高中数学总复习

一天一练

梅向明 主编

电子工业出版社

高中数学总复习

一天一练

电子工业出版社

高中数学总复习一天一练

梅向明　主编

电子工业出版社出版

（北京市万寿路）

新华书店北京发行所发行　　蓟县新华印刷厂印刷

开本：787×1092毫米 1/16　8印张　179千字

1985年12月第一版　1985年12月第一次印刷

印数：1—86.000册

书号：17290·131　定价：1.45元

说　　明

1. 为配合高中升学复习，我们编写了《高中数学总复习一天一练》这本练习册，供本届高中三年级学生复习时使用。

2. 本册中的练习题是本着少、精、活的原则加以精选的，目的在于使同学们的基础知识、基本技能进一步得到训练和巩固。同学们通过一天一组练习题的演练，就可用较少的时间收到较大的效果，这就有利于使同学们从“题海”中解放出来。

3. 使用本练习册时，教师既可把练习题当作家庭作业布置，也可当作小测验进行练习，还可选出其中的某些习题进行综合练习。

4. 参加本册编写工作的有下列教师：

北京海淀区　王建民　任光辉
　　　　　　姚印发　陆　乘
　　　　　　周沛耕　李鸿元
北京东城区　朱传渝　志鸿道
北京丰台区　李　冰
北京朝阳区　郑学遐

北京一一九中学数学组为本册进行了校对。

5. 诚恳欢迎广大师生对本册提出宝贵的意见和建议。

编　者

1984年冬于北京

目 录

一、代　数

（一）集合与函数

月　　　日　　第1次

1．已知：$I=\{x|-1<x<4\}$

$A=\{w||2x-3|<5\quad x\in N\}$

$B=\{x|x^2-3x-4<0\quad x\in \overline{R^-}\}$

（1）用（$\in$、$\notin$、$\subset$、$\supset$、$=$）适当的符号填空：

①$0$ ____ A；② $\{0\}$ ____ B；③$A\cap B$ ____ A；④$B\cup A$ ____ B；

⑤$A\cup B$ ____ $B\cap A$.

（2）解答下列问题：

① A是有限集还是无限集？B是有限集还是无限集？

② 把B表示成区间的形式

③ 求$\overline{B}$　　　　　　　　　　④ 求$A\cap\overline{B}$

⑤ 求$\overline{A\cap\overline{B}}$

2．判断下列各题的结论是否正确，如果不正确、分别举出反例来．

（1）若$A\cap B=\phi$，则$A=\phi$或$B=\phi$．

（2）若$A\cup B=B\cup C$，则$A=C$．

（3）若$A\cap B=B\cap C=C\cap A$，则A、B、C都是空集，或$A=B=C$．

（4）

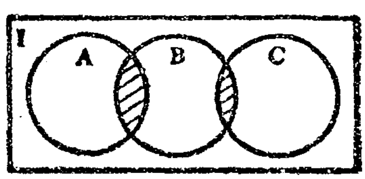

图 1-1

用A、B、C、I的适当关系符号表示上图的阴影部分．

1. 若A＝ $\{x|x=3k+1\ k\in z\}$ ，B＝ $\{y\mid y=3k-1,\ k\in z\}$ ，又$x_0\in A$，$y_0\in B$.

(1) 求证$y_0-x_0\in A$。

(2) 判断x_0^2与$-x_0$属于集合A还是属于集合B.

(3) 若C＝ $\{2\mid 2=3^n-1\quad n\in N\}$ 判断C与A，B的关系。

2. 关系$\begin{cases}A=\overline{B}\\B=\overline{C}\\C=\overline{A}\end{cases}$是否成立？若不能成立，则说明理由；若能成立，举出A、B、C的具体例子来。若举不出例子，只说出结论也可以。

3. 已知：$\overline{A}\cap B=B$，求证：$A\cap\overline{B}=A$.

4. 设A＝ $\{x|-1\leqslant x\leqslant 0\}\cup\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$，B＝ $\{y\mid 0\leqslant y\leqslant 2\}$ ，已知映射$f: A\to B$

(1) 求证f：$A\to B$是一、一映射　　　　(2) 求f^{-1}：$B\to A$

5. 写出100次内被7除余3的正整数集合.

