

电 工 学

定律 概念 题解

严克宽 编著

化学工业出版社

电 工 学

定律 概念 题解

严克宽 编著

化 学 工 业 出 版 社

· 北 京 ·

(京)新登字 039 号

图书在版编目(CIP)数据

电工学：定律、概念、题解/严克宽编著. —北京：化学工业出版社，1998.2
ISBN 7-5025-2072-4

I. 电… II. 严… III. 电工学 IV. TM1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 25731 号

电 工 学

定律 概念 题解

严克宽 编著

责任编辑：刘 哲

责任校对：蒋 宇

封面设计：于 兵

*

化学工业出版社出版发行

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

新华书店北京发行所经销

北京市燕山联营印刷厂印刷

北京市燕山联营印刷厂装订

*

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 9 3/4 字数 234 千字

1998 年 2 月第 1 版 1998 年 2 月北京第 1 次印刷

印 数：1—4000

ISBN 7-5025-2072-4/TM·11

定 价：16.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者，本社发行部负责调换

前 言

为帮助广大读者学习电工、电子或《电工学》课程，编者在多年教学实践基础上参阅了当代国内外相关教材，并结合国家教委颁发的教学“基本要求”，编成本书。

本书分 18 章，内容包括电工原理、电子技术与电机和控制电路三部分。每一部分都叙述了相关的定律、基本概念，给出了常用的计算公式、重要词和解题的基本思路，最后，对所列举的典型题目给以题解。

本书有如下特点：

(1) 在理论提要中，编者设计了一系列图表，这些图表简明扼要地总结了本章的主要内容。

(2) 各章给出的“重要词”，目的是帮助读者自我检查教学“基本要求”所指出的基本概念掌握情况。

(3) 各章的“解题的基本思路”是归纳该章各类题目的分析方法以及注意事项等各方面的规律，由于所选题目都是有代表性的，读者可举一反三，推而广之。

(4) 习题中的多项选择题，侧重于澄清某些易出现的错误概念。计算分析题则是编者自行设计或选编的一些有代表性的题目，力求在解题过程中加深对基本概念的理解，最后总结解题的基本要点。

本书所选题目主要来源于历年教学实践中积累的典型例题、思考题和试题。

本书编写过程中，得到秦曾煌教授的有益指导，也受到电机系同仁们的关怀和支持，特别是高维宏、姚仲兴、蔡建民和周遥生四位同志审阅了书稿并提出宝贵的修改意见，在此表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限，时间又紧迫，难免出现一些不妥和错误之处，欢迎广大读者批评指正。

编者

1997 年 5 月于杭州老和山下

内 容 简 介

本书共 18 章，内容包括电工原理、电子技术及电机与安全用电等三部分。每一部分都叙述了相关的基本定律、基本概念，给出了常用的计算公式、重要词以及解题的基本思路，最后进行解题，每道题解都有详细的说明和基本要点。

本书可供本科、大专学生参考，也可作为广大自学者的辅导材料。

目 录

第1篇 电工原理

第1章 静电场 (1)

1 电荷与库仑定律 (1)

1.1 电荷 (1)

1.2 库仑定律 (1)

2 电场与电场强度 (2)

2.1 电场 (2)

2.2 电场强度 (2)

3 电通量与高斯定理 (2)

3.1 电通量 (2)

3.2 高斯定理 (3)

4 电场力的功与电位、电位差 (3)

4.1 电场力的功 (3)

4.2 电位 (3)

4.3 电位差 (4)

5 电容与电介质 (4)

5.1 电容 (4)

5.2 电介质 (4)

6 电场的能量 (5)

重要词 (5)

解题的基本思路 (5)

习题 (6)

第2章 磁 场 (10)

1 磁场与磁感应强度 (10)

1.1 磁场 (10)

1.2 磁感应强度 (10)

2 磁通连续性定理 (11)

2.1 磁感应线 (11)

2.2 磁通连续性定理 (11)

3 磁介质与磁导率 (11)

3.1 磁介质 (11)

3.2 磁导率 (11)

4 磁场强度 (12)

5 安培环路定律 (12)

6 磁场对载流导体和运动电荷的

作用力 (12)

6.1 载流导体的受力 (12)

6.2 载流线圈的受力 (12)

6.3 洛伦兹力 (13)

重要词 (13)

解题的基本思路 (13)

习题 (13)

