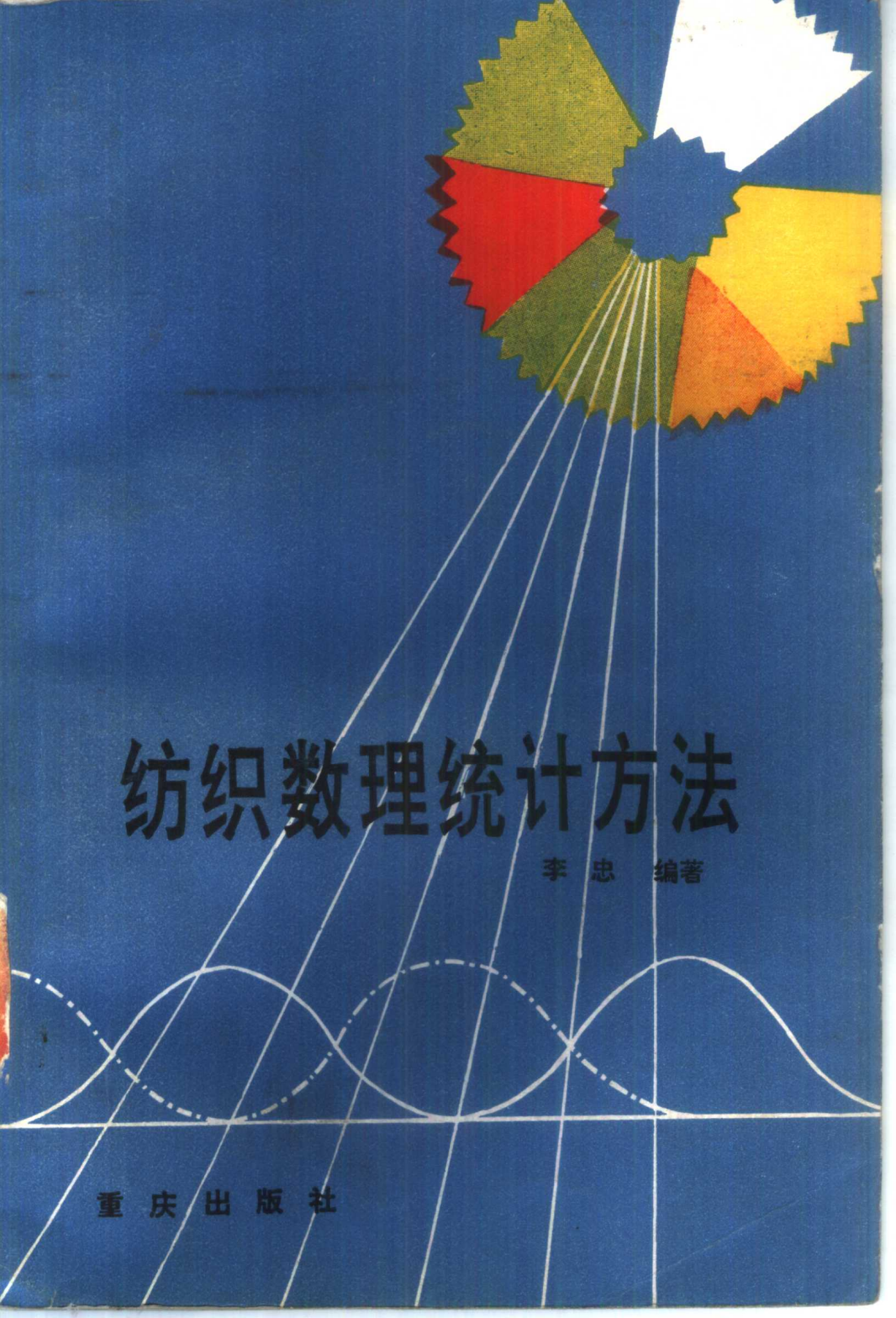




纺织数理统计方法

李 忠 编著

重 庆 出 版 社

纺织数理统计方法

李 忠 编 著

重 庆 出 版 社

一九八六年·重庆

责任编辑：陈敬章

封面设计：王仲莉

李 忠 编 著
数 理 统 计 方 法

重庆出版社出版、发行（重庆长江二路205号）
新 华 书 店 经 销，重庆印制一厂印刷

开本：850×1168 1/32 印张10.5 插页：2 字数258千
1987年7月第一版 1987年7月第一版第一次印刷
印数1—2,200

ISBN 7-5366-0354-1

TS·2

书号：15114·23 定价：2.55元
科技新书目 157—315

内 容 提 要

本书介绍了数理统计在纺织工业中的应用方法,内容包括数据整理、统计检验、方差分析、回归分析、正交试验和质量管理,叙述简明扼要,列举实例较多,并附有习题和答案。可供纺织系统(包括棉、毛、丝、麻、印染、针织、纺机制造等行业)的科研人员、工程技术人员、质量管理人员和职工大学学生参考,可作纺织企业管理干部进修学习的教材,也适宜于具有高中文化水平的纺织职工自学之用。

前 言

数理统计在纺织工业中早已有了应用。我国自1979年推行全面质量管理以来，纺织系统广大职工日益重视，普遍要求学习数理统计方面的知识和了解质量管理中某些理论的来龙去脉，特别是希望能结合纺织工业的特点，多举实例阐述，以便掌握应用。为此，我在科普活动中作过一些尝试，随后应一些同志的要求编写了这本书。

本书取名“纺织数理统计方法”，是因为书中列举的大量实例和习题全是纺织工程方面的内容，涉及棉、毛、丝、麻、印染、针织等行业；同时，根据生产实际的需要，把重点放在应用上，着重介绍一些方法。

全书共分数据整理、统计检验、方差分析、回归分析、正交试验和质量管理等六章。质量管理部分讲得比较详细，占用篇幅较多，其目的是为了对纺织企业实行全面质量管理有所裨益。

本书在编写过程中，得到很多同志的帮助，在此深表谢意。由于本人水平有限，书中错误在所难免，敬请读者批评指正。

