张振球 著

电动力学概论

DIANDONG
LIXUE
GAILUN

广西师范大学出版社

高等师范院校试用教材

电动力学概论

张振球 编

广西师范大学出版社

·内容简介·

本书是编者在多年使用的电动力学概论讲义基础上，参照有关教学大纲编写而成的.

本书阐述电动力学基本理论. 全书分四章：第一章静电场和稳定磁场，第二章时变电磁场，第三章平面电磁波，第四章狭义相对论. 书末附有数学附录，介绍了矢量分析、正交曲线坐标系和张量初步知识等内容.

本书重视物理概念的阐述，特别重视解题能力的培养. 书中给出数量充足的例题，并注意解题思路分析. 可作为物理专业本、专科学生和物理函授生教材或教学参考书.

高等师范院校试用教材
电动力学概论
张[illegible]林 编

广西师范大学出版社出版
（广西桂林市育才路3号）
广西新华书店发行
桂林市印刷厂印刷
*
开本 850×1168 1/32 印张 9 字数 234 千字
1991年6月第1版 1991年6月第1次印刷
印数：0001—1500
ISBN7—5633—1122—X/G. 930
定价：5.00元

序

本书是编者在广西师范大学物理系讲授电动力学概论所编讲义基础上编写而成的. 自80年代初以来，该讲义已在广西师范大学物理系本、专科班，物理专业本科函授班以及广西玉林师专和南宁师专等兄弟院校反复使用，现经广泛听取意见、多次修改而成本书.

对初学电动力学课程的读者来说，无论对物理概念、物理规律的理解，还是解题能力的培养，都是既重要而又具有相当难度的问题. 鉴于此，本书编写过程中，力求突出物理概念，揭示物理量之间的内在联系和物理规律的内涵. 同时，为帮助初学者克服解题难的问题，并进一步提高读者的解题能力，书中还提供了数量较多的例题. 这些例题特别注重解题思路分析和解题能力的培养. 实践证明，这样的编排深受使用本教材师生的欢迎.

为适应不同学习对象需要，本书在书末设有附录. 附录中介绍了矢量分析、正交曲线坐标系和张量初步知识等基本内容，它对读者是有帮助的.

本书在编写过程中，承蒙广西师范大学唐肇华教授审阅了全稿，对本书书稿给予悉心指导并提出很多宝贵的修改意见，编者借此表示衷心感谢；同时，编者对玉林师专郑绍福副教授、广西师范大学出版社于诗藻副编审对本书所提出的修改意见表示谢意.

限于编者水平，深知书中错漏与不妥难免，恳望读者指正.

编　者

1990年10月

目　　录

绪　言

电动力学是在电磁学基础上结合一定数学运算，系统阐述电磁场基本理论的一门学科，是研究电磁场的基本属性、运动规律以及它和带电物质之间相互作用的一门科学．电磁场是物质世界的重要组成部分之一．在生产实践和科技领域中，存在着大量和电磁场有关的问题．因此，学习电动力学，掌握电磁场的基本理论，对于生产实践和科学实验都具有十分重要的现实意义．

电动力学是在人类对电磁现象长期观察和生产活动的基础上发展起来的．自 18 世纪以来，人们通过工业生产和科学实践对电磁现象的认识逐步加深，并总结出电磁现象的基本规律．人们从实验结果总结出库仑定律（1785）、安培定律（1820）、法拉第电磁感应定律（1831），最后在此基础上进一步由麦克斯韦总结出电磁运动的普遍规律——麦克斯韦方程组（1864），并从理论上预言了电磁波存在．这一基本规律的掌握促进了电磁波的发现（1888），使我们对电磁场的认识有了坚实的基础．本世纪以来，由于现代生产对认识物质微观结构的迫切要求，人们又进一步研究了电磁场的微观性质，并在此基础上发展成量子电动力学．

在电动力学的发展过程中，人们发现经典力学的时空观同电磁现象的实验事实发生矛盾，从而导致新的时空观的出现，建立了狭义相对论（1905）．电动力学只有在新的时空观的基础上，才发展成为完整的、适用于任何惯性参考系的理论．相对论是现代物理学的重要基础理论之一，它对物理学的发展有着十分深远的影响，系统阐述狭义相对论的基本理论是电动力学课程的重要内容之一．

学习电动力学目的在于掌握电磁运动的基本规律，加深对电磁场性质及时空概念的理解，获得在本课程领域内分析问题和处理问题的初步能力，为以后解决某些实际问题打下一定基础；同时通过对电磁运动规律和狭义相对论的学习，更加深领会电磁场的物质性，进一步树立辩证唯物主义世界观.