第3章 电磁感应 (19)

1 电磁感应定律 (19)

1.1 楞次定律 (19)

1.2 法拉第电磁感应定律 (19)

2 感应电动势 (19)

2.1 在均匀磁场中运动的导线 (19)

2.2 在均匀磁场中转动的线圈 (19)

3 自感应与互感应 (20)

3.1 自感应 (20)

3.2 互感应 (20)

4 磁场的能量 (20)

4.1 磁场的能量密度 (20)

4.2 线圈的储能 (21)

重要词 (21)

解题的基本思路 (21)

习题 (21)

第4章 电路的基本概念和定律 (24)

1 电阻与欧姆定律 (24)

1.1 电阻 (24)

1.2 欧姆定律 (24)

2 独立电源与受控源 (24)

2.1 电压源 (24)

2.2 电流源 (24)

2.3 受控源 (25)

3 电流、电压的参考方向 (25)

3.1 参考方向 (25)

3.2 实际方向 (25)

3.3 关联方向 (25)

4 电功率与电能 (26)

4.1 电功率 (26)

4.2 电能 (26)

5 基尔霍夫定律 (26)

5.1 基尔霍夫电流定律 (KCL) (26)

5.2 基尔霍夫电压定律 (KVL)	(26)
重要词	(26)
解题的基本思路	(27)
习题	(27)
第5章 直流电路	(32)
1 电阻的串联、并联和混联	(32)
1.1 串联	(32)
1.2 并联	(32)
1.3 混联	(32)
2 支路电流法	(32)
3 叠加定理	(33)
3.1 线性和叠加	(33)
3.2 对称网络及其等效网络	(33)
4 等效电源定理	(34)
4.1 戴维南定理	(34)
4.2 诺顿定理	(34)
5 电路的等效变换	(34)
5.1 Y形网络与 Δ 形网络的 等效变换	(35)
5.2 两种电源模型的等效互换	(35)
重要词	(36)
解题的基本思路	(36)
习题	(36)
第6章 交流电路	(42)
1 复数及其运算	(42)
1.1 复数的几种表示形式	(42)
1.2 复数的运算	(42)
2 正弦时间函数的相量表示法	(43)
2.1 正弦量的相量形式	(43)
2.2 相量图	(43)
3 基尔霍夫定律和欧姆定律的 相量形式	(43)
3.1 基尔霍夫定律的相量形式	(43)
3.2 欧姆定律的相量形式	(43)
3.3 复阻抗与复导纳的换算	(44)
4 正弦电路中的功率	(44)
5 三相电路	(45)
5.1 对称三相电路	(45)
5.2 不对称三相电路	(45)
6 电路中的谐振	(45)
重要词	(45)
解题的基本思路	(46)
习题	(47)

第7章 RC电路和RL电路的

暂态过程	(56)
1 电容器与电感器	(56)
1.1 电容器	(56)
1.2 电感器	(56)
2 换路定律与初始值的计算	(56)
2.1 换路定律	(56)
2.2 初始值的计算	(57)
3 电路响应与三要素分析法	(57)
3.1 电路响应	(57)
3.2 三要素分析法	(57)
4 RC电路的暂态过程	(58)
5 RL电路的暂态过程	(58)
重要词	(58)
解题的基本思路	(58)
习题	(58)
第8章 傅立叶分析	(66)
1 周期函数的傅立叶级数	(66)
1.1 周期函数的分解	(66)
1.2 几种对称波形	(66)
2 非正弦电路的稳态分析	(66)
2.1 周期函数的有效值、平均值 和有功率	(66)
2.2 线性电路在周期信号激励时的 稳态分析	(67)
3 傅立叶变换	(67)
3.1 非周期信号的傅立叶变换	(67)
3.2 常用函数的傅立叶变换对	(67)
3.3 傅立叶变换的几个重要定理	(68)
4 利用傅立叶变换计算电路的 暂态过程	(68)
重要词	(68)
解题的基本思路	(68)
习题	(69)
第9章 拉普拉斯变换	(74)
1 拉普拉斯变换	(74)
1.1 拉普拉斯变换的定义	(74)
1.2 一些常用函数的拉普拉斯 变换对	(74)
1.3 拉普拉斯反变换	(74)
2 拉普拉斯变换的几个基本性质	(75)
3 运算电路元件模型和基本定理	(77)
3.1 运算电路元件模型	(77)
3.2 基本定律	(77)
4 利用拉氏变换计算电路的暂态	

