高中数学

龙门专题

排列 组合 二项式定理

（修订版）

傅荣强 主编

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + \cdots + C_n^r a^{n-r} b^r + \cdots + C_n^n b^n$$

$$(n \in N)$$

龍門書局

龙门专题

排列 组合 二项式定理

（修订版）

主　编　傅荣强
本册主编　朱　岩　孙华清
韩丽云　张　博

龍門書局

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64033640 13501151303（打假办）

邮购电话：(010)64000246

（修订版）

排列 组合 二项式定理

傅荣强 主编

责任编辑 王 敏 乌 云

龍門書局 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

化工出版社印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2001年11月修订版 开本：880×1230 A5

2002年7月第七次印刷 印张：5 1/4

印数：130 001-160 000 字数：194 000

ISBN 7-80160-136-X/G·172

定 价：6.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　　言

参考书几乎是每一位学生在学习过程中必不可少的。如何发挥一本参考书的长效作用,使学生阅读后,能更透彻、迅速地明晰重点、难点,在掌握基本的解题思路和方法的基础上,举一反三、触类旁通,这是教参编者和读者共同关心的问题。这套《龙门专题》,就是龙门书局本着以上原则组织编写的。它包括数学、物理、化学、生物四个学科共计55种,其中初中数学12种,高中数学12种,初中物理5种,高中物理7种,初中化学4种,高中化学10种,高中生物5种。

本套书在栏目设置上,主要体现了循序渐进的特点。每本书内容分为两篇——“基础篇”和“综合应用篇”(高中为“3+X”综合应用篇)。“基础篇”中的每节又分为“知识点精析与应用”、“视野拓展”两个栏目。其中**“知识点精析与应用”**着眼于把基础知识讲透、讲细,帮助学生捋清知识脉络,牢固掌握知识点,为将成绩提高到一个新的层次奠定扎实的基础。**“视野拓展”**则是在牢固掌握基础知识的前提下,为使学生成绩“更上一层楼”而准备的。需要强调的是,这部分虽然名为“拓展”,但仍然立足于教材本身,主要针对教材中因受篇幅所限言之不详,但却是高(中)考必考内容的知识点(这类知识点,虽然不一定都很难,但却一直是学生在考试中最易丢分的内容),另外还包括了一些不易掌握、失分率较高的内容。纵观近年来高(中)考形势,综合题与应用题越来越多,试行“3+X”高考模式以后,这一趋势更加明显。“综合应用篇”正是为顺应这种形势而设,旨在提高学生的综合能力与应用能力,使学生面对纷繁多样的试题,能够随机应变,胸有成竹。

古人云:授人以鱼,只供一饭之需;授人以渔,则一生受用无穷。这也是我们编写这套书的宗旨。作为龙门书局最新推出的《龙门专题》,有以下几个特点:

1. *以“专”为先*　本套书共计55种,你尽可以根据自己的需要从

中选择最实用、最可获益的几种。因为每一种都是对某一个专题由浅入深、由表及里的诠释，读过一本后，可以说对这个专题的知识就能够完全把握了。

2. *讲解细致完备* 由于本套书是就某一专题进行集中、全面的剖析，对知识点的讲解自然更细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识，能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小，更易于理解和记忆。

3. *省时增效* 由于“专题”内容集中，每一本书字数相对较少，学生可以有针对性地选择，以实现在较短时间里对某一整块知识学透、练透的愿望。

4. *局限性小* 与教材“同步”与“不同步”相结合。“同步”是指教材中涉及的知识点本套书都涉及，并分别自成一册；“不同步”是指本套书不一定完全按教材的章节顺序编排，而是把一个知识块作为一个体系来加以归纳。如归纳高中立体几何中的知识为四个方面、六个问题，即“点、线、面、体”和“平行、垂直、成角、距离、面积、体积”。让学生真正掌握各个知识点间的相互联系，从而自然地连点成线，从“专题”中体味“万变不离其宗”的含义，以减小其随教材变动的局限性。

