

# 控制理论基础

## 习题与解答

王显正 编

国防工业出版社

# 控制理论基础 习题与解答

王显正 编

国防工业出版社

·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

控制理论基础习题与解答/王显正编. —北京:国防工业出版社, 1995. 8

ISBN 7-118-01353-6

I . 控… II . 王… III . 控制论-教学理论-问题解答 IV .  
①0231②TP13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 11194 号

**国防工业出版社出版发行**

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

\*  
开本 787×1092 1/16 印张 26 606 千字

1995 年 8 月第 1 版 1995 年 8 月北京第 1 次印刷

印数: 1—3000 册 定价: 28.00 元

---

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

## 前　　言

《控制理论基础》自 1980 年出版以来，被全国许多高等学校选作教材。1990 年该书经过重新修订后由国防工业出版社再次出版。这期间，先后不少教师、学生和工程技术人员提出最好能再编写一本习题与解答，以帮助加深对教材内容的理解和有助于自学。这本《习题与解答》就是在这种情况下，根据多年教学的积累，在原来编写的《控制理论基础习题卡》的基础上参考国内外资料编写而成的。

本书的编排顺序与《控制理论基础》(修订版)相同。每一章首先介绍内容提要和基本公式，然后是例题与解答。例题的选择尽量做到具有代表性、结合工程实践，其中不少题给出了一题多解，以便分析对照，开拓思路。最后选编了一定数量的习题作练习，并在书后附有参考答案。全书有例题、习题近 500 题。

在编写过程中，上海交通大学陈正航副教授对全书做了审阅和校对，任锦堂教授和商享华、范崇汎副教授对本书提出了许多宝贵意见，周娟贞老师、陆唐老师对全书的文字修饰和描图做了许多工作，在此一并表示谢意。

该书可作为高等学校机械工程、液压传动、工业自动化等专业师生的教学参考书，也可作为科研、工程技术人员自学参考用书。

由于作者水平有限，书中错误和不妥之处在所难免，衷心希望广大读者批评指正。

编　　者

## 目 录

第一章 反馈控制系统的工作原理	(1)
第二章 物理系统的数学模型	(12)
第三章 频率特性	(60)
第四章 控制系统的稳定性分析	(90)
第五章 控制系统的误差分析	(129)
第六章 控制系统的瞬态响应分析	(158)
第七章 控制系统的综合和校正	(191)
第八章 根轨迹法	(253)
第九章 状态空间分析法	(295)
第十章 非线性控制系统	(339)
参考答案	(371)
附录 拉普拉斯变换表	(404)
参考文献	(407)

# 第一章 反馈控制系统的工作原理

## 一、提要与术语

### 1. 自动控制及自动控制系统

自动控制是指在没有人直接参与的情况下,利用控制器使生产过程或被控制对象的某一物理量能准确地按预期规律运动。而能够对被控对象的工作状态进行这种控制的系统就称之为自动控制系统。

### 2. 反馈控制系统工作原理

反馈控制有两个特点:一是要检测偏差;二是要用检测到的偏差去纠正偏差,所以没有偏差便没有调节过程。这一偏差是通过反馈建立起来的。故基于反馈基础上的“检测偏差用以纠正偏差”这一原理又称为反馈控制原理。

### 3. 开环控制系统与闭环控制系统

系统输出端与输入端不存在反馈回路,即输出对系统的输入不产生影响的系统称开环控制系统。反之,称为闭环控制系统。可见闭环系统就是反馈控制系统。比较两种系统可以看出:闭环系统有纠偏能力,抗干扰能力强,但结构较复杂,且稳定性始终是一个重要问题。开环系统与其恰好相反。

### 4. 反馈控制系统基本组成

系统的基本元件必须包括:控制元件、反馈元件、比较元件、放大变换元件、执行元件及控制对象。此外,为改善系统性能,有时还应采用校正元件,包括串联校正和局部反馈校正等。

### 5. 名词术语

输入信号:又称输入量、控制量或给定量。

输出信号:又称输出量、被控制量。

反馈信号:又称反馈,即从系统输出端取出一部分或全部信号加到系统输入端,这就是反馈信号。反馈信号根据对输入信号的作用及反馈的位置不同又分为正反馈和负反馈,主反馈和局部反馈。直接取自系统输出端的反馈称为主反馈,主反馈一定是负反馈。

偏差信号:又称偏差。控制信号与主反馈信号之差。

误差信号:又称误差。输出量的实际值与希望值之差。注意:偏差与误差的概念是不同的。

干扰信号:又称干扰。除控制信号以外,对系统产生影响的因素都称为干扰。

本章重点:

(1)通过例题和习题重点应搞清楚反馈控制原理,并用方块图把它表示出来。

(2)弄清名词术语的概念。

## 二、例题与解答

例 1-1 图 1-1(a)是一液面高度控制系统原理图。试画出控制系统方块图和相对应的人工操纵的液面控制系统方块图。

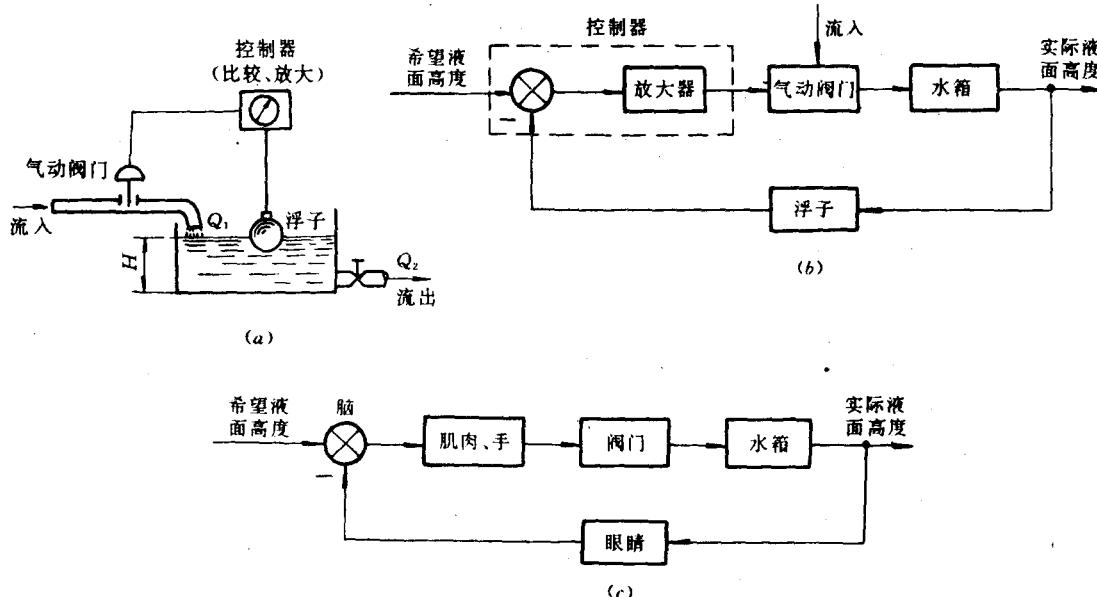


图 1-1 液面高度控制系统

(a) 原理图；(b) 控制系统方块图；(c) 相对应的人工操纵系统方块图。

解 (1) 根据系统工作原理, 绘制出系统方块图如图 1-1(b)所示。控制器在这里起比较、放大的作用, 浮子作为液面高度的反馈元件。流出的流量  $Q_2$  为系统的干扰量。

(2) 与其相应的人工操纵的液面高度控制系统方块图如图 1-1(c)所示。这里, 人的眼睛、头脑、肌肉和手, 分别相当于图 1-1(b)中的测量装置(浮子)、控制器和气动阀门。

例 1-2 如图 1-2(a)所示的手动伺服液压缸, 又称之为助力器。该伺服缸由两部分组成: 控制阀和液压缸。操纵手柄在 B 点和控制阀相铰接, 在 C 点和液压缸相连。在手柄 A 处输入一位移  $u$ , 则液压缸就有与其相对应的位移  $y$  输出。试画出系统的方块图。

解 由伺服液压缸的工作原理图可以看出: 当操纵手柄输入一微量位移  $u(t) = \overline{AA'}$  时, 这时以 C 为支点, 控制阀芯就移动  $x(t) = \overline{BB'} = \frac{b}{a+b} \overline{AA'}$  这段距离。也即滑阀的开口为  $\overline{BB'}$ 。于是压力油进入液压缸左腔, 活塞杆带动负载向右移动距离  $y(t)$ 。同时 C 点亦逐渐右移到  $C'$  点, 杠杆的支点从  $B'$  点回到  $B$  点, 其位移  $\overline{B'B} = \frac{a}{a+b} y(t)$ 。这时控制阀又关闭, 液压缸达到给定位置不再移动。可见,  $\overline{B'B}$  是反馈量, 与输入量  $\overline{BB'}$  在阀芯 B 处进行比较, 产生偏差, 实现油缸的位置控制。故这是一个用偏差进行控制的闭环系统, 系统方块图绘制如图 1-2(b)所示。