6. 写出正弦函数值的绝对值和余弦函数值的绝对值相等的角的集合.

1. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{\log_{(x+1)}(x-2)}$　　(2) $y=\dfrac{\sqrt{|x|-2}}{\lg(3-x)^2}$　　(3) $y=\dfrac{\lg\sin x}{\cos 2x}$

2. 求下列函数的值域：

(1) $y=-\sqrt{4-x^2}\quad x\in[-2,2]$　　(2) $y=\dfrac{x+3}{2x-1}\quad x\neq\dfrac{1}{2}$

(3) $y=\lg(1-\sin x)$

3. 已知：$f(2x+1)=x^2\quad(x\in R^-)$　求$f(x)$；$f^{-1}(x)$；$f[f^{-1}(x)]$；$f^{-1}[f(x)]$.

4. 求下列函数的反函数：

$g(x)=\dfrac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}-2,\ x\geqslant 0$。

$\varphi(x)=x^2-2x-3,\ x\in[-2,-1]$

$Q(x)=\begin{cases}(\frac{1}{3})^x & x\in(-\infty,0]\\ \log_{\frac{1}{3}}x & x\in[1,+\infty)\end{cases}$

5. 已知$f(x)=\sqrt{x}\quad(x>0)$　$g(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{2}}\quad(x>-1)$，
求满足$f[g^{-1}(x)]=g[f^{-1}(x)]$的$x$的值.

月　　　日　第4次

1．画出下列函数的图象：

(1) $y=-\sqrt{1-x^2}$　$x\in[-1,0]$　　(2) $H(x)=\begin{cases} 2x+3 & x\in(-\infty,-1) \\ x^2 & x\in[-1,2] \\ 4 & x\in(2,+\infty) \end{cases}$

2．已知：$G(x)=1-f(x)=\begin{cases} -2 & x\in(-\infty,1] \\ 1-3x & x\in(1,2) \\ x^2+1 & x\in[2,\infty) \end{cases}$

求：$f(x-1)=$？并画出它的图象．

3．证明偶函数$f(x)$若在$(-\infty,0)$上是减函数，那么它在$(0,+\infty)$上必是增函数．

4．证明函数$f(x)=\log_a x$当$0<a<1$时是减函数．

5．讨论函数$y=(0.7)^{1-x^2}$的奇偶性和单调性，并求出它的单调区间．

1. 已知函数$y=f(x)$是x的几次多项式，求证当$f(x)$是偶函数时，这个多项式的各奇次项系数都是零.

2. 已知$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$，其中$a=1$，且$f(x)$是偶函数，有极小值4，又方程$f(x)=0$的一个复数根为i. 求$f(x)$.

3. 解不等式：$x|x|<x$.

4. 画出曲线$\frac{2}{x}+\frac{3}{y}+\frac{6}{x-y}=0$.

5. 求证：如果一个偶函数的定义域是全体实数，那么这个函数一定不存在反函数.

6. 已知函数$y=f(x)$对于任意两个正数x_1，x_2都有$f(x_1\cdot x_2)=f(x_1)+f(x_2)$. 求证：

(1) $f_{(1)}=0$；　(2) $f(x_1^3)=3f(x_1)$；　(3) $f(\frac{1}{x_1})=-f(x_1)$.

（二）不等式的证明

月　　　日　　第6次

1．判断题要求：你若认为对，则在括号内划个“√”；你若认为不对，则划“×”．

(1) $a>b,\ a\cdot b\neq 0\Rightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$；　　(　　)

(2) $|a|<b\Leftrightarrow -b<a<b$；　　(　　)

(3) $a\geqslant b,\ ac\leqslant bc\Rightarrow c\leqslant 0$；　　(　　)

(4) $a>b\Leftrightarrow a^{2n+1}>b^{2n+1}(n\in z)$；　　(　　)

(5) $a>b>0,\ c>d>0\Rightarrow ac>\frac{ac+bd}{2}>bd$，　　(　　)

$ac>\frac{ad+bc}{2}>bd$，　　(　　)

