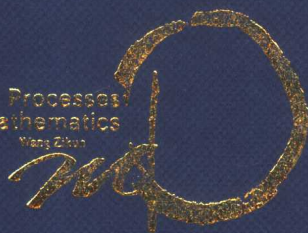


Markov Processes
and Present-Day Mathematics

Weng Zhen



马尔可夫过程和 今日数学

MARKOV PROCESSES
AND PRESENT-DAY MATHEMATICS

Weng Zhen

◎王梓坤 / 著

湖南科学技术出版社



《中国农村扶贫开发纲要(2011—2020年)》

中国扶贫开发网

中国扶贫开发网

中国扶贫开发网

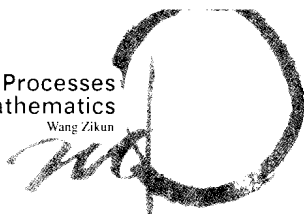
中国扶贫开发网

中国扶贫开发网

中国扶贫开发网

Markov Processes
and Present-Day Mathematics

Wang Zikun



马尔可夫过程和 今日数学

MARKOV PROCESSES
AND PRESENT-DAY MATHEMATICS

Wang Zikun

王梓坤 / 著

湖南科学技术出版社

马尔可夫过程和今日数学

编写著者：王梓坤

责任编辑：胡海清

出版发行：湖南科学技术出版社

社 址：长沙市展览馆路 66 号

<http://www.hnstp.com>

邮购联系：本社服务一部 0731-4441720

印 刷：湖南省新华印刷二厂

(印装质量问题请直接与本厂联系)

厂 址：邵阳市双坡岭

邮 编：422001

经 销：湖南省新华书店

出版日期：1999 年 4 月第 1 版第 1 次

开 本：850mm×1168mm 1/32

印 张：14.25

插 页：6

字 数：359000

印 数：1~1100

书 号：ISBN 7-5357-2517-1/O·170

定 价：35.00 元

(版权所有·翻印必究)

序

PREFACE

我以菲材，侧身于数学教育与研究行列，凡四十年，用功甚勤，而所获无多。今承湖南科学技术出版社及胡海清先生鼎力促成，出此一书。掩卷自思，惶愧顿生。虽然，亦略有所感。

举凡科学研究，三分选题，三分勤毅，二分机遇，二分天赋。四者具备，必成上品。其实何止科研，一切大事，莫不如此。选题靠师友交流，靠信息通畅，靠个人胆识。勤奋与毅力则出乎自身之理想、兴趣、热情与自制。机遇寓于环境遭逢及人际关系之中，有驾而上者，有溺而沉

者，全在有所准备，及时抓住或避免。天赋与生俱来，难以改变，但用我之长，避我之短，我善用我，则可自择也。今我四者，皆居中游，无怪其斯为下矣。前车之鉴，不敢自秘，谨奉告以闻。

华年已去，来日尚多。此书之完成，实为一科研段落，但仍不敢稍有疏忽。抚今思昔，启我数学之蒙者，为武汉大学数学系诸师长；而书中主要工作，则完成于莫斯科大学、南开大学、北京师范大学与汕头大学。老师指教与同事间多年切磋互助，有益哉！有味哉！长在美好记忆之中矣。

为将余之诸论文加工整理成此内容系统、结构完整之书，杨向群教授独挑大梁，妙思增彩。书中“编者的话”；全书疏通、导读及说明；关于各篇的注及索引；若干篇原用俄文、英文发表，今译成中文；以至最后定稿成书，皆出其手。导读有助于了解来龙去脉，有益于提高可读性，此所以本书区别于一般文集者。创此新意，用心良苦，工作量之大，非片言感谢可尽也。吴荣、刘文、李志闾、施仁杰、胡国定、邓汉英、刘泽华、李占柄、曾祥金诸教授，内子谭得伶教授，数十年如一日，相濡以沫，情谊长青，未识相轻相妒之害，诚人生之大幸也。众多弟子，青出于蓝，教师清苦，以此足可自慰，常书“喜看新鹰（莺）出春林，百年树人亦英雄”于座右，以为自勉。尤忆 50 年代初期，我国学界几不知概率论为何物；领我入门者为导师 А. Н. Колмогоров 院士与 Р. Л. Добрушин 教授，而后者面授尤多，中心藏之，何日忘之，惜乎仙去，报师无门矣。可喜者，近年来我国概率学界，成果灿然，人才辈出，数学大国强国，如旭日东升，辉辉煌煌，举头可望矣。