过程	(77)	1.1 自激振荡的条件	(109)
重要词	(77)	1.2 振荡的建立与稳定	(109)
解题的基本思路	(77)	2 振荡电路的分析方法	(109)
习题	(77)	2.1 判断能否产生正弦波振荡	(109)
		2.2 求振荡频率	(110)
第2篇 电子技术		3 RC正弦波振荡电路	(110)
第10章 二极管及其应用	(84)	4 LC正弦波振荡电路	(110)
1 二极管	(84)	重要词	(110)
1.1 结构	(84)	解题的基本思路	(110)
1.2 伏安特性及主要参数	(84)	习题	(110)
2 单相桥式整流滤波	(84)	第14章 门电路与组合逻辑电路	(113)
3 限幅电路和钳位电路	(85)	1 逻辑门电路	(113)
3.1 限幅电路	(85)	1.1 基本门电路	(113)
3.2 钳位电路	(85)	1.2 其他常用的门电路	(113)
4 稳压管和稳压电路	(85)	2 组合逻辑电路的分析和设计	(113)
4.1 稳压管	(85)	2.1 逻辑代数基础	(113)
4.2 稳压电路	(85)	2.2 逻辑函数常用的表示方法	(114)
重要词	(85)	2.3 逻辑函数的化简	(114)
解题的基本思路	(85)	2.4 组合逻辑电路的分析和设计	(115)
习题	(86)	3 常用的组合逻辑电路	(115)
第11章 三极管及基本放大电路	(89)	3.1 编码器	(115)
1 晶体三极管	(89)	3.2 译码器	(115)
2 单管放大电路	(89)	3.3 加法器	(115)
2.1 单管放大电路的组成	(89)	重要词	(116)
2.2 单管放大电路的工作特点	(89)	解题的基本思路	(116)
2.3 单管放大电路的分析方法	(90)	习题	(116)
2.4 单管放大电路的主要性能	(90)	第15章 触发器与时序逻辑电路	(122)
3 场效应管	(91)	1 集成触发器	(122)
4 场效应管放大电路	(92)	1.1 触发器的逻辑功能	(122)
重要词	(93)	1.2 触发器的结构形式	(123)
解题的基本思路	(93)	1.3 触发器逻辑功能的转换	(123)
习题	(93)	2 时序逻辑电路的分析方法	(123)
第12章 运算放大器及其应用	(99)	3 常用的时序逻辑电路	(124)
1 理想运算放大器	(99)	重要词	(124)
2 信号运算电路	(100)	解题的基本思路	(124)
3 运算放大器的线性应用	(100)	习题	(126)
3.1 有源低通滤波器	(100)		
3.2 测量放大器	(100)	第3篇 电机与安全用电	
4 运算放大器的非线性应用	(103)	第16章 变压器	(130)
重要词	(102)	1 磁路	(130)
解题的基本思路	(102)	2 变压器的结构	(130)
习题	(102)	3 变压器的工作原理	(130)
第13章 正弦波振荡电路	(109)	3.1 变压器工作时的电磁关系	(130)
1 自激振荡	(109)	3.2 变压器的电压、电流和阻抗	

变换作用	(131)
重要词	(131)
解题的基本思路	(131)
习题	(132)
第 17 章 三相异步电动机及控制电路	(134)
1 异步电动机的结构及工作原理	(134)
1.1 异步电动机的结构	(134)
1.2 异步电动机的工作原理	(134)
2 异步电动机的使用	(134)
2.1 反转	(134)
2.2 调速	(134)
2.3 起动	(134)
3 电动机控制电路中的基本环节	(135)
4 常用的电动机控制电路	(136)
重要词	(137)

解题的基本思路	(137)
习题	(138)
第 18 章 安全用电	(141)
1 触电	(141)
1.1 概述	(141)
1.2 几种常见的触电方式	(141)
2 用电安全措施	(142)
2.1 保护接地	(142)
2.2 保护接零	(143)
2.3 漏电保护器	(143)
2.4 插座及插头	(143)
重要词	(144)
解题的基本思路	(144)
习题	(144)
参考文献	(146)