5. *主次分明* 每种书的前面都列出了本部分内容近几年在高考中所占分数的比例，使学生能够根据自己的情况，权衡轻重，提高效率。

本套书的另一特点是充分体现“减负”的精神。“减负”的根本目的在于培养新一代有知识又有能力的复合型人才，它是实施素质教育的重要环节。就各科教学而言，只有提高教学质量，提高效率，才能真正达到减轻学生负担的目的。而本套书中每本书重点突出，讲、练到位，对于提高学生对某一专题学习的相对效率，大有裨益。这也是本书刻意追求的重点。

鉴于本书立意的新颖，编写难度很大，又受作者水平所限，书中难免有疏漏之处，敬请不吝指正。

编　者

2001年11月1日

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

编委会（高中数学）

（修订版）

总策划　龙门书局

主编　傅荣强

编委　王家志　傅荣福　常青　朱岩　刘贞彦　王文彦

执行编委　王敏

目　录

第一篇　基础篇

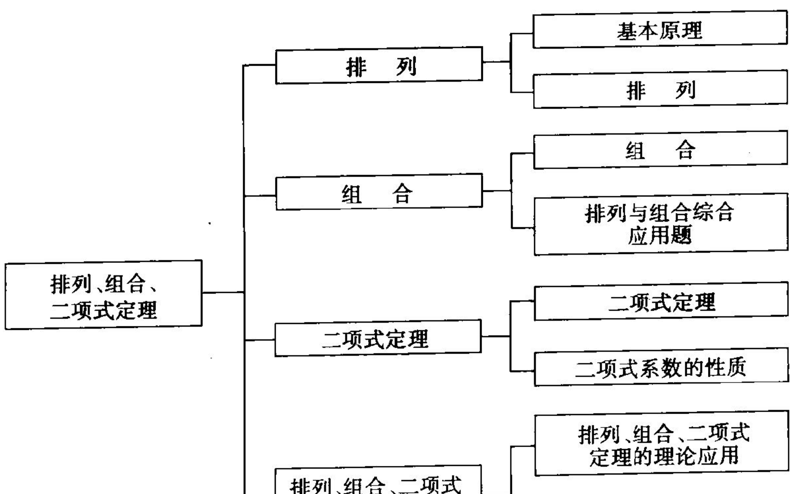
数学是研究现实世界空间形式和数量关系的学科，简说研究“数”与“形”的学科.

排列、组合的本质是研究“从 n 个不同的元素中，任取 m（$m\leqslant n$）个元素，有序与无序摆放的各种可能性”. 区别排列与组合的标志是“有序”与“无序”.

解答排列、组合问题的思维模式有二：其一是看问题是有序的还是无序的？有序用“排列”，无序用“组合”；其二是看问题需要分类还是需要分步？分类用“加法”，分步用“乘法”.

二项式定理揭示了二项展开式 $(a+b)^n=C_n^0a^nb^0+C_n^1a^{n-1}b^1+\cdots+C_n^ra^{n-r}b^r+\cdots+C_n^na^0b^n$ 的规律性，即每一项都具有 $T_{r+1}=C_n^ra^{n-r}b^r$ 的形式.

本书知识框图



第一讲 排列

本讲知识框图

- 排　列
  - 基本原理
    - 加法原理
    - 乘法原理
  - 排　列
    - 排列的定义
    - 排列数的定义
    - 排列数公式

1.1 基本原理

重点难点归纳

重点　①加法原理，乘法原理．②复合事件的分类与分步．

难点　复合事件的分类与分步．

本节需掌握的知识点　①加法原理，乘法原理．②复合事件分类的两条基本原则．

知识点精析与应用

【知识点精析】

1．加法原理

做一件事，完成它可以有 n 类办法，在第一类办法中有 m_1 种不同的方法，在第二类办法中有 m_2 种不同的方法，……，在第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_n$ 种不同的方法．

2. 乘法原理

做一件事，完成它需要分成 n 个步骤，做第一步有 m_1 种不同的方法，做第二步有 m_2 种不同的方法，……，做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$ 种不同的方法.

