

941969

高等学校教材

031  
2662  
2

# 理论力学

下册

中国地质大学(武汉) 长春地质学院 成都地质学院 合编

张建民 白景岭 主编



中国地质大学出版社

941969

031  
2662  
2

031  
2662  
2

高等學校教材

# 理 论 力 学

下 册

中国地质大学(武汉) 长春地质学院 成都地质学院 合编

张建民 白景岭 主编

中国地质大学出版社

# 理论力学

## 下册

中国地质大学(武汉) 长春地质学院 成都地质学院 合编

张建民 白景岭 主编

责任编辑 程祖依 方 菊

责任校对 杨 霖

中国地质大学出版社出版

(武汉市喻家山)

709印刷厂印刷 湖北省新华书店经销

开本787×1092 1/32 印张12.125 字数270千字

1990年9月第1版 1990年9月第1次印刷

印数 1—3000册

ISBN 7-5625-0469-5/O·24

定价: 3.30元

全套定价: 5.00元

## 内 容 简 介

本书是根据《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》在原讲义试用的基础上修改编写而成的中学时教材。

全书分上、下册，上册为静力学和运动学，下册为动力学，各章后配有适量习题，上、下册均有附录，介绍电子计算机技术在理论力学中的应用。

本书在编写上，遵循深入浅出、循序渐进的原则，使之通俗易懂；在教材的深度和广度上，既满足中学时教学基本要求，又略高于基本要求；例题和习题的选择上配合得当；贯彻加强基础理论，坚持理论联系实际原则，并将最新科学技术应用于理论力学。

本书可作为高等工业学校采矿工程、矿业、机械、电机、动力等专业的教材，也可作为职大、夜大、函大的教材，并可供有关科技人员参考。

# 目 录

## 第三篇 动力学

|                        |               |
|------------------------|---------------|
| 引言                     | ( 1 )         |
| <b>第十一章 质点动力学的基本方程</b> | <b>( 3 )</b>  |
| §11-1 动力学的基本定律         | ( 3 )         |
| §11-2 质点的运动微分方程        | ( 7 )         |
| §11-3 质点动力学的两类基本问题     | ( 9 )         |
| 习题                     | ( 29 )        |
| <b>第十二章 动量定理</b>       | <b>( 34 )</b> |
| §12-1 质点的动量定理          | ( 35 )        |
| §12-2 质点系的动量定理         | ( 41 )        |
| §12-3 质心运动定理           | ( 56 )        |
| 习题                     | ( 66 )        |
| <b>第十三章 动量矩定理</b>      | <b>( 73 )</b> |
| §13-1 质点的动量矩定理         | ( 74 )        |
| §13-2 质点系的动量矩定理        | ( 80 )        |
| §13-3 刚体绕定轴转动微分方程      | ( 87 )        |
| §13-4 刚体对轴的转动惯量        | ( 91 )        |
| §13-5 质点系相对于质心的动量矩定理   | ( 99 )        |
| §13-6 刚体平面运动微分方程       | ( 108 )       |
| 习题                     | ( 124 )       |

## 第十四章 动能定理..... (132)

§14-1 力的功..... (133)

§14-2 质点的动能定理..... (143)

§14-3 质点系的动能定理..... (150)

§14-4 功率·功率方程·机械效率..... (170)

§14-5 势力场·势能·机械能守恒定律..... (174)

§14-6 基本定理的综合应用举例..... (189)

习题..... (201)

## 第十五章 达朗伯原理..... (211)

§15-1 惯性力..... (211)

§15-2 质点的达朗伯原理..... (213)

§15-3 质点系的达朗伯原理..... (217)

§15-4 刚体惯性力系的简化..... (222)

§15-5 转子的静平衡与动平衡的概念..... (233)

习题..... (235)

## 第十六章 振动理论基础..... (242)

§16-1 单自由度系统的自由振动..... (242)

§16-2 计算系统固有频率的能量法..... (258)

§16-3 单自由度系统有阻尼的自由振动..... (266)

§16-4 单自由度系统的受迫振动..... (274)

\*§16-5 隔振的概念..... (288)