第1篇 电工原理

第1章 静电场

1 电荷与库仑定律

1.1 电荷

电荷是实物的一种属性。带有电荷物体的最简单和直观的表现是对轻小物体（例如羽毛、纸片）有吸引力。

电荷的符号为 Q 或 q ，电量单位为库仑，用字母 C 表示。

电荷的基本性质：

(1) 物体所带的电只有两种，即正电荷和负电荷。同性电荷互相排斥，异性电荷互相吸引。

(2) 一个孤立系统中正电荷与负电荷的代数和总是恒值（注意这里指的是正、负电荷的代数和不变，而不是它们各自的量）。这个由实验总结出来的定律，称为电荷守恒定律。

(3) 任何带电体的电荷总是以电子电荷的整数倍出现，电子电荷是迄今能测定的带电基本粒子的电荷，其值 $e=1.602\times 10^{-19}C$ 。

此外，当等量异号电荷分布的重心重合时，其对外部的电效应相互抵消而呈中性。电荷周围存在着电场，而运动的电荷周围存在着磁场。

1.2 库仑定律

当带电体的形状和大小尺寸，相对于带电体之间的距离很小时，可以把带电体看作是点电荷。带电体一旦被看作点电荷，就可以用一几何点来标志它的位置。库仑定律描述了两静止点电荷的相互作用力。其含义是：

两个点电荷 q_1 和 q_2 之间的相互作用力的大小，与电量 q_1 、 q_2 成正比，与它们距离的平方成反比。点电荷 q_1 对点电荷 q_2 的作用力为：

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r}_{12} \quad (\text{N})$$

式中 $\mathbf{F}_{12}$ 为点电荷 q_2 对点电荷 q_1 的作用力 (N)； r 为点电荷 q_1 和点电荷 q_2 之间的距离 (m)； $\mathbf{r}_{12}$ 为点电荷 q_1 指向点电荷 q_2 的矢径 (m)； ϵ_0 为真空的介电常数，其值为 $8.85\times 10^{-12}\text{F/m}$ 。

通常将满足库仑定律的电场力，称为库仑力，又称静电力。库仑力遵从叠加原理，即在真空中，如果有多个点电荷作用于一个点电荷（如 q_1 ），则此点电荷受的总力，是各个点电荷单独对 q_1 作用力的矢量和。任何两个点电荷间的作用力，不受其他点电荷存在的影响。

在无限大均匀、各向同性的电介质中两个点电荷 q_1 和 q_2 ， q_1 对 q_2 的作用力为：

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r}_{12}$$

式中 r 为点电荷 q_1 和 q_2 之间的距离 (m)； ϵ 为电介质的介电常数 (F/m)，一般空气和气体的

介电常数近似地等于真空介电常数。

2 电场与电场强度

2.1 电场

电场是电荷周围空间存在的一种特殊形态的物质。相对于观察者静止的电荷，在其周围空间所产生的电场，称为静电场。静电场基本特征是：

(1) 在静电场中任何带电体都受到力的作用。库仑定律描述了这个力。

(2) 在静电场中移动电荷时，电场作用力对电荷需作功，这表明电场具有能量（参见本章第6节）。

2.2 电场强度

电场强度是描述电场中各点性质的物理量，是个矢量。在电场中某观察点的电场强度 E ，等于置于该点的试验电荷所受的力 F 与试验电荷的电量 q_0 的比。试验电荷所带的电量要足够小，使得它的置入不改变它所在处的电场。这样，该点的电场强度（简称场强）定义为：

$$E = \frac{F}{q_0}$$

场强的单位是 V/m。

各种带电体在真空中的电场强度计算公式见表 1-1。

表 1-1 电场强度计算公式

名 称	公 式	条 件	说 明
点电荷电场中的场强	$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}$	q 是点电荷	q —— 点电荷电量，C； ϵ_0 —— 真空介电常数，F/m； r —— 点电荷至观察点距离，m； $\mathbf{r}$ —— 点电荷到观察点的矢径，m
点电荷系电场中的场强	$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ $= \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \mathbf{r}_i$	点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 产生的场强应遵从叠加原理	E_i —— 第 i 点电荷在观察点处所产生场强的矢量，V/m
无限大平板面带电体电场中的场强	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$	电荷均匀分布在一个平面或曲面上	σ —— 电荷面密度，其定义为 dq/dA ， dq 为面积元 dA 表面上的电量，C/m ²