3. 加法原理的集合表述形式

做一件事，完成它的办法用集合 S 表示，S 被划分成 n 类办法分别用集合 S_1，S_2，…，S_n 表示，即 $S=S_1\cup S_2\cup\cdots\cup S_n$，且 $S_i\cap S_j=\varnothing(i\neq j;\ i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$，$S_1$，$S_2$，…，$S_n$ 中分别有 m_1，m_2，…，m_n 种不同的方法，即集合 S_1，S_2，…，S_n 中分别含有 m_1，m_2，…，m_n 个元素，那么完成这件事共有的方法，即集合 S 中元素的个数为

$$m_1+m_2+\cdots+m_n.$$

$S_1,S_2,\cdots,S_n$ 的并集等于全集 S，任意两个的交集等于空集 $\varnothing$.

加法原理的文恩氏图表示见图 1－1.

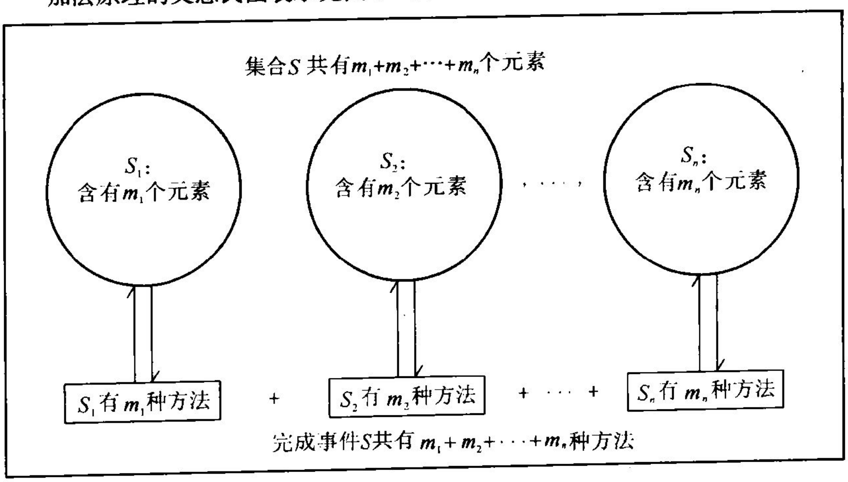


图 1-1

4. "分类"与"分步"，应该如何理解？

先分类后分步，不漏不重.

(1) 分类："做一件事，完成它可以有 n 类办法"，这是对完成这件事的所有办法的一个分类. 分类时，首先要根据问题的特点确定一个适合于它的分类标准，然后在这个标准下进行分类；其次，分类时要注意满足两条基本原则：①完成这件事的任何一种方法必须属于某一类；②分别属于不同两类的两种方法是不同的方法. 只有满足这两条基本原则，才可以保证集合形式表述的加法原理的"$S=S_1\cup S_2\cup\cdots\cup S_n$，$S_i\cap S_j=\varnothing$"两条基本原则，前者保证完成这件

事的方法不遗漏，后者保证不重复，即使用加法原理的“不漏不重”.

解答排列、组合问题，最可怕的就是“遗漏，重复”.

（2）分步：“做一件事，完成它需要分成 n 个步骤”，这是说完成这件事的任何一种方法，都要分成 n 个步骤. 分步时，首先要根据问题的特点，确定一个可行的分步标准；其次，步骤的设置要满足完成这件事必须并且只需连续完成这 n 个步骤后，这件事才算最终完成.