本书主要介绍电磁场宏观理论，全书共分四章：第一章讨论静电场和稳定磁场问题，着重阐明静电场和稳定磁场的基本性质及求解静电场和稳定磁场问题的基本方法. 第二章讨论时变电磁场问题，首先分析几个基本实验定律，并从中总结出电磁场的普遍运动规律，建立麦克斯韦方程和洛仑兹力公式，它们与电荷守恒定律一起，构成电动力学的基本方程；然后介绍时变情况下，电磁势波动方程的建立和推迟势概念及电偶极辐射的基本特征. 第三章先讨论定态电磁波的波动方程，然后讨论平面电磁波在介质面上的反射和折射，以及在导体和电离层中的传播. 第四章从以太困难与相对论的基本实验事实出发，介绍狭义相对论的基本原理，引入相对论时空观，阐明相对论力学的基本概念；并由四维矢量的洛仑兹协变性出发，讨论电动力学基本方程的洛仑兹协变性，导出电磁场的变换关系，最后讨论带电粒子的电磁场.

本书采用国际单位制 (SI)，为了便于参考和满足不同读者要求，书中带有*号的章节是选读部分，若受时间所限，可以略去而不影响其它章节的学习. 为方便参考和自学，在附录中，较详细地概述了矢量分析的基本概念和基本定理，并对曲线坐标系和张量运算初步知识做了必要的介绍.

第一章　静电场与稳定磁场

静止电荷周围的电场称为静电场．静电学研究的主要内容是电荷分布与电场分布间的关系以及从已知的电荷分布或导体的电荷或电势分布去计算电场．

电荷的定向运动形成电流．在电流的周围存在着磁场，不随时间而变的磁场，称为稳定磁场．

本章的前半部分从库仑定律出发，建立静电场方程及其在两种介质分界面上的形式，引入电势并建立势的微分方程，再介绍几种求解静电场的基本方法；后半部分从磁场的毕奥-沙伐尔-拉普拉斯定律出发，建立稳定磁场方程，讨论其在介质分界面上的形式，并引入磁标势和磁矢势以及其满足的微分方程。

§1-1　真空中的静电场方程

一、库仑定律　电场强度

1785 年，法国科学家库仑在大量的实验材料基础上，概括出静电场理论的一个基本规律——**库仑定律**．这个定律指出：真空中两个静止的点电荷之间的相互作用力的大小与它们的电量 q_1 和 q_2 的乘积成正比，与它们之间的距离 r 的平方成反比，即：

$$\boldsymbol{F}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0r^3}\boldsymbol{r}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0r^2}\hat{\boldsymbol{r}} \tag{1.1-1}$$

式中 $\hat{\boldsymbol{r}}=\frac{\boldsymbol{r}}{r}$ 是 $\boldsymbol{r}$ 方向上的单位矢量，$\boldsymbol{r}$ 代表 q_2 相对于 q_1 的位置矢量，方向由 q_1 指向 q_2，ε_0 是真空中的介电常数，其值 $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$F/m．在 SI（国际）单位制中，$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{F}$ 与 q 的单位各为 m，N，C．由式（1.1-1）可知，当 q_1 和 q_2 符号相同时，乘积 q_1q_2 的符号为正，$\boldsymbol{F}$ 的方向与 $\hat{\boldsymbol{r}}$ 方向相合，此时 $\boldsymbol{F}$ 是斥力．反之，当 q_1 与 q_2

符号相反时，乘积 q_1q_2 为负，$\boldsymbol{F}$ 与 $\hat{r}$ 的方向相反，表示 $\boldsymbol{F}$ 是吸引力.

对于 q_2 作用于 q_1 的力 $\boldsymbol{F}$ 可以用同样的方法写出，而单位矢量 $\hat{r}$ 的方向是由 q_2 指向 q_1.