3 电通量与高斯定理

3.1 电通量

电力线是形象地描绘带电体周围空间的电场。电力线上每一点的切线方向都与该点的场强 E 的方向一致，其密度与该点场强大小成正比。电力线的基本性质是：

(1) 不形成闭合回路，也不中断，从正电荷出发而终止于负电荷。

(2) 在电场强度为零的某些点除外，任何两根电力线不能相交。

(3) 电力线与等位面处处正交，与导体表面亦正交。

通过与 E 方向垂直，面积为 A 平面的电力线总数，称为电通量，其表达式为：

$$\Phi_e = \int_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

式中 E 为电场强度 (V/m), A 为与 E 方向垂直平面的面积。

与电场强度 E 方向垂直的单位面积的电通量, 称为电位移矢量。其计算公式为:

$$D = \epsilon E$$

式中 ϵ 为电介质的介电常数。

D 与 E 的关系式与磁场中 $B = \mu H$ 相对应 (参见第二章第 4 节)。

3.2 高斯定理

高斯定理是电场中电通量与电荷间的基本关系之一, 可表述为电场中任意闭合面穿出的电场强度 E 的电通量 Ψ_E , 等于该面内所有电荷的代数和并除以真空介电常数 ϵ_0 , 与该面外的电荷无关, 用公式表示为:

$$\Psi_E = \oint_A E \cdot dA = \sum q / \epsilon_0$$

对高斯定理的理解和应用时要注意:

- (1) 场强 E 是指总电场。
- (2) 电通量 Ψ_E 是可以叠加的。
- (3) $\sum q$ 包括 A 面内的自由电荷与束缚电荷。
- (4) 为了能将 E 移到积分号的外面, 选择封闭面时, 要使封闭面上的场强是均匀的, 或是零。

4 电场力的功与电位、电位差

4.1 电场力的功

设电场对电荷的作用力为 F , 电场力将电荷从 a 点移到 b 点所作的功为:

$$A_{ab} = \int_a^b F \cdot dl$$

式中 dl 为积分路径上的线元。

在点电荷 q 产生的电场中, 将试验电荷 q_0 从 a 点经过任意路径到达 b 点, 电场力作的功为:

$$A_{ab} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

式中 r_a, r_b 分别为点电荷 q 所在处至路径起点 a 和终点 b 之间的距离。上式表明, 试验电荷 q_0 在静电场中移动时, 电场力所作的功, 只与试验电荷的电量大小以及路径的起点和终点位置有关, 而与路径无关。试验电荷绕闭合环路一周后回到原点, 电场力作的功为零, 用公式表示为:

$$\oint E \cdot dl = 0$$

4.2 电位

电位又称电势, 是描述电场的另一个物理量, 是个标量。在静电场中指定某点 Q 为零电位参考点, 某点 P 的电位 V_P , 数值上等于单位正电荷处于该点时具有的位能, 即把单位正电荷从该点 P 移至 Q 点的过程中, 电场力对它作的功, 用公式表示为:

$$V_P = \int_P^Q E \cdot dl$$

式中 E 为电场强度, dl 为积分路径上的线元, 电位单位为 V。

电位的大小与参考点的选择有关, 当参考点 Q 选定后, 场中各点的电位就有一定的值。由

许多电位相等的点组成的面，称为等位面。在等位面上，单位正电荷所具有的位能相等，所以在等位面上移动电荷不作功。此外，等位面有一重要性质，即电场强度方向与等位面的法线方向一致，并从高电位指向低电位。

真空中静止的孤立点电荷 q 所建立的电位为：

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

式中 r 为 q 至观察点 P 的距离。

根据叠加原理，一组点电荷所建立的电位等于各电荷单独建立的电位叠加。

4.3 电位差

电场力对单位正电荷由场中的一点移到另一点所作的功，称为电位差，通常也称为电压，用公式表示为：

$$U_{ab} = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = V_a - V_b$$

式中 U_{ab} 代表 a 点与 b 点之间的电压， $\mathbf{E}$ 为电场强度， $d\mathbf{l}$ 为积分路径上的线元， V_a 和 V_b 分别为 a 点和 b 点的电位。电位差的单位为 V。