习题..... (292)

|                                  |         |
|----------------------------------|---------|
| <b>第十七章 虚位移原理</b> .....          | ( 298 ) |
| §17-1 约束及约束方程 .....              | ( 298 ) |
| §17-2 虚位移 .....                  | ( 303 ) |
| §17-3 理想约束 .....                 | ( 309 ) |
| §17-4 虚位移原理 .....                | ( 311 ) |
| 习题 .....                         | ( 322 ) |
| <b>第十八章 动力学普遍方程与拉格朗日方程</b> ..... | ( 329 ) |
| §18-1 自由度和广义坐标 .....             | ( 329 ) |
| §18-2 以广义坐标表示系统的平衡条件 .....       | ( 333 ) |
| §18-3 动力学普遍方程 .....              | ( 342 ) |
| §18-4 拉格朗日方程 .....               | ( 351 ) |
| §18-5 拉格朗日方程的积分 .....            | ( 368 ) |
| 习题 .....                         | ( 374 ) |
| <b>附录 计算技术在动力学中的应用</b> .....     | ( 379 ) |
| 刚体平面运动微分方程应用程序 .....             | ( 379 ) |
| <b>主要参考书目</b> .....              | ( 384 ) |

# 第三篇 动力学

## 引 言

动力学是研究物体的机械运动与作用力之间关系的科学。

在静力学中，我们研究了物体的受力分析、力系的简化和物体在力系作用下平衡的问题，没有研究物体在不平衡力系作用下将如何运动的问题。在运动学中，我们仅从几何的角度研究了物体的运动，没有涉及物体的受力情况。实际上，物体的运动与作用力存在着不可分割的关系，而静力学和运动学都只研究了物体机械运动规律的特殊方面。动力学将对物体的机械运动进行全面分析，研究物体运动的变化与作用力之间的关系，建立物体机械运动的普遍规律。

在动力学中，力学模型有质点和质点系。

**质点是具有一定质量，而几何形状和尺寸大小可以忽略不计的物体。**例如，研究炮弹弹道问题时，炮弹的形状大小对所研究的问题不起主要作用，可以忽略不计，则可将炮弹抽象为质量集中在重心的质点；当刚体作平动时，刚体内各点的运动情况完全相同，则可以不考虑其形状大小，抽象为一个质点。

**质点系是有限个或无限个有相互联系的质点所组成的系统。**如果物体的几何形状和尺寸大小在所研究的问题中不能

忽略或刚体的运动不是平动，都应抽象为质点系。在质点系内任意两个质点间的距离保持不变，则此质点系称为不变的质点系，如刚体等；反之，则称为可变的质点系，如流体、气体等。如果质点系中质点的运动不受约束的限制，此质点系称为自由质点系，如太阳系等；反之，称为非自由质点系。

动力学的内容包括质点动力学和质点系动力学，前者是后者的基础。本书各章中都从质点动力学入手，进而研究质点系动力学。

# 第十一章 质点动力学的基本方程

## §11-1 动力学的基本定律

动力学的基本定律是牛顿于1687年在著名的《自然哲学的数学原理》一书中明确提出来的。本章将在复习牛顿三定律的基础上建立质点的运动微分方程，进而研究质点动力学两类基本问题的解法。所谓动力学的基本定律即牛顿三定律，先介绍于下。

### 一、第一定律（惯性定律）

**不受力作用的质点将保持静止或作匀速直线运动。**

任何物体都有保持静止或作匀速直线运动的属性，物体这种保持运动状态不变的性质称为**惯性**。匀速直线运动也称惯性运动。这就是第一定律又称为惯性定律的原因。

不受力作用的物体在实际上是不存在的。所谓不受力是指力的作用效果等于零。由静力学可知，当物体受等效于零的力系——平衡力系作用时，物体则处于平衡状态。如果作用于物体的力系为不平衡力系，则物体的运动状态一定改变。故第一定律指出了力是物体运动状态改变的原因。

第一定律定性地建立了力与物体运动状态改变的关系。所谓物体运动状态的改变，是指物体具有加速度。力与加速度的关系由第二定律给出。

## 二、第二定律（力与加速度关系定律）

质点的质量与加速度大小的乘积等于作用于质点的力的大小，加速度的方向与力的方向相同。

其数学表达式为：

$$ma = F \quad (11-1)$$

式(11-1)是一个矢量方程，称为质点动力学的基本方程，它是推导其它动力学方程的依据。

必须指出的是，第二定律的原始叙述并不和上面所述相同，其数学表达式也不相同。原来的叙述为：运动的改变与所受的力成正比，且沿所受的力的方向发生。其数学表达式为：

$$\frac{d}{dt}(mv) = F.$$

这里所说的“运动的改变”是指质点动量的变化率  $\frac{d}{dt}(mv)$ 。

当质点的质量为常量时，第二定律才可以采用第一种叙述，数学表达式才为式(11-1)。

第二定律建立了质量、加速度和力三个物理量之间的定量关系。需要注意的是：

(1) 质点的加速度的方向与力矢  $F$  的方向相同，如果作用于物体的不是一个力，而是一个力系，此力系必为汇交

力系，则力矢  $F_i$  应改写为该力系的合力  $\sum_{i=1}^n F_i$ ，加速度的方向应当与合力矢的方向相同。式(11-1)可改写为  $ma =$