王梓坤 1997年9月1日于南开园

编者的话

EDITOR'S WORDS

—

作为中国科学院院士王梓坤教授早年的学生，我们非常荣幸地协助敬爱的老师编辑这本数学著作。王老师为我国的数学科学事业、高等教育事业、科学普及事业奋斗了几十年，作出了卓越的贡献。他于1929年4月30日出生于江西省吉安县一个贫苦的农民家庭，幼时的求学

历程是贫困坎坷磨难的，但他以顽强的毅力，勤奋好学的天性，优异的学业成绩，朴实诚恳的品行，赢得了老师和亲友的同情、关心、爱护和帮助，终于走完了极其艰辛的小学、中学旅程，跨进了武汉大学的校门。在大学中，他如鱼得水，在知识的海洋中尽情遨游。大学毕业时，新中国刚成立，给他提供了报效祖国的极好机遇，他被分配到南开大学数学系任教。尔后，他考取了留学苏联的研究生，在世界著名学府莫斯科大学攻读概率论。1958年，他学成回国并仍在南开大学任教。他满腔热情地全身心地致力于教学和科研工作，他为在我国传播当时在国内几乎还是空白的概率论学科铺路，他身体力行地向概率论的广度和深度进军，他辛勤地培养、造就概率论的教学和研究队伍，他要让概率论为我们的国家和人民造福。

王老师是将马尔可夫过程引入我国的先行者。他在莫斯科大学学习期间，表现出非凡的才华。他的副博士论文彻底地解决了生灭过程的构造问题，也就是说，他找出了全部的生灭过程。更为重要的是，他创立了马尔可夫过程构造论中的一种崭新的方法——概率方法，亦称过程轨道的极限过渡法。这个新方法在用过程的轨道研究过程的性质时显示出很大的优越性。他在概率论研究的许多方向上都作出了重要的、出色的工作。从苏联学成回国后，他就为青年教师和本科生开设概率论基础及其应用的课程。他30岁起就开始带研究生，为我国培养出许多高水平的概率论专家。他的四本著作《概率论基础及其应用》、《随机过程论》、《生灭过程与马尔可夫链》、《布朗运动与位势》，从概率论的基础写起，一直写到近代专题研究的前沿。这四本著作既总结了王老师本人、同事们、同

行们、学生们在概率论的教学和研究中的一些成果，又为在我国传播、推动概率论学科，培养我国概率论的教学和研究人才，起了非常重要的作用，哺育了我国的几代概率论学人（这四部著作于1996年由北京师范大学出版社再版，书名为：《概率论基础及其应用》、《随机过程通论》上、下卷）。王老师在研究数学的同时，还写了大量的关于科学普及、关于科学研究方法、关于自学与成才等方面的文章和著作。王老师的科普著作《科学发现纵横谈》、《科学发现纵横谈新编》、《科海泛舟》，以其鲜明的观点，深刻而精辟的见解，丰富的知识，独特清新的笔调，赢得了国内外广大读者的赞誉，并多次获得嘉奖。王老师在任北京师范大学校长期间，提出“尊师重教”，提出教师“百年树人亦英雄”，建议设立“教师节”等等，表达了他对教师这一崇高的神圣职业的高度颂扬、崇敬和热爱。王老师曾获全国科学大会奖，全国自然科学奖，国家教委科学技术进步奖，全国新长征优秀科普作品奖，曾宪梓教育基金会全国师范院校教师奖等多种奖项。他三次被评为天津市劳动模范，被评为建国以来成绩突出的科普作家，被授予国家有突出贡献专家称号，被澳大利亚麦克里（Macquarie）大学授予荣誉科学博士学位，被列入世界名人录。1991年，王老师被选为中国科学院学部委员（院士），这是对王老师几十年来在概率论研究中作出的突出贡献的高度评价和肯定。

二

本书对王老师在1998年以前发表的部分数学论文

及其他有关论文进行深入加工整理，编辑成一本内容系统，结构完整的书。论文的内容基本上代表了王老师在各个时期的数学研究成果。我们将它分为三个层次：第一层次是王老师对数学的一个专门分支，主要是对马尔可夫过程的研究（第1至4卷）。第二层次是王老师对历史上长期争论的一些概念和问题如随机性（偶然性）、必然性、混沌的独到的哲学见解（第5卷）。第三层次是站在所有数学专门分支之上对整个数学，特别是今日数学的新认识（第6卷）。

随着时代的前进，特别是随着国际上概率论研究的进展，王老师的研究课题也在变化。这些课题都是当时国际上概率论前沿研究的重要方向。王老师始终紧随学科的近代发展步伐，力求在科学研究的重要前沿，开荒辟地，作出崭新的开创性的成果，以带动国内一批学者在刚开垦的荒地上辛勤耕耘。这是王老师的数学研究的一个重大特色。