分步的精髓在于步骤的“连续”与“独立”，“连续”确保问题不遗漏，“独立”确保问题不重复

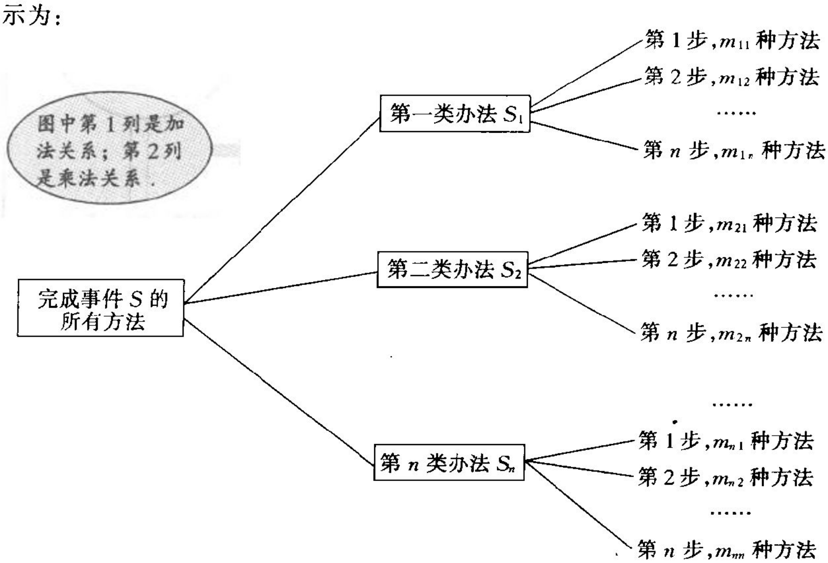
5. 加法原理与乘法原理，如何选用？

分类：用加法原理；分步：用乘法原理.

两个原理的区别在于一个和分类有关，一个与分步有关. 如果完成一件事有 n 类办法，这 n 类办法彼此之间是相互独立的，无论哪一类办法中的哪一种方法都能单独完成这件事，求完成这件事的方法种数，就用加法原理；如果完成一件事需要分成 n 个步骤，缺一不可，即需要依次完成所有的步骤，才能完成这件事，而完成每一个步骤各有若干种不同的方法，求完成这件事的方法种数就用乘法原理.

通常把完成题设事件 S 的所有方法分为若干类 S_1，S_2，…，S_n（见图 1-1)，然后在同一类中，再将完成事件的方法分成若干连续独立步，在每一类中使用乘法原理，在所有类中使用加法原理. 这一程序可用下面的框图表示为：

图中第 1 列是加法关系；第 2 列是乘法关系.



于是完成事件 S 共有 $(m_{11}\ m_{12}\cdots m_{1n})+(m_{21}\ m_{22}\cdots m_{2n})+\cdots+(m_{n1}\ m_{n2}\cdots m_{nn})$ 种不同的方法.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

【解题方法指导】

1. 加法原理问题

[例 1] 高三一班有学生 50 人，男 30 人，女 20 人；高三二班有学生 60 人，男 30 人，女 30 人；高三三班有学生 55 人，男 35 人，女 20 人.

(1) 从高三一班、或二班、或三班中选一名学生任校学生会主席，有多少种不同的选法?

(2) 从高三一班、二班男生中，或从高三三班女生中选一名学生任校学生会体育部长，有多少种不同的选法?

解 (1) $50+60+55=165$ (种). 即所求选法有 165 种.

(2) $30+30+20=80$ (种). 即所求选法有 80 种.

[例 2] 三边长均为整数，且最大边长为 11 的三角形的个数为(　　).

A.25　　B.26　　C.36　　D.37

解 另两边边长用 x、y 表示，且不妨设 $1\leqslant x\leqslant y\leqslant 11$. 要构成三角形，必须 $x+y\geqslant 12$.

当 y 取值 11 时，$x=1, 2, 3, \cdots, 11$，可有 11 个三角形.

当 y 取值 10 时，$x=2, 3, \cdots, 10$，可有 9 个三角形.

……

当 y 取值 6 时，x 也只能取 6，只有一个三角形.

$\therefore$所求三角形的个数为 $11+9+7+5+3+1=36$.

故选 C.

$\because x\leqslant y$，假设 $x\leqslant 5$，则 $x+y\leqslant 11$，这与 $x+y\geqslant 12$ 矛盾.