编著者

1982年元月

目 录

前言

第一章 数据整理	1
第一节 概述	1
第二节 数据整理方法	3
第三节 概率的基本知识	30
第四节 二项分布	40
第五节 波松分布	45
第六节 正态分布	51
第七节 大数定律及中心极限定理	57
习题一	
第二章 统计检验	61
第一节 概述	61
第二节 u 检验	67
第三节 t 检验	72
第四节 F 检验	76
第五节 χ^2 检验	79
第六节 符号检验	83
第七节 秩和检验	85
第八节 H 检验	91
习题二	
第三章 方差分析	97

第一节	概述	97
第二节	单因素的方差分析	99
第三节	双因素的方差分析	106
习题三		
第四章	回归分析	117
第一节	概述	117
第二节	二元线性回归分析	119
第三节	二元非线性回归分析	143
第四节	多元线性回归分析	155
习题四		
第五章	正交试验设计	171
第一节	正交表的一般知识	172
第二节	正交试验设计的应用	181
第三节	正交试验设计的一般方法	197
习题五		
第六章	质量管理	210
第一节	概述	210
第二节	质量管理图	211
第三节	管理界限的计算	219
第四节	工程能力指数	235
第五节	公差界限的计算	246
第六节	管理图的观察与分析	253
第七节	取样问题	258
习题六		
附录		
一、	主要符号一览表	276
二、	常用数理统计表	280

表1	正态分布表	280
表2	t 分布表	284
表3	t 检验子样容量 n 选定表	285
表4	F 分布表	287
表5	χ^2 分布表	291
表6	符号检验表	292
表7	秩和检验表	294
表8	单因素方差分析样本容量 n 选定表	295
表9	检验相关系数 $\rho=0$ 的临界值(r_α)表	299
表10	常用正交表	300
表11	对一次抽样方案OC曲线计算的 np 值表	313
表12	确定一次抽样方案的 np_α 和 c 值表	312
表13	阶乘和对数阶乘表	315
表14	平方表	317