库仑定律是个实验定律，它的正确与否当然只能由实验予以检验. 长期以来，人们把注意力集中在"平方反比律"上. 问题的关键在于，库仑所提出的"力与距离的平方成反比"的精确程度究竟有多高？力与距离 r 的关系中的指数 n 是否准确的等于 2？为此，不少科学家做了很多实验，而且其精确度也越来越高. 譬如，19 世纪中叶，麦克斯韦测得 $n=2.0\pm0.00005$，与 n 的差值小于 10^{-4}；到 1936 年，有人通过实验，把 n 的精度提高到 10^{-9}；1971 年，威廉通过更精密的实验，把 n 的精确度提高到 10^{-16}的更惊人水平. 因此，库仑的"平方反比律"结论是完全可靠的了.

我们知道，电荷 q_1 对 q_2 存在着作用力，且这个作用力不是 q_1 直接作用在 q_2 上，而是 q_1 的电场对 q_2 的作用. 换句话说，电荷周围有电场存在，而处于此电场中的另一电荷要受到电场的作用力. 电场的性质可以通过它对放入场中的电荷的作用力来确定. 根据电磁学知，电场中点电荷 q 所在处的电场强度为①

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q} \tag{1.1-2}$$

它的数值及方向和置于该点的单位正电荷所受的力相同，其单位是 V/m（或 N/C）. 由于电场中每一点都与一定的电场强度 $\boldsymbol{E}$ 相对应，因此，$\boldsymbol{E}$ 是电场中空间坐标的矢量函数，即

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}\ (\boldsymbol{r})$$

根据式（1.1-2）可见，电场作用在静止点电荷 q 上的力为

① 电场定义的精确表述应是

$$\boldsymbol{E}=\lim_{\Delta q\to0}\frac{\boldsymbol{F}}{\Delta q}$$

因此，在应用式（1.1-2）时，q 应该足够小，以致于它的引入并不改变原电场分布.

$$\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{E}$$

若电荷在体积 V 内均匀分布，且电荷体密度为 ρ，则 $q=\int_V \rho \mathrm{d}V$，因此，电场作用在电荷上的力可写为：

$$\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{E}=\int_V \rho\boldsymbol{E}\mathrm{d}V$$

可见，$\rho\boldsymbol{E}=\boldsymbol{f}$ 是电场作用在密度为 ρ 的电荷上的力密度.

二、高斯定理　静电场的散度

在静电学中，静电场是矢量场. 人们从长期的实践发现，对于矢量场，如果从矢量沿闭合面的通量和矢量沿闭合路径的环流两方面去研究它，则可得到关于这个矢量场的基本性质的结论. 因此，我们先研究电场强度矢量沿闭合面的通量的性质.

设在电场中取一面元 ΔS，因为面元在空中可能有不同取向，我们取它的外法线方向作正方向，这就是面元的方向，并用 $\Delta\boldsymbol{S}$ 表示面元矢量. 因此，电场通过此面元的通量为

$$\Delta\psi=\boldsymbol{E}\cdot\Delta\boldsymbol{S}=E\Delta S\cos\theta \tag{1.1-3}$$

式中 θ 是面元矢量 $\Delta\boldsymbol{S}$ 与该点 $\boldsymbol{E}$ 之间的夹角（图 1-1）.

$\boldsymbol{E}$ 通过场中任一曲面 S 的通量为

$$\psi=\int_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_S E\cos\theta\mathrm{d}s$$

它等于 S 的各面元上的通量的代数和. 如果 S 是一个封闭曲面，那么

$$\psi=\oint_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\oint_S E\cos\theta\mathrm{d}S$$

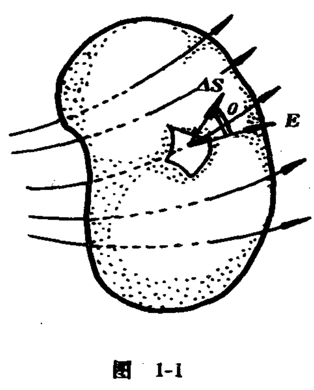


图 1-1

对于闭合曲面，我们通常取面元 ΔS 的外法线作正法线方向，当 θ

$<\pi/2$ 时，ψ 为穿出闭合面的通量，当 $\theta>\frac{\pi}{2}$时，ψ 为进入闭合面的通量. 因此，通过闭合面的通量，是指穿入与穿出的通量的代数和.