2. 乘法原理问题

[例 3] 用数字 1，2，3 可以组成多少个四位数?

分析 完成这件事可分为四个步骤：第一步确定千位数，第二步确定百位数，第三步确定十位数，第四步确定个位数. 这四步依次完成了，这件事就完成了. 所以可用乘法原理求解.

解 要组成一个四位数可以分成四个步骤：第一步确定千位上的数字，从 3 个数字里任选一个数字，共有 3 种选法；第二步确定百位上的数字，依题意数字允许重复，仍有 3 种选法；第三步确定十位数字，同理，也有 3 种选法；同理，第四步，也有 3 种选法，根据乘法原理得到可以组成的四位数的个数是：

$$N=3\times3\times3\times3=3^4=81.$$

[例 4] 五名旅客在三家旅店投宿的方法有多少种?

分析 完成这件事，可分成五个步骤：这五个步骤依次是：安排旅客 A，安排旅客 B，安排旅客 C，安排旅客 D，安排旅客 E，这五步完成了，这件事就完成了，因此可用乘法原理.

解 完成这件事，可分成五个步骤：第一步安排旅客 A，有 3 种投宿方法，同理第二步，第三步，第四步，第五步都各自有 3 种方法，根据乘法原理，得到五名旅客在三家旅店投宿的方法有

$$N=3\times3\times3\times3\times3=3^5=243\ (种).$$

[例 5] 用 5 种不同的颜色给图中 A、B、C、D 四个区域涂色，规定每个区域只涂一种颜色，相邻区域颜色不同，求有多少种不同的涂色方法？

解 分四个步骤来完成涂色这件事.

涂 A 有 5 种涂法；

涂 B 有 4 种方法；

涂 C 有 3 种方法；

涂 D 有 3 种方法(还可以使用涂 A 的颜色).

根据乘法原理共有 $5\times4\times3\times3=180$ 种涂色方法.

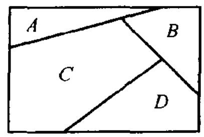


图 1－2

[例 6] (1) 将 4 封信投入 3 个邮筒，有多少种不同的投法？

(2) 3 位旅客，到 4 个旅馆住宿，有多少种不同的住宿方法？

(3) 8 本不同的书，任选 3 本分给 3 个同学，每人一本，有多少种不同的分法？

解 (1) 分四步. 每一封信都有 3 种不同的投法，所以共有不同的投法 $N=3\times3\times3\times3=3^4$ (种).

(2) 分三步. 每位旅客都有 4 种不同的住宿方法，所以共有不同的方法 $N=4\times4\times4=4^3$(种).

(3) 分三步. 每位同学取书一本，第 1，2，3 个同学分别有 8，7，6 种取法，所以共有不同分法 $N=8\times7\times6=336$ (种).

[例 7] 在 3 张卡片的正反两面上，分别写着 1 和 2，4 和 5，7 和 8，将它们并排组成三位数，共有多少个不同的三位数？

解 每张卡片都分正反两面，三张卡片朝上出现的数字都有两种情况，共 $2\times2\times2=8$ 种情况. 如 1，4，7 是这 8 种情况中的一种，由这三个数字可组成的三位数的个数是：$3\times2\times1=6$，具体写出来是：147，174，417，471，714，741. 所以可组成的三位数共有 $N=(2\times2\times2)\times(3\times2\times1)=48$ (个).

[例 8] 从 $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$ 中，任取 3 个不同的数作为抛物线方程 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$的系数，如果抛物线过原点，且顶点在第一象限，则这样的抛物线共有多少条？

解 由抛物线过原点，得 $c=0$，顶点在第一象限，得 $a<0$，$b>0$. 分三步，$a=-3,-2,-1$；$b=1,2,3$；$c=0$. 所以抛物线的条数 $N=3\times3\times1=9$ (条).