三、 习题答案

四、 主要参考书目

五、 常用纺织专业计量单位

第一章 数据整理

第一节 概 述

一、数理统计的对象和任务

在纺织厂，经常会遇到这样的情况，即使在正常生产的条件下试验产品质量，每次试验结果都不完全相同。如品质指标有时高点有时低点，重量不匀率有时大点有时小点，疵点数有时多点有时少点，黑板条干有时好点有时差点。这种在一定条件下，某一试验结果不时地发生变化的现象，叫做随机现象。数理统计的研究对象就是研究大量的随机现象在数值上的表现。

随机现象在数字上虽然表现不相同，但它也并不是毫无规律的。通过大量试验观察是可以发现其一定的规律的，这种规律叫做随机现象的统计规律。数理统计的任务就是揭示随机现象的统计规律。

需要指出的是：统计规律和本质规律是不同的。统计规律只是大量随机现象在数值上表现出来的规律，而本质规律是客观存在的属性。也就是说，统计规律是本质规律在某一具体条件下反映在概念上的一个表现形式而已。它们之间的关系，实质上是个性和共性的关系。统计规律的实际意义，必须被理论上确切解释后才能正式接受。因此不能把这两者等同看待。

二、数理统计的主要内容

数理统计是一门科学，它是数学的一个分支，它的发展是和现代化大生产以及科学研究工作的发展密切相连的。在近几十年来，它得到很快的发展，广泛地应用于生产和科学研究的各个方面，日益被人们所重视。本书内容涉及以下六个方面。

(一) 表达事物的性质

纺织厂有很多生产技术指标，每一项指标即是一件事物的特定性质，都需要表达出来。表达方式是把所要研究的某一特定性质的数字的全体称为总体，把总体的一部分称为子样(或样本)，把总体的基本单位称为个体。在纺织厂，质量试验多数为破坏性试验，不可能把全部产品都拿来作试验，因此，在大多数情况下是不知道总体的。这就产生一个矛盾，要表达一件事物的性质，又不知道它的总体。数理统计有参数估计的理论，可以通过子样来研究总体，即只取少量的子样，就能把某一事物的特定性质表达出来。

(二) 比较事物的差异

为了提高产量、质量或降低成本，可以用几种不同的配棉成分、几种不同的设备或几种不同的工艺作试验，以便找到较好的解决方案。像这一类的问题，数理统计有统计假设检验的理论，能比较出这些事物的差异。在比较时，不仅比平均数，还要比离散程度。

(三) 分析造成事物差异的因素

造成差异的因素很多，一般分为两大类：

1. 系统性因素：这类因素对试验结果的影响较大，这类因素造成的差异叫系统性误差或条件误差。

2. 随机性因素：这类因素难以控制，难以觉察，对试验结果的波动影响较小，经常存在，为数众多，难以消除。这类因素造成的差异叫随机性误差，这种波动叫正常波动。

数理统计有方差分析的理论,专门分析各种因素造成的差异。

(四) 探讨事物之间的相关

很多事物之间是有一定关系的,如细纱锭速与细纱断头之间,半成品质量与成品质量之间都有一定的关系。数理统计用相关分析的理论,分析这些事物之间的相关程度,并建立经验公式。

(五) 试验方案设计

要作试验就有一个试验方案的设计问题。如果设计得不好,既费事又得不到圆满的结果。数理统计有正交试验设计,可以用较少的试验次数得到圆满的结果,特别是在多因素的试验时,这是较好的设计试验的方法。

(六) 质量管理

要生产符合质量要求的产品,必须搞质量管理。数理统计运用概率和正态分布的基本理论,可以解决成品、半成品的质量控制问题,从而减少盲目性,提高预见性,实现科学的管理。

第二节 数据整理方法

假设通过随机试验,测得14特纱的重量(克/100米)如下:

1.49 1.41 1.32 1.37 1.39 1.44 1.41 1.34 1.35 1.45
1.42 1.39 1.36 1.42 1.37 1.40 1.38 1.46 1.50 1.38
1.39 1.50 1.35 1.43 1.37 1.39 1.44 1.42 1.45 1.47