50年代末至60年代，王老师主要研究生灭过程的构造和它的积分型泛函的分布。差不多在同时，W. Feller用纯分析方法研究了生灭过程的构造，其论文发表于1959年，但只构造了一部分生灭过程。1958年，王老师发表了论文“全部生灭过程的分类”，构造了全部的生灭过程，所用的方法是由王老师首创的概率方法——过程轨道的极限过渡法。在此基础上，王老师又首创差分方法，尔后又用递推方法，以研究生灭过程的泛函分布和其他性质。在这一时期，他还发表了另一交叉课题的论文《随机泛函分析引论》。这是国内较系统地介绍、论述、研究随机泛函分析的第一篇文章。现在，这一方向在国内的

研究很活跃，并且取得了丰硕的成果。

60年代初，王老师还将原苏联数学家 E. Б. Дынкин (后来移居美国并成为美国科学院院士) 的书《马尔可夫过程论基础》译成中文出版，该书总结了当时的苏联概率论学派在马尔可夫过程论研究方面的新成就，推动了我国对马尔可夫过程的研究。

60年代后期，王老师研究一般马尔可夫过程的通性，如零壹律，常返性，Martin 边界与过份函数等。其中一个有趣的结论是：对于某些马尔可夫过程，过程常返等价于此过程的每一个有限的过份函数是常数；而过程的强零壹律成立等价于过程的每一个有界调和函数是常数。后来，西方同行也得到类似的结果。

70年代，由于众所周知的原因，王老师停下理论研究而转向数学的实际应用。主要是从事地震统计预报和在计算机上模拟随机过程。他和同事们首创了“地震的随机转移预报方法”和“利用国外大震以报国内大震的相关区方法”，取得了实际效果，也发表了一些实际应用方面的论文。作为代表，我们选了与本书其他各篇风格相近的第15篇编入。

80年代初，马尔可夫过程与位势理论的关系在国际上是热门课题。王老师的研究工作放在布朗运动与古典位势方面，发表了一系列论文。特别地，他求出了自原点出发的 $d(\geq 3)$ 维布朗运动末离球的时间的分布。这是一个新发现的概率分布，在此之前尚未见到过。这个分布的形式很简单。R. K. Gettoor 也独立地得到同样的结果。此外，王老师还证明了：从原点出发的布朗运动对于球面的首中点分布和末离点分布是相同的，它们都是球面上的

均匀分布. 这一结果有很强的直观解释: 由于布朗运动的“对称性”和球面的对称性, 首中点是球面上的均匀分布是易于理解的; 但如果把时间倒逆, 从原点出发的布朗运动就变成从无穷远点出发的布朗运动了, 以原点为中心的球面也可以看成是以无穷远点为中心的球面, 原先的末离就变成首中了. 既然首中点有球面上的均匀分布, 那么末离点也应当有球面上的均匀分布了.

80年代后期, 王老师研究多参数马尔可夫过程. 他关于多参数马尔可夫过程的开创性的研究工作, 掀起和推动了国内对于多参数马尔可夫过程的研究. 他的主要工作是最早引进多参数 d 维(及无穷维) Ornstein-Uhlenbeck 过程 (OUP_d^d , OUP_n^∞) 的定义并研究其性质. 这类过程后来引起一些人的兴趣, 从而出现许多研究这类过程的论文, 并取得了深刻的结果. 湖南科技出版社 1996 年出版的杨向群、李应求的专著《两参数马尔可夫过程论》, 就是在王老师开垦的荒地上耕耘出来的.

90年代初, 王老师和他的同事以及研究生对国际上的重要新课题——“超过程”——发生了浓厚的兴趣, 并取得一些成果. 特别是他的年青的同事和学生们做了许多很好的工作, 有的达到国际前沿水平. 与此同时, 王老师对哲学中一些基本问题, 如偶然性、必然性、混沌之间的关系, 也有浓厚的兴趣, 发表了一些很有见地的论文.

特别值得提出的是, 王老师不仅对数学的专门方向和马尔可夫过程有深入的研究和贡献, 对一些哲学问题有独到的见解, 而且对整个数学, 特别是今日数学, 也有精辟的、正确而全面的认识. 因此, 我们把王老师受中国科学院数学物理学部的委托, 撰写的《今日数学及其应

用》也编入本书。该文赢得了广泛而众多的读者的欢迎，使人们对今日数学的特点和状况，及其在国家富强中的作用，有了更全面、更深刻、更明确、更近代的了解；更加深刻地感受到，数学的发展是一件国家大事，今日数学在自然科学、社会科学、高新技术中的重要地位和作用，在各个领域中的广泛应用，以及在推动生产力发展和国家富民强中的重大作用。文章中正确、新颖观点，丰富、实际的事例，清新、明快的笔调，形象、生动的语言，使读者阅读后感到是一种高级的享受。