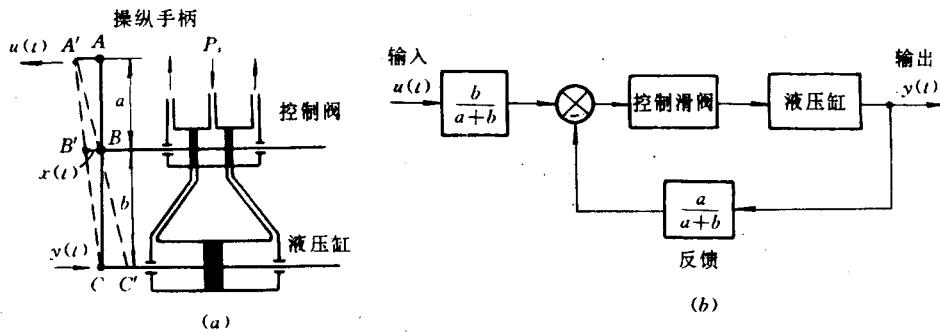


图 1-2 手动伺服液压缸  
(a)伺服液压缸工作原理图; (b)方块图。

**例 1-3** 图 1-3(a)所示为用伺服机构自动求电位差计平衡点的原理图。 $R$  为调节电阻, 调节  $R$  可使滑动电阻线  $AB$  中预先通过一定的电流。 $U_r$  为被测电压, 试画出自动平衡电位差计方块图。

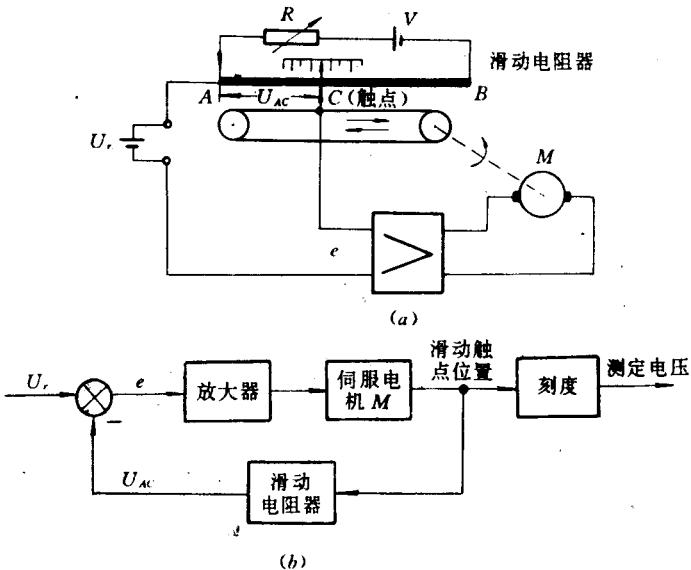


图 1-3 自动平衡式电位差计  
(a)自动平衡式电位差计工作原理图; (b)系统方块图。

**解** 由工作原理图可知: 被测电压  $U_r$  即为输入量, 它与从  $A$  点到滑动触点  $C$  之间的电压  $U_{Ac}$  之差即为误差电压。该误差经功率放大后, 供给伺服电机  $M$ 。于是电动机旋转, 其旋转的方向对应于滑动触点  $C$  左右移动。若移动到使  $e=U_r-U_{Ac}=0$ , 则伺服电机停止旋转。这时装在滑动触点  $C$  上的指针在刻度盘上指出电压值, 从而可读取被测电压  $U_r$  的值。于是, 画出系统方块图如图 1-3(b)所示。

**例 1-4** 图 1-4(a)为一发动机调速系统原理图。所要求的速度由弹簧预紧力调准。调速器的轴通过减速器以角速度  $\omega$  转动, 旋转的飞锤产生的离心力与弹簧预紧力相平衡。飞

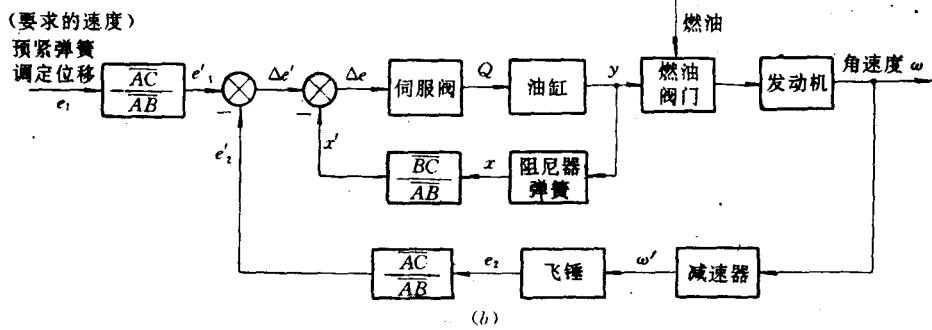
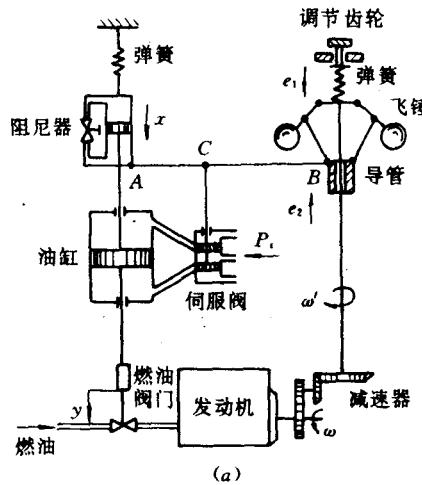


图 1-4 发动机调速系统

(a) 调速系统原理图; (b) 系统方块图。

锤旋转同时带动滑块向上位移  $e$ 。试画出系统方块图。

**解** 这是一个速度调节系统。输入量为调节螺栓给弹簧的预紧位移  $e_1$ ，输出量为发动机的角速度  $\omega$ 。通过减速器与发动机相联接的飞锤作为发动机速度的反馈元件。比较点为伺服阀的滑阀输入端  $C$ 。飞锤产生与发动机转速  $\omega$  成比例的离心力与弹簧预紧力相平衡，同时带动导管沿立轴位移  $e_2$ ，反馈量  $e_2$  与弹簧预紧位移  $e_1$  在滑阀端  $C$  进行差动，结果即为伺服阀的开口量。液压油通过伺服阀进入油缸，活塞移动即开启燃油阀门，从而实现发动机转速的调节。阻尼器与弹簧主要用来改善调节过程的动态性能。其输入是活塞位移  $y$ ，输出是阻尼器缸体位移  $x$ ，通过与缸体相连接的杠杆  $AC$  将其反馈到滑阀输入端  $C$ ，实现比较。图 1-4(b)即为绘制出的发动机调速系统方块图。