点评 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过原点，且顶点在第一象限，a、b、c 应满足

$$\begin{cases} 0=a\times 0^2+b\times 0+c, \\ -\dfrac{b}{2a}>0, \\ \dfrac{4ac-b^2}{4a}>0. \end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases} c=0, \\ a<0, \\ b>0. \end{cases}$$

[例 9] 由 0，1，2，…，9 十个数码可组成

(1) 多少个不同的复数？

(2) 多少个不同的实数？

(3) 多少个不同的虚数？

(4) 多少个不同的纯虚数？

在 $a+bi$ 中，$b=0$ 时，$a+bi$ 是实数．$a+bi$ 何时是虚数、纯虚数？(3)、(4)不就解决了吗．

解 该题均由 $a+bi$ 的形式确定，都分两步．

(1) a、b 均可取十个数码，共有不同的复数 $N=10\times 10=100$（个）．

(2) a 可取十个数码，$b=0$，共有不同的实数 $N=10\times 1=10$（个）．

(3) a 可取十个数码，$b\neq 0$，共有不同的虚数 $N=10\times 9=90$（个）．

(4) $a=0$，$b\neq 0$，共有不同的纯虚数 $N=1\times 9=9$（个）．

以上各小题由实部 a 和虚部 b 的可取值而定，a、b 各自独立确定，两个步骤与先后顺序无关，其中复数的个数为实数、虚数个数的和．

[例 10] 甲、乙两个正整数的最大公约数为 60，则甲、乙两数的公约数共有多少个？

解 由 $60=2^2\times 3\times 5$，甲、乙两数的公约数形如：2^m，3^n，5^p，其中 $m\in\{0, 1, 2\}$，$n\in\{0, 1\}$，$p\in\{0, 1\}$，所以有公约数 $N=3\times 2\times 2=12$（个）．

点评 完成一个事件，“类”是独立的，“步”是其中必要步骤之一，不是独立的．

分类的情况必相加，分步的情况必相乘，对此一定要深刻理解，准确应用．

[例 11] 3 张 1 元币、4 张 1 角币、1 张 5 分币、2 张 2 分币，可组成多少种不同的币值(一张不取，即 0 元 0 角 0 分不计在内)？

解 分币可组成 0 分、2 分、4 分、5 分、7 分、9 分六种币值；角币可组成 0 角、1 角、2 角、3 角、4 角五种币值；元币可组成 0 元、1 元、2 元、3 元四种币值，所以它们可组成 $4\times 5\times 6-1=119$ 种币值．

减去 1，是去掉 0 元 0 角 0 分的情况．

3．加法原理与乘法原理综合问题

[例 12] 一个三层书架，分别放置语文书 12 本，数学书 14 本，英语书 11 本．

(1) 从中取出 1 本书，共有多少种不同的取法？

(2) 从中取出语文、数学、英语书各一本，有多少种不同的取法？

(3) 从中取出 2 本书，且语文、数学、英语每种只能选一本，有多少种不

同的取法？

解　(1) 分三类，共有不同取法 $N=12+14+11=37$（种）.

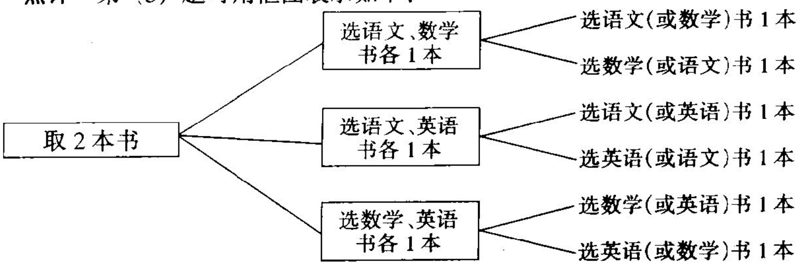
12是取到语文书的情况.

(2) 分一类三步，共有不同取法 $N=12\times14\times11=1848$（种）.

各取1本,这件事才算完成.12、14、11依次是取到语文、数学、英语书的情况.