在电磁学中，由库仑定律出发可导致如下重要结论：

静电场中，通过任意闭合面的通量只与它所包围的正负电荷的代数和成正比，而与它们如何分布无关，也与曲面外的电荷无关. 这个结论用公式表示是：

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{\sum q}{\varepsilon_0} \tag{1.1-4}$$

式中求和是对闭合面内所有电荷进行的. 由式（1.1-4）可见：当闭合面内包围的净电量为正时，通量为正，有净通量穿出闭合面；当闭合面内包围的净电量为负时，通量为负，有净通量穿进闭合面；而当闭合面包围的净电量为零时，从闭合面穿出的通量和进入的通量相等. 式(1.1-4)称为真空中的**高斯定理**.

为了证明这一定理，让我们先介绍立体角概念. 设在半径为 R 的球面上任取一面元 dS，利用此面元，可以构成一个以球心为顶点的锥体，如图 1-2 所示，取 dS 与 R^2 的比值，定义为 dS 对球心的立体角，用 dΩ 表示. 立体角的单位为球面度(sr)，按此定义，显然整个球面对球心所张的立体角为

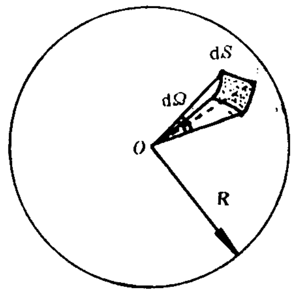


图 1-2

$$4\pi R^2/R^2=4\pi \ \ (\mathrm{sr})$$

由图可见，这个锥体的立体角并不随计算时所取的球面半径而改变. 如果我们另取一个半径为 R′的球面，则此锥体在这个新的球面割出的面元 dS' 与R'^2 的比值仍等于 dS/R^2.

如果面元 dS 不是球面的一部分，它对一点 O 所张的立体角可

以这样来计算：取 $\mathrm{d}S$ 在以 O 为心、R 为半径的球面上的投影 $\mathrm{d}\boldsymbol{S}\cdot\hat{\boldsymbol{R}}$ 与 R^2 的比值，即为面元对 O 点所张的立体角（如图 1-3）.

$$\mathrm{d}\Omega=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}\cdot\hat{\boldsymbol{R}}}{R^2}=\frac{\mathrm{d}S\cos\theta}{R^2} \tag{1.1-5}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{R}}$ 是径向的单位矢量. 同样可见，这个立体角与所取的球面半径无关.

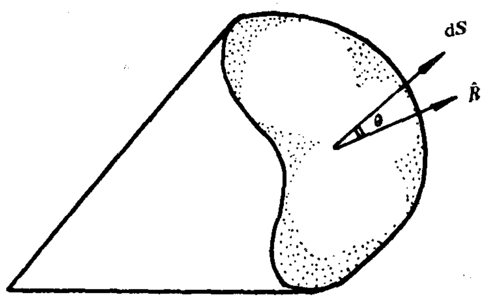


图 1-3

任意形状的闭合面 S 对某点 O 所张的立体角，存在两种不同情况：一种是 O 点在闭合面内（图 1-4a），可以用 O 点为心做一球面，则闭合面上任一面元 $\mathrm{d}S$ 对 O 点所张的立体角也就是它对 O 点所构成的锥体在球面上割出的一块球面元的立体角. 可见，整个闭合面对 O 点所张的立体角和球面对 O 点的立体角是相等的，所以，任意闭合面对面内任一点所张的立体角等于球面对 O 点所张的立体角，即是 4πsr. 另一种情形是点 O 在闭合面外（图 1-4b）. 不难看出，此时所张的立体角为 0，这是由于闭合面两部分表面的立体角等值异号之故.