对这30个数据,如果不加整理,就看不出它具有什么性质,因此提出了数据的整理问题。本节主要介绍数据整理的计算公式和计算方法。

一、几个名词概念

(一) 随机变量、观察值、变值：在一定的条件下，变量的数值由于偶然因素的影响而有所不同，则称这种变量为随机变量，如上述的30个数据。随机变量的各个实验数据的数值，称为观察值。在一组观察值中可以包含若干个变值。在上述30个观察值中，变值只有1.32 1.34 1.35 1.36 1.37 1.38 1.39 1.40 1.41 1.42 1.43 1.44 1.45 1.46 1.47 1.49 1.50这样17个。

(二) 频数：对应于某变值所出现的观察值的次数，称为频数。在上述30个数值中，观察值1.41共出现2次，则变值1.41的频数为2。频数通常用 n_i 表示。

(三) 频率：频数与总试验次数 N 的比，称为频率。频率通常用 f_i 表示。显然

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

在上述试验中， $N=30$ ，1.41的 $n_i=2$ ，那末1.41的频率

$$f_i = \frac{2}{30} = 0.0667$$

二、样本的特征数及其计算公式

一个样本（或称子样），例如前面所说的30个数据，到底用什么来表示它的特征呢？现在用得最多的是计算它的平均数，看它是不是14特纱，同时还要计算这些数之间的分散程度，分散程度大了就不好，分散程度不大就好。

在数理统计中，表示数值特征的方法很多，归纳起来主要有位置特征数和离散特征数两种。前者如平均数、中位数、众数，表达变量分布的中心位置。后者如方差、标准偏差、极差、平均差不匀率等，表达变量分布的离散程度。

(一) 位置特征数

1. 平均数 $\bar{x}$ 和数学期望 $M(x)$

(1) 平均数 $\bar{x}$

① 不分组算法 (即求算术平均数)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_N}{N}$$

② 分组的普通算法 (即求加权平均数)。在数据很多的情况下, 用求算术平均数的方法就很麻烦, 另一种方法就是把数据分为若干组, 每个组内所有数据的数值用组中值来表示, 其公式是:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + \cdots + n_i x_i}{N} \\ &= \frac{\sum n_i x_i}{N} = \sum f_i x_i\end{aligned}$$

式中: x_i ——第*i*组数据的组中值 ($x_i = \frac{\text{上界} + \text{下界}}{2}$),

n_i ——第*i*组数据的频数;

f_i ——第*i*组数据的频率;

N ——总试验次数。

③ 分组的简捷算法

$$\bar{x} = \bar{x}_0 + \frac{\sum n_i d}{N} \cdot \Delta x$$

式中: $\bar{x}_0$ ——假定平均数 (通常选频率较大而位置又较居中的一组的组中值);

Δx ——组距。在分组情况下, 组上界与组下界的差值;