(3) 分三类，每类分两步．从语文、数学书中各选1本，有 12×14 种不同的选法，从语文、英语书中各选1本，有 12×11 种不同的选法；从数学、英语书中各选1本，有 14×11 种不同的选法．所以共有不同的选法 $N=12\times14+12\times11+14\times11=454$（种）.

点评　第(3)题可用框图表示如下：



[例13] 现有高一四个班学生34人，其中一、二、三、四班各7人、8人、9人、10人，他们自愿组成数学课外小组.

(1) 选其中一人为负责人，有多少种不同的选法？

(2) 每班选一名组长，有多少种不同的选法？

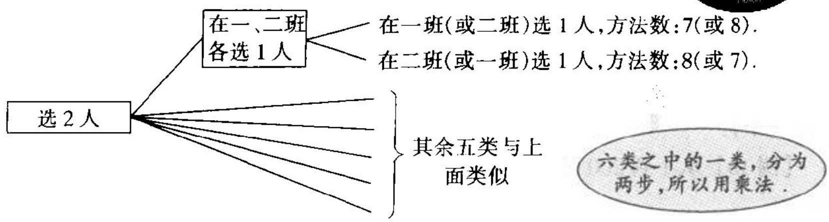
(3) 推选二人作中心发言，这二人需来自不同的班级，有多少种不同的选法？

解　(1) 分四类，第一类，从一班学生中选1人，有7种选法；第二类，从二班学生中选1人，有8种选法；第三类，从三班学生中选1人，有9种选法；第四类，从四班学生中选1人，有10种选法，所以共有不同的选法 $N=7+8+9+10=34$（种）.

(2) 分一类四步，第一、二、三、四步分别从一、二、三、四班学生中选一人任组长，所以共有不同的选法 $N=7\times8\times9\times10=5040$（种）.

(3) 分六类，每类又分两步．从一、二班学生中各选1人，有 7×8 种不同的选法；从一、三班学生中各选1人，有 7×9 种不同的选法；从一、四班学生中各选1人，有 7×10 种不同的选法；从二、三班学生中各选1人，有 8×9 种不同的选法；从二、四班学生中各选1人，有 8×10 种不同的选法；从三、四班学生中各选1人，有 9×10 种不同的选法，所以共有不同的选法 $N=7\times8+7\times9+7\times10+8\times9+8\times10+9\times10=431$（种）.

点评　第(3)题可用框图表示如下：



[例 14] 一个口袋内装有 5 个小球，另一个口袋内装有 4 个小球，所有这些小球的颜色互不相同.

(1) 从两个口袋内任取一个小球，有多少种不同的取法?

(2) 从两个口袋内各取一个小球，有多少种不同的取法?

分析 欲完成从两个口袋内任取一个小球这件事，可有两类办法：或从第一个口袋内取，或从第二个口袋内取，都能完成这件事，所以第(1)题可用加法原理来解. 欲完成从两个口袋内各取一个小球，需分二个步骤：第一步，在第一个口袋内任取 1 个小球；第二步，在第二个口袋内任取 1 个小球，两个步骤都完成了这件事就完成了，因此第(2)题用乘法原理.

解 (1) 从两个口袋内任取 1 个小球，有两类办法：第一类办法是从第一个口袋内任取 1 个小球，可以从 5 个小球中任取 1 个，有 5 种方法；第二类办法是从第二个口袋内取小球，可以从 4 个小球中任取 1 个，有 4 种方法，根据加法原理，得到不同的取法的种数是 $N=5+4=9$ (种).

(2) 从两个口袋内各取 1 个小球，可以分成两个步骤来完成：第一步，从第一个口袋内取 1 个小球，有 5 种方法；第二步，第二个口袋内取 1 个小球，有 4 种方法. 根据乘法原理，所求不同的取法的种数是 $N=5\times4=20$ (种).