有了上述有关立体角的基本概念，就可以证明高斯定理了. 首先研究一个点电荷 q 的情形. 由于电场在面元 $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 上的通量为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}&=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{\boldsymbol{R}}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{R^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}S\cos\theta}{R^2}\\&=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\mathrm{d}\Omega\end{aligned}$$

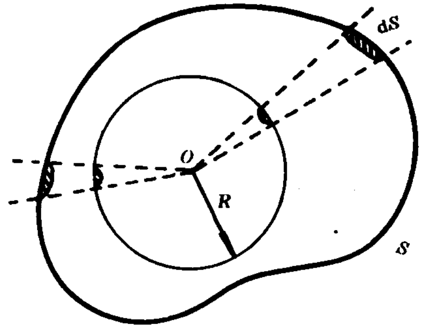
因此，穿过闭合面 S 的通量为

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\Omega$$

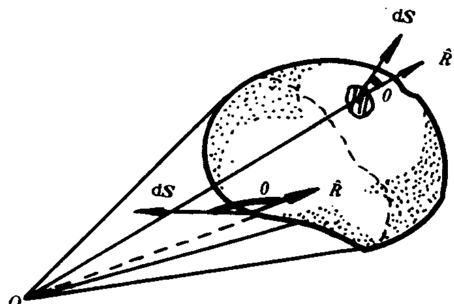
考虑到右边的积分 $\oint d\Omega$ 是闭合面对点电荷所张的立体角，当闭合面包围点电荷时，其值等于 4π，因此上式成为

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}4\pi=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

当点电荷位于闭合面外时，则由于闭合面对点电荷所张的立体角为 0，故通量为 0. 因此当闭合面内的电量为 0 时，从面内穿出的通量为 0，或穿入的通量等于穿出的通量.



(a)



(b)

图 1-4

若闭合面内点电荷不止一个，设有 n 个点电荷 q_1，q_2，…，q_n，那么，从闭合面内穿出的通量应等于各个电荷通量的代数和

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\oint_S \boldsymbol{E}_1\cdot d\boldsymbol{S}+\oint_S \boldsymbol{E}_2\cdot d\boldsymbol{S}+\cdots+\oint_S \boldsymbol{E}_n\cdot d\boldsymbol{S}$$

$$=\frac{q_1}{\varepsilon_0}+\frac{q_2}{\varepsilon_0}+\cdots+\frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

即

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{\Sigma q}{\varepsilon_0} \tag{1.1-6}$$

这就是所要证明的高斯定理. 上式还可以推广到体电荷、面电荷和线电荷分布的情形. 对于所有情形 Σq 代表闭合面内的总电荷.

有关高斯定理我们还必须说明几点：首先，积分号内的 $\boldsymbol{E}$ 是指闭合面上面元 $\mathrm{d}S$ 的场强，它不仅与闭合面内包围的电量有关，也受到闭合面外电量的影响. 就是说，它由闭合面内外所有电荷所共同作用；其次，Σq 是闭合面内的总电量的代数和，所以，闭合面上的电通量与闭合面外的电荷存在与否无关. 并且，当 $\Sigma q>0$ 时，并不意味着闭合面内一定不存在负电荷，而 $\Sigma q<0$，也不意味着闭合面内一定不存在正电荷，同样，当 $\Sigma q=0$，闭合面内不一定无任何电荷；最后，关于高斯定理，我们还要严格区分场强 $\boldsymbol{E}$ 及其通过曲面 S 的通量 $\oint_s \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 之间的差异，只有这样，才不致于把通过曲面的通量等于 0 误认为曲面上各点的场强 $\boldsymbol{E}$ 也必等于 0.

对于电荷按体积连续分布的电场，式（1.1-6）可写成

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\mathrm{d}V \tag{1.1-7}$$

式中 V 是闭合面 S 所包围的体积. 式（1.1-7）就是高斯定理的积分形式.

利用高斯散度定理（见附录 I 式 I -11）

$$\oint_S \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_V(\nabla\cdot\boldsymbol{A})\mathrm{d}V$$

我们可把（1.1-7）式改写成

$$\int_V(\nabla\cdot\boldsymbol{E})\mathrm{d}V=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\mathrm{d}V$$

由于本关系对任意积分体积都成立，所以等式两端的被积函数在空间各点处处相等，即

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.1-8}$$

这就是高斯定理的微分形式，是电场的一个基本微分方程. 它指出，电场中任一点场强的散度与该点的电荷密度成正比，而与其

它各处的电荷分布无关. 因此，静电场是有源场，电荷就是静电场的场源，正电荷为源头，负电荷为尾闾.