值得注意的是，两点间的电压或电位差与参考点的选择无关。

在实际应用中，对任一电荷 q_0 从 a 点移动到 b 点，常用如下公式来计算电场力作的功 A_{ab} ，即：

$$\begin{aligned} A_{ab} &= q_0(V_a - V_b) \\ &= q_0 U_{ab} \end{aligned}$$

如果 a 点和 b 点与产生电场的点电荷距离分别为 r_1 和 r_2 ，则：

$$V_a - V_b = U_{ab}$$

对于均匀电场， $E_a = E_b$ ，且 $r_1 - r_2 = d$ ，则：

$$E = \frac{U_{ab}}{d} \quad \text{V/m}$$

5 电容与电介质

5.1 电容

电容是储存电荷和电能的器件。两个彼此用电介质隔开的导体，它们分别带上等量异号的电荷 $+Q$ 和 $-Q$ ，两导体之间电位差为 U ，则两导体间的电容 C 定义为：

$$C = \frac{Q}{U}$$

电容的单位为 F。

电容器的电容数值，与导体的几何形状、相对位置以及其间电介质等因数有关，而与其所带电量的大小无关。

各种形状电容器的电容计算公式见表 1-2。

5.2 电介质

电介质是电阻率大（一般大于 $10^{12} \Omega \cdot \text{m}$ ），导电能力很弱的物质。电介质的带电粒子被原子、分子的内力或分子间的力紧密地束缚着，因此这些粒子的电荷为束缚电荷，在外电场作用下，束缚电荷只能在微观范围内移动产生极化。在工程问题上常常把电介质看作是理想的绝缘体，称为电绝缘材料。在静电场中，电介质内可以存在电场，这是它与导体的重大区别。

表 1-2 电容器的电容计算公式

名 称	计算公式	说 明
平板电容器	$C = \epsilon \frac{A}{d} \text{ (F)}$	ϵ ——平板间介质的介电常数; A ——平板的面积, m^2 ; d ——平板间的距离, m
球壳电容	$C = \frac{4\pi\epsilon Rr}{R-r} \text{ (F)}$	R ——球壳的外半径, m ; r ——球壳的内半径, m
同心电缆	$C_0 = 2\pi\epsilon \ln \frac{r_2}{r_1}$	C_0 ——同心电缆每米长的电容, F/m ; r_1 ——电缆心导体的外半径, m ; r_2 ——电缆外导体的内半径, m

电容器中充了电介质以后, 电容就要增加, 为了表征电介质的物理性能, 引入介电常数(电容率) ϵ , 其定义为:

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

式中, ϵ_r 为电介质的相对介电常数, ϵ_0 为真空介电常数。在真空中 $\epsilon_r = 1$ 。除真空外, 各种电介质的 ϵ_r 数值都大于 1。电工中常用的电介质有气体电介质(空气、氢、六氟化硫等)、液体电介质(变压器油, 纯水等)和固体电介质(玻璃、陶瓷、橡胶、云母、石英等)。

6 电场的能量

形成任何带电系统, 增减电荷或改变电荷的相对位置时, 外力都必须克服电场力而作功, 也就是外界必须消耗能量。根据能量守恒定律, 外界消耗的能量必然转为系统的储能, 所以带电系统是有能量的。电场能量 W_E 的表达式为:

$$W_E = \int_V \frac{1}{2} \epsilon E^2 dV$$

式中 E 为电场强度, ϵ 为电介质的介电常数。 dV 为体积元。

【重要词】

电量 带电体 库仑定律 点电荷 电场 静电场 电场强度 矢量 标量 试验电荷 电荷面密度 电荷体密度 电力线 电通量 高斯定理 电位移矢量 电场力的功 电位 电位差 电容 电介质 介电常数(电容率) 电场能量

【解题的基本思路】

(1) 求电场强度:

① 叠加法: 有限个点电荷系公式为 $E = \sum E_i$, 式中 E_i 为某点电荷单独作用时产生的电场强度。

② 高斯定理法: 适用于无限长柱体、柱面、均匀带电球体和球面以及无限大平面。

③ 导体内部任何一点的场强为零, 导体表面上任何一点的场强方向垂直于该点的表面。

④ 按定义 $E = \frac{F}{q}$ 。

(2) 求电位:

① 叠加法: 适用于点电荷系, 公式为 $V = \sum V_i$ 。

② 定义积分法: $V_a = \int_a^\infty E \cdot d\mathbf{l}$ 。

③ 导体是个等位体。

(3) 在均匀电场中, a 点和 b 点之间电位为:

$$V_a - V_b = El$$

式中 l 为 a 点与 b 点之间的距离。

(4) 库仑定律仅适用于求两点电荷相互作用力。静力场的两个基本方程: 高斯定理和电场强度环路积分为零, 即 $\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \sum q$ 和 $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ 。