$$d = \frac{(x_i - \bar{x}_0)}{\Delta x}$$

(2) 数学期望 $M(x)$

① 定义

若一离散型随机变量, 具有概率函数 $P(x)$, 或一连续型随

机变量具有概率密度函数 $\varphi(x)$ ，则它们的数学期望分别为：

$$M(x) = \sum x_i P(x_i)$$

或
$$M(x) = \int_a^b x \varphi(x) dx \quad (a \leq x \leq b)$$

由于 $\bar{x} = \sum x_i f_i$ ，就总体而言，可用 f_i 来估计 $P(x_i)$ ，可见数学期望就是总体的平均数。

② 基本性质

(a) 常数的数学期望就等于这个常数，即

$$M(c) = c$$

如： $M(8) = 8, M(20) = 20$

(b) 有限个变量之和（或差）的数学期望等于各变量的数学期望之和（或差），即

$$M(x \pm y \pm \dots) = M(x) \pm M(y) \pm \dots$$

(c) 独立随机变量之积的数学期望等于每个随机变量的数学期望之积，即

$$M(x \cdot y) = M(x) \cdot M(y)$$

显然，当 $y=c$ 时， $M(c \cdot x) = M(c) \cdot M(x) = c \cdot M(x)$

2. 中位数 M_0

设有变值 x_i ，若小于该变值 x_i 的频率等于 50%，则称该变值为该变量的中位数。中位数即处于中间位置的数。计算方法分两种情况。

例1-1 15 18 22 30 40，则 $M_0 = 22$ 。

例1-2 14 17 20 30 48 100，则

$$M_0 = \frac{20+30}{2} = 25。$$

3. 众数 M_0

设有变值 x_i ，若它的频率是最大值，则称此 x_i 值为众数。众数即频率最大的一组的变值。

例1-3 棉纱的品质指标有表1-1所列数据，其中，2150的频率最大，故 $M_0=2150$ 。

表 1-1

x_i	2000	2050	2100	2150	2200	2250	2300
f_i	0.01	0.08	0.25	0.45	0.15	0.05	0.01

(二) 离散特征数

1. 总偏差 Q'

总偏差是指每个变值与平均数之间发生偏差的总值。总偏差大说明离散程度大，反之，离散程度小。其定义式为：

$$Q' = \sum (x_i - \bar{x})$$

2. 偏差平方和 S'

在计算总偏差时，由于每一项差值有正有负而可能在总和时互相抵消一部分，不能反映离散程度的真实情况，故将变值与平均数之间的偏差在平方以后才相加，这称为偏差平方和。其定义式为：

$$S' = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

3. 方差 S^2 和总体方差 $D(x)$

偏差平方和的大小与数据的多少有关，在试验次数不等时，无法直接比较偏差的大小，因此采取平均的办法，即把偏差平方和用试验次数去除，其值称子样的方差。其定义式为：

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

总体的方差定义式为：

$$D(x) = \sigma_x^2 = M\{[x - M(x)]^2\}$$

方差具有以下的基本性质：

(1) 常数的方差等于0，即常数没有方差。记为：

$$D(c) = 0$$

式中: c 为任意常数.

(2) 设 b 为任意常数, 则 $D(b \cdot x) = b^2 \cdot D(x)$

(3) $D(x+b) = D(x)$

(4) $D(bx+c) = b^2 \cdot D(x)$

(5) 设 x 、 y 是独立随机变量, 则

$$D(x \pm y) = D(x) + D(y)$$

4. 标准偏差 S

在计算方差时, 由于平方后偏差的数值被扩大了, 因此又通过开方把偏差值还原, 所得数值称为标准偏差 (又叫均方差、标准差), 用途很广, 其计算方法如下:

(1) 不分组算法

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{由于} \quad \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum x_i^2 - 2\sum (x_i \cdot \bar{x}) + \sum \bar{x}^2}{N}$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{N} - \frac{2\sum x_i}{N} \cdot \bar{x} + \frac{\sum \bar{x}^2}{N}$$

$$= \overline{x_i^2} - 2\bar{x} \cdot \bar{x} + \bar{x}^2$$

$$= \overline{x_i^2} - \bar{x}^2$$

故公式又可以写成

$$S = \sqrt{\overline{x_i^2} - \bar{x}^2}$$

$$\text{又因为} \quad \overline{x_i^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum x_i}{N}\right)^2 = \frac{1}{N} \left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{N} \right]$$

所以计算公式还可以写成如下形式

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{N} \right]}$$

(2) 分组的普通计算法

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2}$$

或

$$S = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$$

或

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \left[\sum n_i x_i^2 - \frac{(\sum n_i x_i)^2}{N} \right]}$$

式中: n_i 为第 i 组的频数。

(3) 分组的简捷计算法

$$S = \Delta x \cdot \sqrt{\frac{\sum n_i d^2}{N} - \left(\frac{\sum n_i d}{N} \right)^2}$$

式中: Δx ——组距, $d = \frac{x_i - \bar{x}}{\Delta x}$

5. 变异系数 C (离散系数、均方差不匀率), 它是标准偏差与平均数之比的百分数。定义式为:

$$C = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%$$

6. 平均差 $M D$

平均差是各个变值与平均数之差的绝对值的平均数。用于丝纺织行业叫条份偏差。

(1) 不分组计算法

$$M D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$$

(2) 分组的计算法

$$M D = \frac{\sum n_i |x_i - \bar{x}|}{N}$$

(3) 工厂的计算法