三、静电场的旋度

在电荷分布及其电场具有某种对称情况下，利用高斯定理(1.1-6)可以方便地求出它的场强. 但是，一般说来，单靠高斯定理是不能完全确定一个电场的. 要完全确定一个矢量场. 除了要知道它的散度外，还必须知道它的旋度，否则，这个矢量场就不能完全确定. 事实上，设已知某矢量场 $\boldsymbol{F}$ 的散度为 $\nabla\cdot\boldsymbol{F}=\rho$，那么，在其旋度未完全确定的情况下，我们总可以找到一个矢量函数 $\boldsymbol{B}$，并使 $\boldsymbol{F}'=\boldsymbol{F}+\nabla\times\boldsymbol{B}$，则有

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\boldsymbol{F}'&=\nabla\cdot(\boldsymbol{F}+\nabla\times\boldsymbol{B})=\nabla\cdot\boldsymbol{F}+\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{B})\\&=\nabla\cdot\boldsymbol{F}=\rho\end{aligned}$$

就是说，$\boldsymbol{F}'$ 的散度也可以等于 ρ，这说明仅仅知道一个矢量的散度并不能完全确定这个矢量场，但是，如果除已知矢量 $\boldsymbol{F}$ 的散度外，还知道了它的旋度(譬如 $\nabla\times\boldsymbol{F}=0$). 那么，上述 $\boldsymbol{F}'$ 就不能同时满足 $\nabla\times\boldsymbol{F}'=0$ 的条件了. 因此要完全确定一个矢量场，除了知道其散度外，还必须知道它的旋度.

电磁学告诉我们，在固定的点电荷的电场中移动电荷时，电力所做的功与路径无关，这个结论可以推广到任意电荷组或连续分布电荷的电场中，这是因为任意分布电荷的电场，都可以看作许多点电荷电场的叠加. 我们知道，当单位正电荷在电场中移动位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 时，电力所做的功为 $\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$，因此，上述结论可以写成

$$\int_{l_1}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_{l_2}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

其中路径 l_1 与 l_2 具有相同的起点和终点. 由上式不难看出，若将单位正电荷沿闭合路径移动一周，则电力所做的功必为 0，这是因为，由上式我们有

$$\int_{l_1}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}-\int_{l_2}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$$

或 $$\int_{a\,(l_1)}^{b} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}-\int_{a\,(l_2)}^{b} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$$

即 $$\int_{a\,(l_1)}^{b} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}+\int_{b\,(l_2)}^{a} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=0,$$

∴ $$\oint \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=0 \qquad (1.1\text{-}9)$$

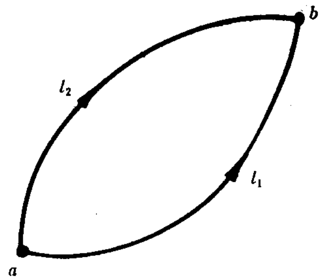


图 1-5

由此可见，静电场 $\boldsymbol{E}$ 沿任意闭合路径一周的环流等于 0.

应用斯托克斯定理(见附录 I，式 I -16)

$$\oint_l \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_S (\nabla\times \boldsymbol{A})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

可将（1.1-9）的线积分化为面积分，即有

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_S (\nabla\times \boldsymbol{E})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

因此

$$\oint_S (\nabla\times \boldsymbol{E})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$$

由于积分面 S 是任意的，必有：

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=0 \qquad (1.1\text{-}10)$$

可见，静电场是无旋场. 它的旋度总等于 0. 因此，静电场的电力线不是闭合线. 式（1.1-8）和（1.1-10）就是真空中的静电场微分方程组，它们联合起来决定一个静电场 $\boldsymbol{E}$. 由此可见，静电场是有散无旋场，电荷就是静电场的源，电力线从正电荷出发而终止于负电荷（或无穷远处），静电场的力线不存在任何涡漩结构.

【例】 半径为 a 的均匀带电球体，带有总电量 q，试求球内某点的电场强度 $\boldsymbol{E}$ 的散度和旋度.

【解】 解题思路：为求球内某点电场强度 $\boldsymbol{E}$ 的散度 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}$ 及旋度 $\nabla\times\boldsymbol{E}$，必须先求出球内某点的场强 $\boldsymbol{E}$. 由于电场 $\boldsymbol{E}$ 的球对称