【习 题】

1. 多项选择题

1-1 按电场强度定义 $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q$, 则可认为电场强度是_____。

(A) 矢量; (B) 数值上与 F 成正比; (C) 数值上与 q 成反比; (D) 数值上与 F 及 q 均无关; (E) 数值上与 F 及 q 均有关。

解: 答案是 A、D。 $\mathbf{E}$ 是有大小和方向的矢量, 其数值上是静止的试验电荷 q 所受的力与电量 q 之比, 故与 q 无关, 而与两者之比值有关。

1-2 某电荷 Q 分成 q 和 $(Q-q)$ 两部分, 现将两部分离开一定距离, 则它们之间的库仑力最大时 q 为_____。

(A) $Q/2$; (B) $Q/3$; (C) $Q/4$; (D) $Q/5$; (E) $Q/6$

解: 答案是 A。库仑力与两部分电荷的乘积成正比, 所以给出的五个答案中 (A) 最大。

1-3 某点电位的正负取决于_____。

(A) 试验电荷的正负; (B) 零电位参考点的选择; (C) 外力对试验电荷做功的正负; (D) 产生电场的电荷正负; (E) 某单位正电荷在该点位能的正负。

解: 答案是 B、E。某点电位在数值上等于单位正电荷在该点处的电位能, 也等于单位正电荷从该点经过任意路径到零电位参考点电场力所作的功。所以电位与参考点的选择有关, 也与在电场中该点位能正负大小有关。

1-4 导体处于静电平衡状态时, 陈述正确的是_____。

(A) 整个导体是等位体; (B) 表面上电荷密度大处电位较高; (C) 导体内各点的场强为零; (D) 电荷在导体表面移动时要做功; (E) 导体表面上任一点的场强都和表面垂直; (F) 导体所带的电荷只能分布在外表面上。

解: 答案是 A、C、E 和 F。

1-5 一个点电荷 q 放在球形高斯面的中心处。在下列情况下, 穿过这高斯面的电通量不变的是_____。

(A) 将原来的点电荷移离高斯球面的球心, 但仍在高斯面内; (B) 第二个点电荷放在高斯球面外附近; (C) 第二个点电荷放在高斯球面内。

解: 答案是 A 和 B。因为穿过高斯面的电通量只与面内电荷有关, 而与面外电荷无关。

1-6 一个半径为 R 均匀带电的导体球表面, 其面电荷密度为 σ , 在距离球心 $4R$ 处的电场强度为_____。

(A) $\sigma/32\epsilon_0$; (B) $\sigma/16\epsilon_0$; (C) $\sigma/8\epsilon_0$; (D) $\sigma/4\epsilon_0$; (E) $\sigma/2\epsilon_0$ 。

解: 答案是 B。

方法一:

根据高斯定理 $\int_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \sum q/\epsilon_0$, 有:

$$E \cdot 4\pi(4R)^2 = 4\pi R^2 \sigma / \epsilon_0$$

$$E = \sigma / 16\epsilon_0$$

方法二:

把电荷视作集中于O点, 则场强:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{4\pi R^2 \cdot \sigma}{4\pi\epsilon_0 (4R)^2} = \frac{\sigma}{16\epsilon_0}$$

2. 计算分析题

2-1 如图 1-1 (a) 所示, 在介电常数为 ϵ 的介质中, 边长为 a 的正方形的顶点有点电荷 $q, 2q, 3q$ 和 $4q$, 对角线交点有点电荷 q 。试求中心点电荷所受的静电力。

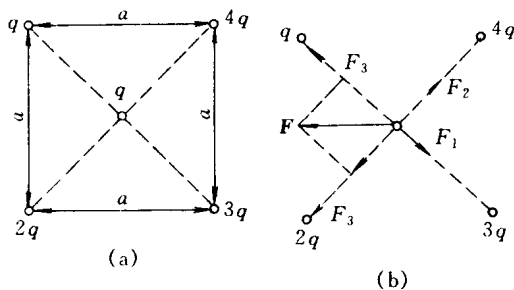


图 1-1

解: 因为所有电荷都是同性, 它们对中心点电荷作用都为斥力, 分别为 F_1, F_2, F_3 和 F_4 , 如图 1-1 (b) 所示。

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2q^2}{a^2} = 2F_1$$

$$F_3 = 3F_1 \quad F_4 = 4F_1$$

F_1, F_2, F_3 和 F_4 的矢量和为:

$$\begin{aligned} F &= 2F_1 \sqrt{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{q^2}{a^2} \end{aligned}$$