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

(2) 力和加速度的关系为瞬时关系。某瞬时如果有确定的力作用于物体，则物体必定有确定的加速度。应当指出，力对物体的作用是通过加速度来体现，而不是由速度来体现。某瞬时，加速度的方向一定和力矢方向相同，而速度方向却不一定和力矢方向相同。见图11-1。

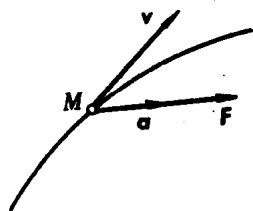


图11-1

(3) 质量是质点惯性的度量。在式(11-1)中，如果保持质量不变，则力大时加速度也大，力小时加速度也小；如果保持力的大小不变，则质量大的质点加速度小，质量小的加速度大。这表明质点的质量越大，运动状态越不容易改变，即质点的质量表示了质点运动状态改变的难易程度，是一个表征物体惯性的物理量，是物体惯性的度量。由于平动物体可视为质点，故质量也是平动物体惯性的度量。用第二定律可知，物体的机械运动状态的改变不仅与力有关，而且与物体的惯性有关。

必须指出，质量和重量是物理意义完全不同的物理量。重量是重力的大小。在地球表面，重量和质量的关系为，

$$P = mg \quad \text{或} \quad m = \frac{P}{g} \quad (11-2)$$

式中  $m$  为物体的质量， $P$  为重量， $g$  为重力加速度。其中，重力加速度  $g$  的大小与在地面的高度和纬度有关，在不

同的地区  $g$  有不同的数值。根据国际计量委员会的规定，重力加速度  $g$  的数值为  $9.80665 \text{ m/s}^2$ 。在中国，各地的数值也不同，一般取平均值  $g=9.80 \text{ m/s}^2$ 。

(4) 国际单位制。在国际单位制中，基本单位有七个，其中直接与力学有关的有三个。它们是，长度单位是米 (m)、质量单位是千克 (kg)；时间单位是秒 (s)。其量纲分别是  $[L]$ 、 $[M]$ 、 $[T]$ 。

力的单位是牛顿 (N)。

$$1\text{N}=1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2.$$

其量纲为： $[F]=[M][a]=[M]\frac{[L]}{[T^2]}=\frac{[ML]}{[T^2]}$ 。

### 三、第三定律（作用与反作用定律）

两个物体间的作用力与反作用力总是同时存在，大小相等，方向相反，沿同一作用线分别作用在这两个物体上。

第三定律又称为作用与反作用定律，这在静力学中作为公理四叙述过。应当指出，作用与反作用定律不仅适用于平衡的物体，而且也适用于任何运动的物体。这个定律为从质点动力学进而研究质点系动力学提供了依据。

以上三条定律适用的参考系称为惯性参考系。在一般工程问题中，把固结在地面或相对地面作匀速直线平动的坐标系作为惯性参考系。在研究人造卫星轨道、洲际导弹弹道问题时，取地心为原点，三轴指向三个恒星的坐标系作惯性参考系。在研究天体的运动时，取太阳中心为原点，三轴指向三个恒星的坐标系作为惯性参考系。应当指出，质点的轨迹、速度、加速度是对惯性参考系而言，必须是绝对轨迹、

绝对速度、绝对加速度。

以牛顿三定律为基础的力学，称为古典力学。牛顿认为空间和时间是“绝对的”，与物体的运动无关。这种把空间、时间与物质运动完全割裂开来的观点是形而上学的，宇宙间根本不存在脱离物质运动的绝对空间和绝对时间。近代物理已经证明，空间、时间以至质量都和物体的运动速度有关。只有当物体的运动速度远小于光速时，物体的速度对空间、时间和质量的影响是微不足道的，应用古典力学解决一般工程中的机械运动问题都可得到足够精确的结果。古典力学的重大发展是相对论力学，它建立了新的时空观和物体高速运动的规律；量子力学，它建立了微观粒子运动规律的理论。

## §11-2 质点的运动微分方程

由质点动力学的基本方程

$$ma = \sum_{i=1}^n F_i$$

其中， $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}$ ，于是，可得到：

$$m \frac{dv}{dt} = \sum_{i=1}^n F_i \quad (11-3)$$

或

$$m \frac{d^2r}{dt^2} = \sum_{i=1}^n F_i \quad (11-3)'$$

式(11-3)'称为矢量形式的质点运动微分方程。

取直角坐标系  $oxyz$ , 将式 (11-3)' 投影到直角坐标轴  $x$ 、 $y$ 、 $z$  上, 于是有:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = \Sigma X \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = \Sigma Y \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} = \Sigma Z \end{cases} \quad (11-4)$$