**例 1-5** 图 1-5 表示两个具有相同执行元件的火炮电液跟踪系统的结构原理图。其工作原理是：误差检测采用双读数工作在变压器状态下的自整角机线路。当装在火炮上的接收器与指令发送器给出的指令信号不一致时，接收器就将检测到的偏差信号电压经选择电路传送到放大器。并将放大了的信号送给转换元件（伺服电机或伺服阀控油缸）转换为机械信号。然后通过弹簧联接器带动立轴转动，立轴通过杠杆系统带动液压放大器的滑阀运动，液压放大器的活塞进行了力放大后，带动液压泵斜盘偏转，实现泵对液压马达的控

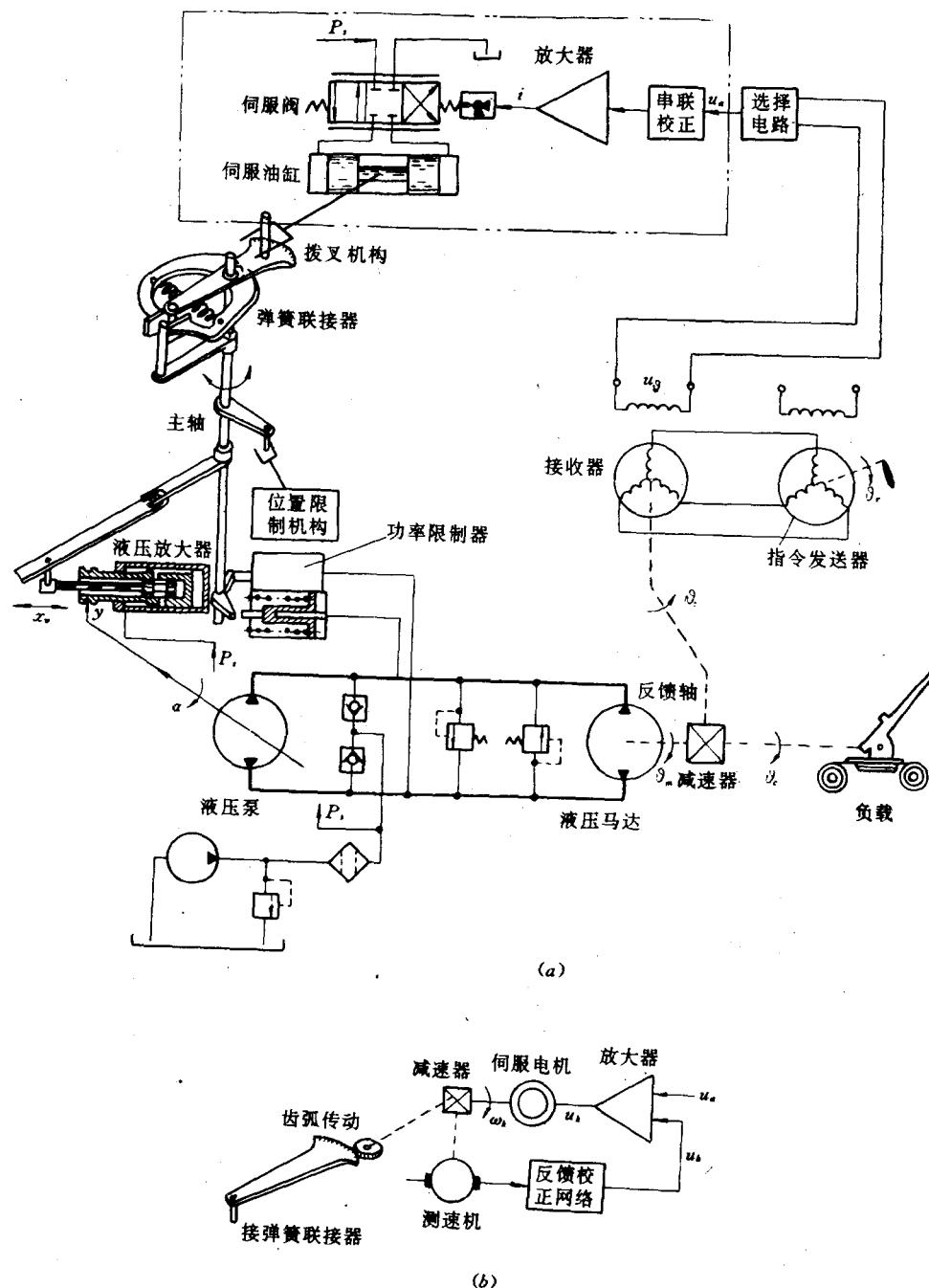


图 1-5 伺服系统结构原理图

(a) 系统 I (伺服阀作转换元件); (b) 系统 II (伺服电机作转换元件)。

制。马达带动负载火炮运动以消除失调。两个系统不同的是：图 1-5(a)表示的系统(简称系统 I )是以伺服阀作为转换元件，采用串联校正。另一个是以伺服电机作为转换元件，采用局部反馈校正的伺服系统(简称系统 II )，即用图 1-5(b)线路代替图 1-5(a)系统中的转