点评 *在用两个原理解决问题时，一定要分清完成这件事，是有 n 类办法还是需分成 n 个步骤. 应用加法原理必须要求各类中的每一种方法都保证完成这件事. 应用乘法原理则是需各步均是完成这件事必须经由的若干彼此独立的步骤.*

[例 15] (1) 由数字 1，2，3 可组成多少个三位数?

(2) 由 0，1，2，…，9 十个数字可组成多少个不同的四位数码(数字可重复出现)?

(3) 由 0，1，2，…，9 十个数字可组成多少个不同的七位数码(数字可重复出现)?

解 (1) 分三步，先确定百位数，可从 1，2，3 三个数字中任选一个，有三种不同的方法；再确定十位数，仍可从 1，2，3 三个数字中任选一个，也有三种不同的方法；最后确定个位数，也有三种不同的方法. 所以共有三位数 $N=3\times3\times3=27$ (个).

(2) 分四步完成，依次确定四个不同位置的数码，而每个位置都可有不同

的十种选法，所以共有不同的四位数码 $N=10\times10\times10\times10=10^4$（个）.

（3）分七步完成，所求七位数码共有 $N=10\times10\times10\times10\times10\times10\times10=10^7$（个）.

数码 0，可在首位

［例 16］从 1 到 200 的正整数中，各个数位上都不含有数字 8 的正整数有多少个？

分析 根据题意，可分成三类：第一类是考虑一位数中有多个不含有数字 8 的数；第二、三类分别考虑二位数中和三位数中各有多少个不含有数字 8 的数，所以可用加法原理来解.

解 分三类来解决这个问题. 第一类：一位数中除 8 以外符合要求的数有 8 个；第二类：二位数中，十位数字除 0，8 以外有 8 种选法，个位上数字除 8 以外有 9 种选法，所以二位数中有 $8\times9=72$ 个数符合要求；第三类：三位数中，百位数字为 1，十位数字和个位上数字除 8 以外均有 9 种情形符合要求. 根据加法原理得：从 1 到 200 的正整数中不含有数字 8 的有 $N=8+72+81+1=162$（个）.

式中 1 表示百位数字为 2，即 200 时的情况.

［例 17］用 0，1，2，3，4，5 这六个数字：

（1）可以组成多少个数字不重复的三位数？

（2）可以组成多少个数字允许重复的三位数？

（3）可以组成多少个数字不允许重复的三位奇数？

（4）可以组成多少个数字不重复的小于 1000 的正整数？

（5）可以组成多少个大于 3000，小于 5421 的没有重复数字的四位数？

解 （1）分三步：先选百位数字，由于 0 不能作百位数字，因此有 5 种选法；十位数字有 5 种选法；个位数字有 4 种选法. 由乘法原理知，所求不同三位数共有 $5\times5\times4=100$ 个.

（2）分三步：百位数字有 5 种选法；十位数字有 6 种选法；个位数字有 6 种选法. 由乘法原理知，所求三位数共有 $5\times6\times6=180$ 个.

（3）分三步：先选个位数字，有 3 种选法；再选百位数字，有 4 种选法；选十

奇数的个位数字是奇数，在 1,3,5 中选 1 个.

位数字也是 4 种选法. 由乘法原理知，所求三位奇数共有

$$3\times4\times4=48 \text{ 个}.$$

1，3，5 中已经有 1 个被选在个位上，0 又不能作百位数字.

（4）分三类：一位数共有 5 个；两位数共有 $5\times5=25$ 个；三位数共 $5\times5\times4=100$ 个. 由加法原理知，小于 1000 的正整数共有 $5+25+100=130$ 个.

（5）分 4 类：千位数字为 3，4 之一时，共有 $2\times5\times4\times3=120$ 个；千位数字为 5，百位数字为 0，1，2，3 之一时，共有 $4\times4\times3=48$ 个；千位数字是 5，百位数字是 4，十位数字是 0，1 之一时，共有 $2\times3=6$ 个；还有 5420 也是满条件的 1 个.

所以，所求正整数共有 $120+48+6+1=175$ 个.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com