或

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \Sigma X \\ m\ddot{y} = \Sigma Y \\ m\ddot{z} = \Sigma Z \end{cases} \quad (11-4)'$$

以上两式称为直角坐标形式的质点运动微分方程。

由运动学可知, 当质点的运动轨迹已知时, 可采用

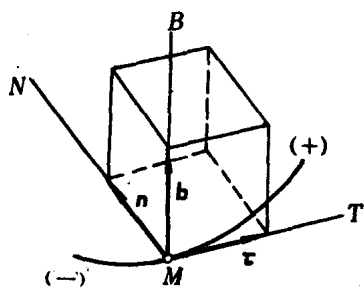


图 11-2

自然轴系。如图 11-2 所示, 在质点的运动轨迹上取自然轴系。其切线、主法线、副法线轴分别为  $MT$ 、 $MN$ 、 $MB$ , 其单位矢分别为  $\tau$ 、 $n$ 、 $b$ 。则有:  $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ ,  $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ ,

$a_b = 0$ 。

设各力在三轴上投影的代数和分别为:  $\Sigma F_\tau$ 、 $\Sigma F_n$ 、 $\Sigma F_b$ 。那么, 将式 (11-3)' 投影到自然轴  $\tau$ 、 $n$ 、 $b$  上, 则有:

$$\begin{cases} ma_\tau = \Sigma F_\tau \\ ma_n = \Sigma F_n \\ 0 = \Sigma F_b \end{cases} \quad (11-5)$$

上式称为自然形式的质点运动微分方程式。

式(11-4)和式(11-5)是常用的两种质点运动微分方程。

### §11-3 质点动力学的两类基本问题

质点动力学的基本问题可分为两类：一是已知质点的运动，求作用于质点的力；二是已知作用于质点的力，求质点的运动。

#### 一、质点动力学的第一类基本问题

这类问题是已知质点的运动，求作用于质点的力，比较简单。若质点的加速度已知，可直接列出动力学方程求解；一般情况是加速度未知，则需要对运动方程求导数，先求出加速度，再代入质点运动微分方程组即可求解。下面举例说明这一类问题的解法。

例11-1 在钻进工作中，用升降机提升钻具，如图11-3(a)所示。已知升降机以匀加速度 $a$ 提升钻具，钻具重为 $P$ ，不计钢丝绳重和各处摩擦。求钢丝绳的张力。

解：本题已知钻具的加速度，求绳的张力，属于第一类基本问题。

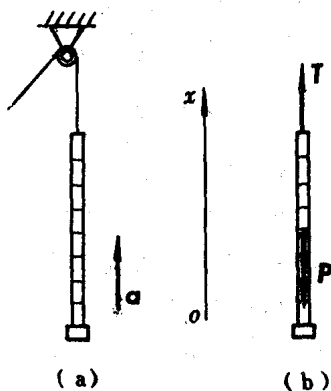


图11-3

(1) 研究对象：钻具。

(2) 受力分析：钻具受重力  $P$ 、绳的拉力  $T$  作用，如图 11-3 (b) 所示。

(3) 运动分析：钻具作铅直直线运动。

(4) 取坐标  $ox$  轴铅直向上为正。

(5) 建立直角坐标形式的质点运动微分方程，

$$m\ddot{x} = \sum X.$$

其中， $m = \frac{P}{g}$ ， $\ddot{x} = a$ ， $\sum X = T - P$ 。代入上式后得，

$$\frac{P}{g}a = T - P,$$

解得，

$$T = P \left( 1 + \frac{a}{g} \right).$$

讨论：当  $a=0$  时， $T=P$ 。可见绳的张力由两部分所组成，一部分是由钻具自重引起的静张力  $T_0$ 。（当  $a=0$ ， $T=P=T_0$ ），另一部分是由加速度引起的张力称为附加动张力。我们把  $T$  和  $T_0$  的比值称为动荷系数，用符号  $K_d$  表示，则，

$$K_d = \frac{T}{T_0} = 1 + \frac{a}{g}.$$

动荷系数是表示物体加速运动引起的张力与静张力的比值。加速度越大，动荷系数也越大。在工程实际中，设计提升机时，都应考虑动荷的影响。

例 11-2 重为  $G$  的小球  $M$  和两根刚杆  $AM$ 、 $BM$  铰接。已知  $AM=BM=l$ ，距离  $AB=2a$ ，系统以匀角速度  $\omega$  绕铅直轴  $AB$  转动，如图 11-4 所示。不计各杆重量，试求两杆的内力。