换元件(点划线包围部分)后组成的系统。两个系统都用于火炮的方位瞄准系统，并都采用了功率限制器和位置限制器。下面试绘出系统Ⅰ的方块图。

**解** 根据上述火炮瞄准系统的工作原理可知，系统输入信号为指令发送器转角 $\theta_i$ ，输出为火炮的方位角 $\theta_e$ 。工作在变压器状态下的自整角机接收器产生的偏差电压 $u_b$ 与误差角 $\theta = \theta_i - \theta_e$ 成比例。 $u_b$ 经放大器功率放大后控制伺服电机转速 $\omega_k$ 。伺服电机通过齿轮减速器、齿弧传动、弹簧联接器、立轴、杠杆传动带动液压放大器滑阀以 $x_v$ 运动，从而控制泵斜盘倾角 $\alpha$ ，即控制泵的排量和马达的转速 $\omega_m$ 。马达一方面带动火炮以转角 $\theta_e$ 运动，另一方面通过反馈轴将火炮的方位角 $\theta_e$ 反馈到接收器。该反馈为系统的主反馈。伺服电机通过减速器带动测速机，并经过校正网络将信号反馈给放大器。这是一局部反馈，用以改善系统的性能。根据对上述工作原理的分析，绘制出的系统方块图如图1-6所示。对于系统Ⅱ(伺服阀作为转换元件)的方块图，读者通过分析，系统方块是不难绘制的。

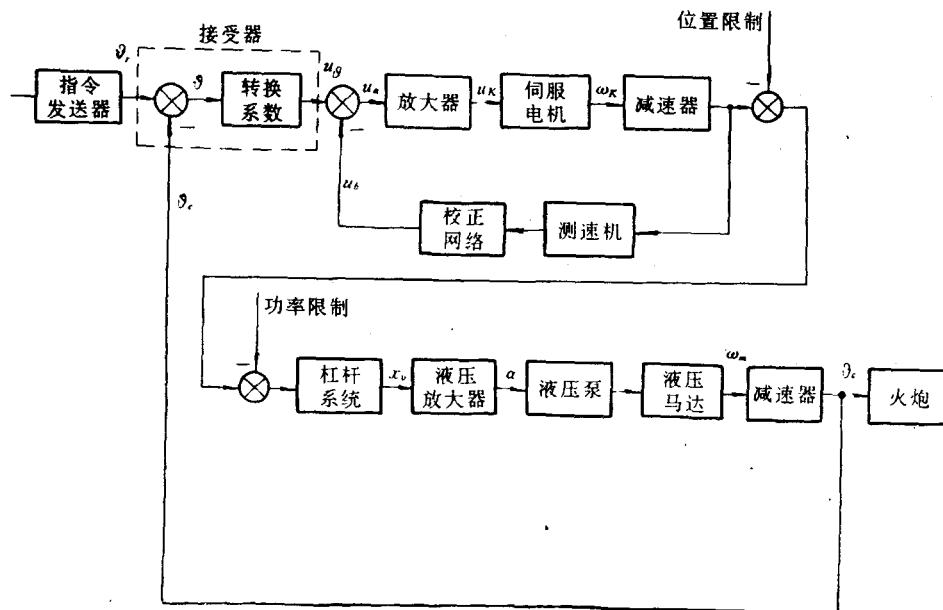


图 1-6 系统方块图(系统Ⅰ)

### 三、思考与习题

1-1 日常生活中有许多闭环和开环控制系统。试举几个具体例子，并说明它们的工作原理。

1-2 什么叫反馈？它有哪些作用？什么叫负反馈、正反馈、主反馈？为什么稳定系统的主反馈必须是负反馈？

1-3 没有主反馈的控制系统为什么被控制量会出现偏差？采用主反馈措施后为什么可以减小偏差？如果主反馈极性和给定量的极性相同会有什么结果？试通过实例加以说明。

明。

1-4 反馈控制系统由哪些元件组成?试用方块图说明其工作原理及各元件在系统中所起的作用。

1-5 试用反馈控制原理来说明司机驾驶汽车是如何进行速度控制的?画出系统方块图。

1-6 在恒值控制系统里,偏差是零而给定量不是零,试叙述其理由。

1-7 在手动控制系统里,必须要有人介入,试论述由此而产生的不良后果。

1-8 恒值控制系统和随动系统各自的特点是什么?试通过举例加以说明。

1-9 图 P1-9(a)、(b)是液面高度控制系统原理图,运行中希望液面高度  $h$  保持不变。

(1)试说明各系统的工作原理。

(2)画出各系统方块图,并说明被控对象、给定值、被控量和干扰量是什么?