$ac>\sqrt{abcd}>bd$，　　(　　)

$ac>\frac{(a+b)(c+d)}{4}>bd$，　　(　　)

$ac>\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}>bd$，　　(　　)

$ac>\left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^2>bd$．　　(　　)

2．$x\in(a,b)$ $(a>0)$，求证：$\frac{a+b-x}{ab}\geqslant\frac{1}{x}$．

1. 函数$f(x)=\mathrm{tg}x+\mathrm{ctg}x+2$，$x\in\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\pi\right)(k\in Z)$，当x为何值时函数有“最值”？是最大值还是最小值？等于多少？

2. △ABC中，A，B，C是内角，求证 $\sin\frac{A}{2}\cdot\sin\frac{B}{2}\cdot\sin\frac{C}{2}\leqslant\frac{1}{8}$.

月　　　日　第8次

1. $a, b, \in R$，证明$|a|-|b|\leqslant|a+b|\leqslant|a|+|b|$，说明等号成立的条件。

2. $x\in(0, 1)$，$m\in N$，$m>1$，求证：

(1) $x^{\frac{1}{m}}>x$；

(2) $x^{\frac{1}{m}}+(1-x)^{\frac{1}{m}}>1$；

(3) 若$a\cdot b\neq0$，则$|a|^{\frac{1}{m}}+|b|^{\frac{1}{m}}>|a+b|^{\frac{1}{m}}$；

(4) 若$\alpha\in\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$，则$\sin^{\frac{1}{m}}\alpha+\cos^{\frac{1}{m}}\alpha>2\sin\alpha$

1. a, b, $c\in R^+$, 求证：$\frac{a^3+b^3+c^3}{3}\geqslant\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$.

2. a, b, c, $d\in R^+$, 求证：$\frac{a^3b^3+b^3c^3+c^3d^3+d^3a^3}{ab+bc+cd+da}\geqslant abcd$.

3. a, b, $c\in R^+$, $a+2b+3c=\sqrt{34}$, 求证：$3a^2+2b^2+c^2\geqslant3$.

1. 不经过近似计算，比较$\log_4 5$和$\log_5 4$这两个数的大小并说明理由.

2. $a>0$，$a\neq 1$，试比较$\log_a(a+1)$和$\log_{a+1}a$这两个数的大小关系并说明理由.

（三）复　　数

月　　　日　　第11次

1．求最小的正整数K，使$(1+i)^{K+3}\cdot(1-i)^{-K-3}=1$.

2．已知：数列$i, i^2, i^4, i^8, i^{16}\cdots$，这个数列的前二十项的和为S，前20项的积为H．求：S, H．

3．$Z=\cos2\theta+i(\cos\theta-\sin\theta)$

当$\theta=$_______时，Z是实数．

当$\theta=$_______时，Z是纯虚数．

当$\theta=$_______时，Z是虚数．

4．1的立方根是$x_1=$_______，$x_2=$_______，$x_3=$_______，若其中实、虚部符号相反的立方根记作ω，则$\omega^5\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)^2=$?

5．若Z是虚数，$Z+\frac{1}{Z}$是实数，求$|Z|$．

1. 化下列复数为三角函数形式（幅角用反三角函数表示）：

(1) $-2i=$

(2) $-2=$

(3) $-3+4i=$

2. 计算：$(1-i)^4\cdot\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)^{111}$

3. 设$Z_1=\cos\theta_1+i\sin\theta_1$，$Z_2=\sin\theta_2+i\cos\theta_2\left(\frac{\pi}{4}<\theta_1<\theta_2<\frac{\pi}{2}\right)$

(1) $Z_1\cdot Z_2=$

(2) $\frac{Z_1}{Z_2}=$

(3) $|Z_1-Z_2|=$

(1)、(2)题的结果须化为三角函数形式，(3)题的结果要最简。

4. 复数$Z=1-i$对应的向量$\overline{OZ}$，依逆时针方向旋转$120°$，得向量$\overline{OP}$，求$\overline{OP}$所对应的复数的代数形式及幅角的主值.

5. 利用复数证明：$\text{arctg}2+\text{arctg}3=\frac{3\pi}{4}$.