基本要点: 应用库仑定律可求得两个点电荷之间的作用力。再用叠加定理求得各电荷单独作用时产生力的矢量和。

2-2 如图 1-2 所示, A 和 B 为两个无限大均匀带电平行板, A 板和 B 板的电荷面密度分别为 $+\sigma$ 和 $-\sigma$ 。求两板间的场强和板外的场强。

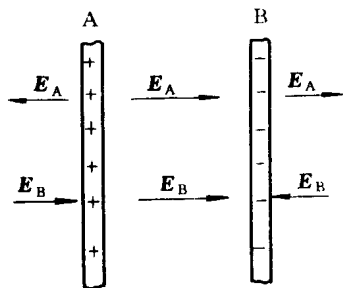


图 1-2

解: 每个无限大的极板产生的电场强度为:

$$E_A = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_B = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

根据叠加原理, 两板间的电场为:

$$E = E_A + E_B$$

或

$$E = E_A + E_B = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

在两平板外侧, E_A 和 E_B 彼此方向相反, 所以

$$E = E_A - E_B = 0$$

基本要点:

电场强度是矢量, 符合叠加定理。

2-3 半径为 R 的实心金属球均匀带电, 带电的总量为 q 。试绘出电场和电位随 r 的分布曲线。

解: 均匀带电球面可以看成是全部电荷集中于球心的一个点电荷 q , 距中心为 r 的球外任

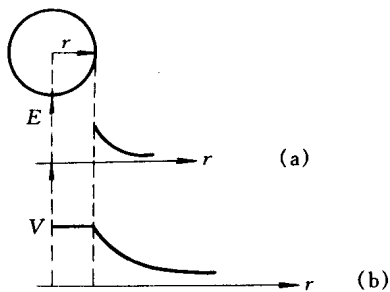


图 1-3

一点的电位为：

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

对于球面内的各点，由于球面内无电荷，任一点的场强为零，其电场强度 E 随 r 分布曲线如图 1-3 (a) 所示。试验电荷在球内移动时，电场力没有做功，所以按电位的定义可知，球内任一点的电位应与球面上的电位相同，球面及其球内部是一个等位面，电位随距离 r 的变化曲线如图 1-3 (b) 所示。

2-4 一个半径为 R 均匀带电 q 的球面 (图 1-4)，求距中心为 r_a 和 r_b 两点的电位差。

解：

方法一：

分别求 a 、 b 两点的电位，然后叠加。电位为：

$$V_a = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_a}; \quad V_b = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_b}$$

则

$$\begin{aligned} U_{ab} &= V_a - V_b \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \end{aligned}$$

方法二：

先求球外的电场分布，当 $r > R$ 时，有

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

而

$$\begin{aligned} U_{ab} &= \int_{r_a}^{r_b} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_{r_a}^{r_b} E dr \\ &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_{r_a}^{r_b} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \end{aligned}$$

2-5 如图 1-5 所示，在真空中有一无限长的圆筒形导体，单位长上的电量为 λ ，求距离轴心 r 处的 P 点电场强度。

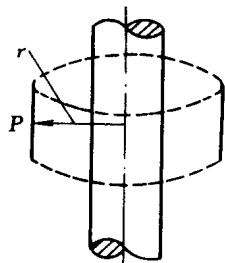


图 1-5

解：为求圆筒外任一点的场强，现过 P 点作封闭圆柱面，柱面高和半径分别为 l 和 r 。由于圆柱面上各点场强大小相同，方向处处与柱面正交，所以通过圆柱面的电通量为 $2\pi r \cdot l \cdot E$ ，而圆柱所包围的电荷为 λl 。根据高斯定理有：

$$2\pi r \cdot l \cdot E = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0}$$

所以

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

基本要点：

应用高斯定理求带电系统的场强是方便的，但关键要找到合适的封闭面，使场强在封闭面上处处对称，只有这样才能将 E 移到积分号的外面。

2-6 图 1-6 所示为两无限大平行平板分别带有的电荷密度为 $+\sigma$ 和 $-\sigma$ ，求板间的电场强