(3)当用水流量  $Q_2$  变化时,各系统能否使液面高度保持不变,试从原理上加以说明。

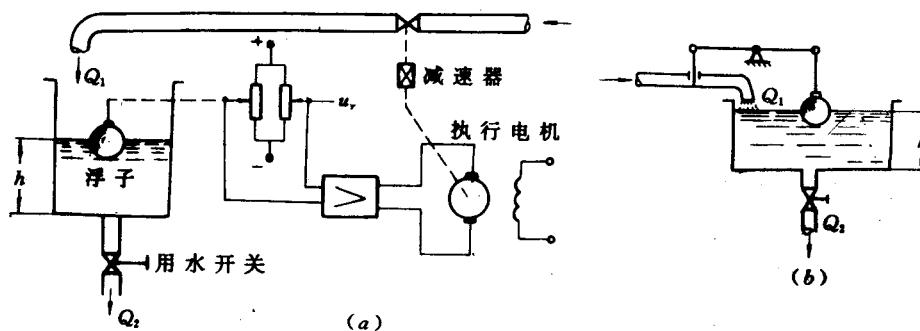


图 P1-9 液面高度控制系统

1-10 图 P1-10(a)、(b)为两个液面控制系统。试说明其工作原理有何不同?对系统工作有何影响?

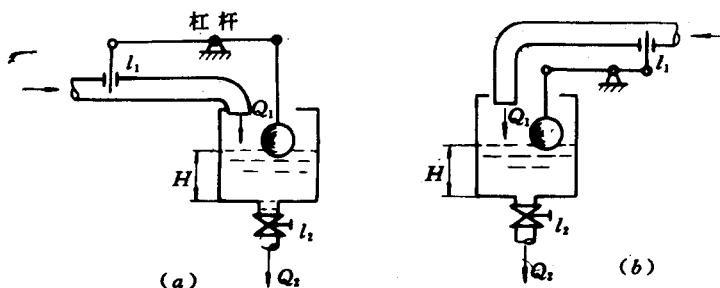


图 P1-10 液面控制系统

1-11 函数记录仪是一种自动记录电压信号的设备,其原理如图 P1-11 所示。其中记录笔与电位器  $R_M$  的电刷机械联结。因此,由电位器  $R_o$  和  $R_M$  组成桥式线路的输出电压  $u_o$  与记录笔位移是成正比的。当有输入信号  $u_i$  时,在放大器输入端得到偏差电压  $\Delta u =$

$u_r - u_c$ , 经放大后驱动伺服电动机, 并通过齿轮系及绳轮带动记录笔移动, 同时使偏差电压减小, 直至  $u_c = u_r$  时, 电机停止转动。这时记录笔的位移  $y$  就代表了输入信号的大小。若输入信号随时间连续变化, 则记录笔便跟随并描绘出信号随时间变化的曲线。试说明系统的输入量、输出量和被控对象, 并画出该系统的方块图。

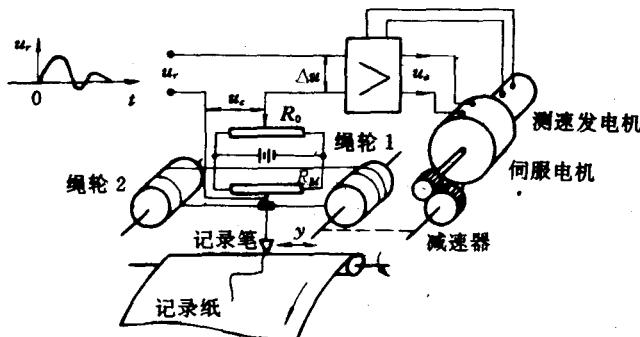


图 P1-11 函数记录仪原理图

1-12 图 P1-12 是一个张力控制系统。驱动系统匀速的将加工的被卷物卷到卷筒上。在卷绕过程中, 由于卷筒卷绕半径的变化以及被卷物料的不均匀等因素, 而引起被卷物的张力发生变化。欲避免被卷物拉裂、拉伸变形, 必须保持其张力恒定。为了调节张力, 被卷物下行绕过一个重力滚形成一半环形再上绕。重力滚装在摇臂上, 能上下自由运动。重力滚与摇臂合起来称浮动滚筒。当系统在运转时, 被卷物匀速运动, 浮动滚筒处于理想的水平位置, 被卷物的张力等于浮动滚筒总重  $W$  的一半。制动马达在开卷筒上产生的制动力矩, 将浮动滚筒始终保持在水平位置上。但在实际运行中, 因为外部干扰、开卷筒有效直径的减小等原因, 张力的变化就会使摇臂偏离水平位置。为了校正浮动摇臂的位置误差, 以保持恒张力, 这里采用了一个偏角检测器来测量角偏移, 并用一与误差成比例的信号通过控制器去控制制动电机的制动力矩。试说明该系统的输入量、输出量、反馈量、干扰量及被控对象, 并绘出该系统的方块图。

