \epsilon_h = \psi_h \frac{\sigma_h}{E'_h}$ (1-20)

上述诸式中 σ_{h1} 是将混凝土曲线的应力图式换算成矩形分布的应力值。 ψ_g 、 ψ_h 分别为钢筋与混凝土的不均匀系数。即

$$\psi_g = \frac{\bar{\epsilon}_g}{\epsilon_g} = \frac{\bar{\sigma}_g}{\sigma_g}; \quad \psi_h = \frac{\bar{\epsilon}_h}{\epsilon_h}$$

这里, σ_g , ϵ_g , σ_h , ϵ_h 分别表示裂缝截面处钢筋与混凝土的应力与应变。根据基本假定 1 的第 2 个内容, 考虑混凝土的非线性要用 E'_h 代替 E_h 而 $E'_h = \gamma E_h$, 这里 γ 为反映受压区混凝土塑性变形影响的参数。