三

以俄国数学家 A. A. Марков 的名字命名的随机过程，王梓坤老师于 1958 年首次将它引入我国时，译为马尔科夫过程。后来国内一些学者也称为马尔可夫过程，马尔柯夫过程，Markov 过程，甚至简称为马氏过程。现在国家统一规范为马尔可夫过程，或直接用 Markov 过程。

在编辑本书的过程中，我们较全面地了解到王老师对马尔可夫过程在中国的引入、传播和研究中所作出的贡献，更深刻地了解到我们的老师做了这么多开创性的、高水平的成果，为我国的科学和教育事业作出了如此巨大的贡献！王老师的著述是丰富的，除了数学论文外，还有大量的关于科学普及、科学研究方法及其他方面的文章。借此机会，我们向王老师取得的成就表示庆贺！同时，我们这些有幸得到王老师直接教诲的学生们，再次向老师表示衷心的感谢。今年 4 月 30 日，是王老师的寿辰。我们祝王老师健康长寿！

本书的出版得到湖南科学技术出版社的大力支持。出版社领导非常重视和关心本书的出版。编审胡海清先生从本书的策划，具体的编排，到文字的推敲和校对，都作了巨大的努力。我们向湖南科学技术出版社和胡海清先生表示深挚的谢意。

湖南岳阳宾馆的领导刘文一、刘飞龙等领导和职工得知我们正在编辑著名数学家和科普作家、中国科学院院士的书，表现出极大的热情，为我们提供了优越的工作环境和热情周到的服务。我们在岳阳宾馆高高的楼层上，抬头望见碧波荡漾的洞庭湖和被誉称为白银盘里一青螺的君山岛，心旷神怡，工作效率极高。岳阳市是湘北明珠，是范仲淹千古名篇“岳阳楼记”描述的地方。我们感谢岳阳宾馆的同志们，对他们尊重科学、尊师重教的精神表示钦佩！

本书还得到许多人士多方面的支持和帮助。我们向罗守军、葛余博、张健康、陈雄、王弘、赵志如、张春生、王永进、张新生、郭军义、赵学雷、叶俊、李增沪、欧庆岭、鲍玉芳、唐加山、洪文明、坚雄飞、陈兰惠等先生和女士们表示感谢！

本书编辑小组

楊向群

吳榮

刘文

施仁傑

李增南

胡海清

1999年4月

编辑小组

杨向群 吴 荣 刘 文 施仁杰 李志阐 胡海清



Wang Zikun

王梓坤, 1929年4月30日生于湖南省零陵县, 在湖南衡阳发家, 后回到江西省吉安继续读书。高中毕业后, 1948年在湖南长沙考取了武汉大学数学系。现任北京师范大学数学系、汕头大学数学所教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 他是一位对我国的教育事业和科学事业作出卓越贡献的数学家和教育家。王梓坤于1952年武汉大学数学系毕业, 然后在南开大学工作32年, 1984至1989年任北京师范大学校长。1958年在莫斯科大学获得副博士学位。1988年获澳大利亚麦克里大学名誉科学博士学位。1981年任美国康奈尔大学访问教授。王梓坤是将马尔可夫过程研究引入我国的先行者, 一生致力于马氏过程的研究, 论文多具开创性, 成果甚多, 著作甚丰, 除论文外, 数学方面的著作有:《概率论基础及其应用》, 《随机过程论》, 《生灭过程与马尔科夫链》, 《概率统计预报》, 《布朗运动与位势》, 王梓坤在科学方法论和科普方面发表许多文章, 著有《科学发现纵横谈》, 《科海泛舟》。王梓坤三次被评为天津市劳动模范, 被授予“国家有突出贡献专家”, “建国以来成绩突出的科普作家”, 曾获国家自然科学基金, 国家教委科技进步奖, 全国新长征优秀科普作品奖, 曾宪梓教育基金会全国师范学院校教师奖等多种奖项。

王梓坤

• 目录 •

第 1 卷 生灭过程理论	(1)
第 1 篇 全部生灭过程的分类	(5)
第 2 篇 生灭过程构造论	(15)
2.1 概述	(15)
2.2 基本特征数的概率意义	(18)
2.3 Doob 过程的变换	(22)
2.4 连续流入不可能的充要条件	(29)
2.5 一般 Q 过程变换为 Doob 过程	(34)
2.6 $S < \infty$ 时 Q 过程的构造	(38)
2.7 方程组的非负解与结果的深化	(50)
2.8 $S = \infty$ 时 Q 过程的构造	(56)