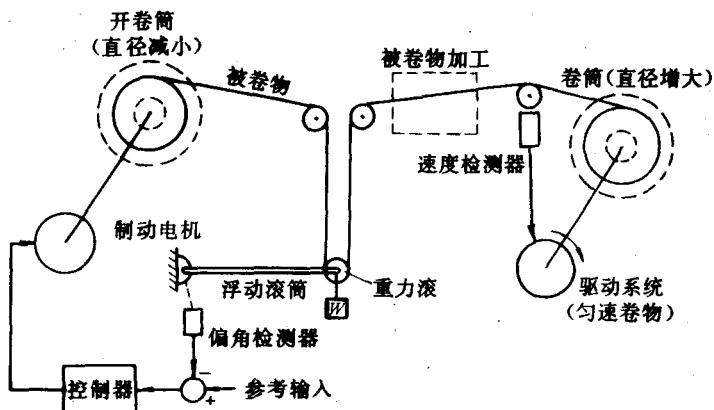


图 P1-12 恒张力控制系统

1-13 图 P1-13 是一液压伺服系统。许多机床如铣床、车床等都是用这样的装置来进行复制模板外形的。滑阀阀芯的一端引出杆在模板上运动，车刀在工件上重复模板形状。试说明系统工作原理，并画出系统方块图。

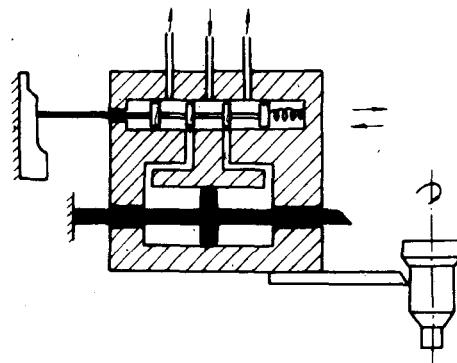


图 P1-13 液压伺服系统

1-14 一仓库大门开关自动控制系统如图 P1-14 所示。试说明它的工作原理，并画出该系统的方块图。

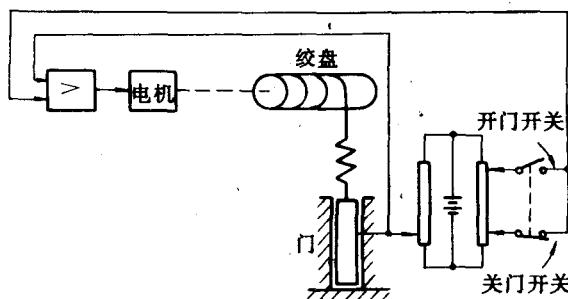


图 P1-14 大门自动开关控制系统

1-15 图 P1-15(a)、(b)、(c) 分别为驱动力控制系统、负载力控制系统和压力控制系统。它们都是由放大器、伺服阀、液压缸和负载组成。所不同之处在于传感器的安装位置，即力的检测量不同。试画出它们的系统方块图，并指出各传感器检测力的特点。

1-16 图 P1-16 为一带有校正装置的液压伺服机构。由伺服阀、液压缸、差动杆、阻尼器组成。在差动杆端部输入位移信号  $g(t)$ ，将伺服阀口打开，液压油流入液压缸，活塞运动。通过阻尼器反馈回来，经差动杆与输入位移相减，而使阀归零。试画出系统的方块图。

1-17 有一发电机-电动机调速系统如图 P1-17 所示。其工作原理是：操纵者转动操纵电位计的手柄，可使电位计的输出电压  $u$  改变大小和方向。经前置放大器和直流发电机两级放大，使加在伺服电机上的端电压也随之改变大小和方向，从而使负载具有所要求的转速。试说明该系统的给定值、被控量和干扰量，并画出系统的方块图。

1-18 如在题 1-17 调速系统中引入两个测速机（测速机 1 和测速机 2）如图 P1-18 所示。试分析这两个测速机的作用，并画出系统的方块图。

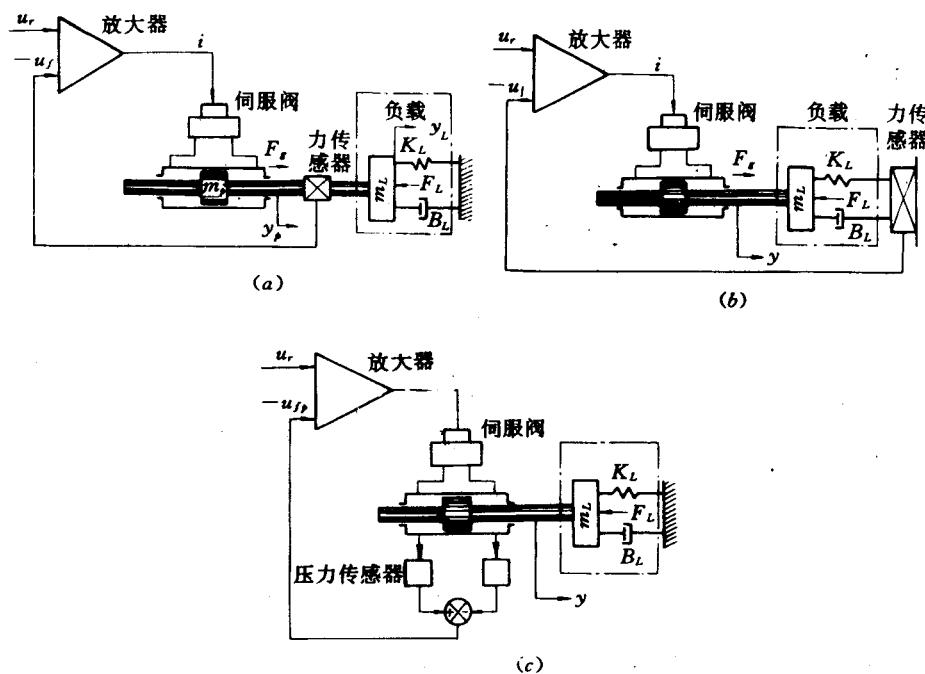


图 P1-15 力控制系统  
(a)驱动力控制系统;(b)负载力控制系统;(c)压力控制系统。

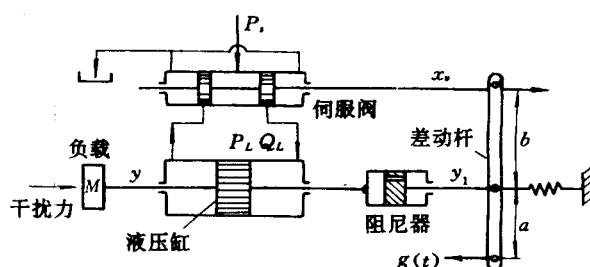


图 P1-16 液压伺服系统

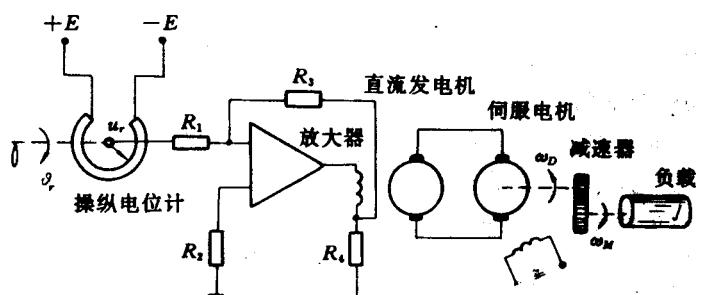


图 P1-17 发电机-电动机调速系统

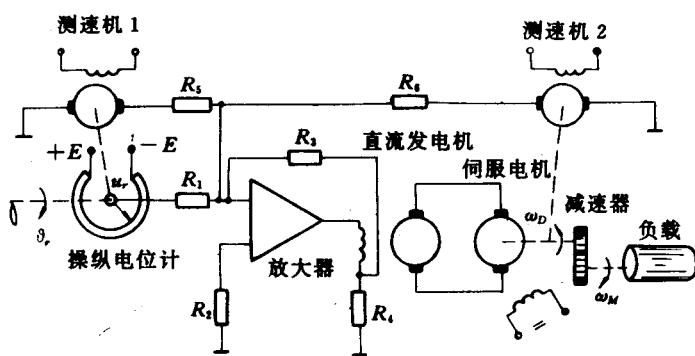


图 P1-18 带有测速机的调速系统

## 第二章 物理系统的数学模型

### 一、提要与公式

#### 1. 物理模型与数学模型

(1)任何元件或系统实际上都是很复杂的,难以对它作出精确、全面的描述,必须进行简化或理想化。简化后的元件或系统称为该元件或系统的物理模型。简化是有条件的。要根据问题的性质和求解的精度要求来确定出合理的物理模型。

对简化后的物理模型就可进行数学上的描述。用以描述物理系统的运动方程式,则称之为系统的数学模型。建立数学模型的基础是描述系统的物理学定律。

控制系统的组成可以是机械的、电气的、液压的、气动的,或者它们之间的某种组合,但描述这些物理系统的数学模型却可能是相同的。因此,数学模型已摆脱了物理原型,可以反映出这些系统的共同的运动规律。

(2)系统最基本的数学模型是它的微分方程式。建立微分方程的步骤如下:

①确定系统的输入量和输出量。

②将系统划分为若干环节。从输入端开始,按信号传递的顺序,依据各变量所遵循的物理学定律列出环节的线性化原始方程。

③消去中间变量,写出仅包含输入、输出变量的微分方程式。

注意:对于含有非线性的系统,必须在工作点附近用泰勒级数对非线性进行线性化处理。

(3)数学模型的演变。由于系统和元件结构上的多样性和复杂性,这就给求解和提出普遍应用的分析方法带来了困难。为了克服这些困难,采取了如下一系列演变措施:

①典型化 按动特性分类,把元件→典型环节;

②图形化 通过拉氏变换,把微分方程→方块图;

③等效化 通过方块图变化法则或信号流图,把复杂系统的方块图→系统的传递函数。

④图解化 把系统传递函数→ $G$ 平面上的频率特性曲线和 $S$ 平面上的零、极点分布。

可见:数学模型可以用时域、复域和频域来表示。具体演变过程如图2-1所示。采用上述措施后,系统数学模型变得越来越简单、直观。实际上,这就是经典控制理论所经历的全过程。

#### 2. 数学工具——拉氏变换与反变换

(1)拉氏变换定义:设函数 $f(t)$ 满足

① $t < 0$ 时, $f(t) = 0$ ;